

上篇 电路分析基础

第 1 章 电路基本概念和定律

1.1 电路功能和模型

1.1.1 实际电路及其功能

一个实际电路,它是由电气器件构成,并具有一定功能的连接整体。

组成实际电路的电气器件种类繁多、性能各异,常用的有电池、信号产生器、电阻器、电容器、电感器、开关、晶体管等。其中,电池可以提供电能,信号产生器可以输出多种标准信号,电阻器可以消耗电能,电感器可以存储磁能,等等。

图 1.1(a)是一个简单的照明电路,由电池、开关、连接导线、灯泡组成。其作用是把由电池提供的电能传送给灯泡并转换成光能。图 1.1(b)是计算机电路组成的简化方框图,它的基本功能是通过处理输入信号实现数值计算。人们在键盘上输入计算数据和步骤,编码器将输入信号表示成二进制数码,经运算、存储、控制部件处理得到计算结果,然后在显示器上输出。

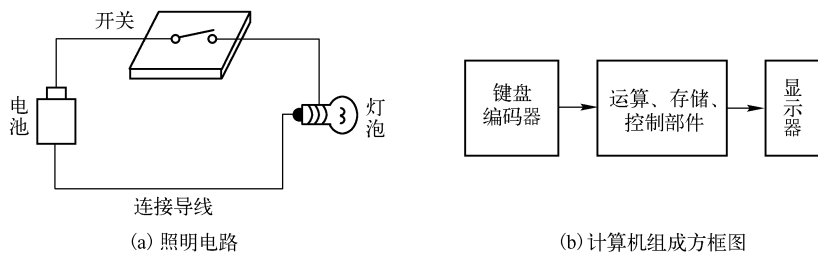


图 1.1 实际电路

电路的基本功能是:(1)实现电能的产生、传输、分配和转换;(2)完成电信号的产生、传输、变换和处理。

在电路理论中,常把提供电能或信号的器件、装置称为电源,把使用电能或电信号的设备称为负载。显然,对于图 1.1 电路,电池和键盘、编码器是电源,灯泡和显示器是负载。

1.1.2 电路模型

电路理论主要研究电路中发生的各种电磁现象,包括电能的消耗现象和电磁能的存储现象。一般这些现象交织在一起,同时发生在整个电路中。为了简化分析,对实际电路采用“模型化”方法处理。首先,针对一些基本电磁现象(如电磁能消耗、电场能存储、磁场能存储等)建立相应的模型,称为理想元件或元件,并用统一符号标记。理想元件在物理上描述了基本电磁现象,在数学上也有严格的定义。例如,电阻元件就是描述电磁能消耗现象,其电流电压关系满足代数方

程的一种理想电路元件;电容、电感元件分别是描述电场能、磁场能存储现象的理想元件,其电流、电压满足微分或积分关系。

接着,对实际器件,在一定条件下忽略其次要性质,用理想元件或其组合来表征它的主要特性。该理想元件或其组合构成实际器件的模型,称为器件模型。

建立器件模型时应注意下面两点:(1)在一定条件下,不同器件可以具有同一种模型。比如,电阻器、灯泡、电炉等,这些器件在电路中的主要特性都是消耗电能,因此都可用理想电阻元件作为它们的模型。(2)对于同一器件,在不同应用条件下,往往采用不同形式的模型。例如,一个线圈在工作频率较低时,用理想电感元件作为模型;在需要考虑能量损耗时,使用理想电阻和电感元件串联电路作为模型;而在工作频率较高时,则应进一步考虑线圈绕线之间相对位置的影响,这时模型中还应包含理想电容元件。最后,把实际电路中的器件用相应的器件模型代替,得到实际电路的模型,称为电路模型。这种用模型符号画出的电路连接图称为电原理图,简称电路图或电路。由于理想元件在数学上有明确定义,因此结合电路连接规律,就可采用数学方法解决电路问题。在一定精度范围内,分析结果反映了实际电路的物理特性。

图 1.1(a)照明电路的电路模型如图 1.2 所示。图中电池用电压源 U_s 和内阻 R_s 表示,负载用电阻 R_L 表示,S 为开关。连接导线的电阻值很小,一般忽略不计,用理想导线表示。

但是必须指出,允许进行上述模型化处理的前提条件是:假设电路中的基本电磁现象可以分别研究,并且相应的电磁过程都集中在各理想元件内部进行。这就是电路理论中所谓的集中化假设。满足集中化假设的理想元件称为集中(参数)元件,由这类元件构成的电路称为集中(参数)电路。

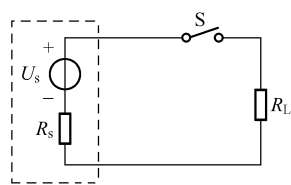


图 1.2 电路模型

在工程应用中,为了保证集中参数电路能有效地描述实际电路,获得有意义的分析结果,要求实际电路的几何尺寸应远小于工作电磁波的波长。如果不是这样,它就不能采用集中参数电路模型来描述。本书只讨论集中参数电路。

1.2 电路变量

电路变量是描述电路特性的物理量,常用的变量是电流、电压和功率。

1.2.1 电流

电荷有规则的定向运动形成电流。计量电流大小的物理量是电流强度,简称电流,记为 $i(t)$ 或 i 。电流强度的定义是:单位时间内通过导体横截面的电荷量,如图 1.3 所示,即

$$i(t) = dq(t)/dt \quad (1-1)$$

式中, q 是沿指定方向通过导体横截面 S 的正电荷 q_+ 与反方向通过该截面负电荷 q_- 的绝对值之和。电荷单位为库仑(C),当时间单位为秒(s)时,电流单位为安(A)。在电力系统中,通过设备的电流较大,采用安或千安(kA)为单位。而电子电路中的电流则较小,常以毫安(mA)或微安(μA)为单位,其换算关系是

$$1\text{kA} = 10^3\text{A} \quad 1\text{A} = 10^3\text{mA} = 10^6\mu\text{A}$$

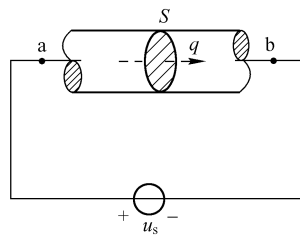


图 1.3 电流强度

电流除了大小外,还需考虑方向。习惯上规定正电荷运动方向为电流的实际方向。然而在具体问题中,电流实际方向往往难以直接确定。考虑到集中元件中的电流,如果它存在,则其方

向只有两种可能,表明电流是一种代数量。因此在分析电路时,可任意指定一种方向作为计算时的参考,称为电流的参考方向。同时规定,如果参考方向与实际方向一致,电流记为正值;如果两者方向相反,则记为负值。这样,在指定参考方向前提下,结合电流的正负值就能够判定出它的实际方向。

电流的参考方向,一般用箭头符号直接标记在电流通过的路径上。有时也采用双下标标记法,如 i_{ab} 表示其参考方向由 a 指向 b。通常,电路图中仅标出电流的参考方向。

1.2.2 电压

图 1.1(a) 中,电流使灯丝发光是电场力对电荷做功的结果。为了计量电场力做功的能力,引入电压物理量,记为 $u(t)$ 或 u 。其定义是:电路中 a、b 两点间的电压,在数值上等于单位正电荷从 a 点沿电路约束的路径移至 b 点时电场力所做的功。用公式表示为

$$u(t) = dw(t)/dq(t) \quad (1-2)$$

式中,电荷单位为库(C),功的单位是焦(J),电压的单位是伏(V)。实际应用中,电压也常用千伏(kV)、毫伏(mV)或微伏(μ V)作为单位。

电压也可用电位差表示,即

$$u = u_a - u_b \quad (1-3)$$

式中, u_a 和 u_b 分别为 a、b 两点的电位。电位是描述电路中电位能分布的物理量。电路中某点的电位定义为将单位正电荷从该点移至参考点时电场力做功的大小。参考点是电路中任意选定的一个点,规定其电位为零,用符号“ $\perp$ ”表示。由此可见,电路中任一点与参考点之间的电压值就是该点的电位。

规定电位真正降低的方向为电压的实际方向。其高电位端用“+”标记,称为正极性端;低电位端用“-”标记,称为负极性端。也可采用双下标方法,如 u_{ab} 表示 a、b 端分别为正、负极性端。电压实际方向如图 1.4 所示。

根据定义,电压也是代数量。它与电流类似,在分析计算时,需要指定一个参考方向(也称参考极性)。同时规定,当参考方向与实际方向一致时,记电压为正值;否则,记电压为负值。这样,在指定电压参考方向后,依据电压值的正负,就能确切判定电压的实际方向。如无特殊说明,电路图中标记的电压方向均为参考方向。

电流、电压的参考方向是可以任意选择的,因而有两种不同的选择方式。若电流的参考方向设成 a 流向 b,电压的参考方向设成 a 为高电位端, b 为低电位端,则这样所设的电流、电压参考方向称为关联参考方向,否则称为非关联参考方向。分别如图 1.5(a)、(b) 所示。为使电路图简洁明了,一般采用关联方向,并在电路图上只标明电流或电压的参考方向。

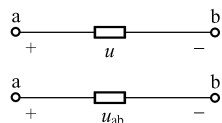


图 1.4 电压的实际方向

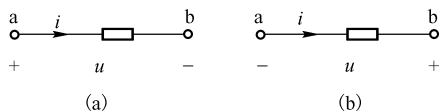


图 1.5 电流、电压的关联与非关联参考方向

如果电流、电压的大小或方向随时间变化,则分别称为交流电流、交流电压,按习惯用小写字母 $i(t)$ 、 $u(t)$ 或 i 、 u 表示。如果它们的大小和方向都不随时间变化,则称为直流电流、直流电压,分别用大写字母 I 、 U 表示。此时,相应电路称为直流电路。需要指出的是,在测试直流电流、电压时,测量仪表是根据电流电压的实际方向接入电路的,应注意直流电流表和电压表的正确连接和使用。

例 1-1 电路如图 1.6(a) 所示, 图中矩形框表示电路元件。已知电流 $I_1 = -1\text{A}$, $I_2 = 2\text{A}$, $I_3 = -3\text{A}$, 其参考方向如图中所标; d 为参考点, 电位 $U_a = 5\text{V}$, $U_b = -5\text{V}$, $U_c = -2\text{V}$ 。

求: (1) 电流 I_1 、 I_2 、 I_3 的实际方向和电压 U_{ab} 、 U_{cd} 的实际极性。

(2) 若欲测量电流 I_1 和电压 U_{cd} 的数值, 则电流表和电压表应如何接入电路?

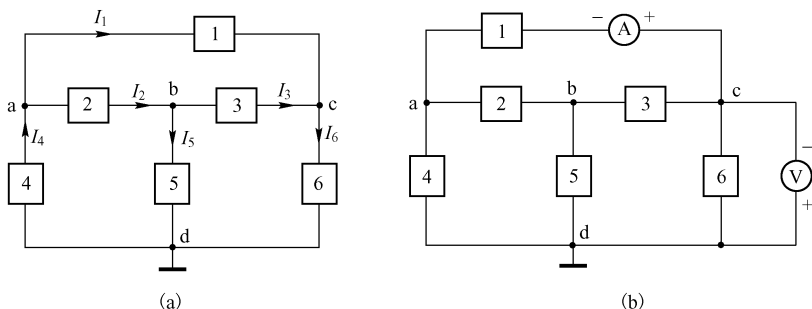


图 1.6 例 1-1 的图

解 (1) 在指定电流参考方向后, 结合电流值的正负就可判定其实际方向。已知 I_2 为正值, 表明该电流的实际方向应与它的参考方向一致; 而 I_1 和 I_3 为负值, 表明它们的实际方向与指定的参考方向相反。

同理, 根据

$$U_{ab} = U_a - U_b = 5 - (-5) = 10\text{V}$$

$$U_{cd} = U_c - U_d = (-2) - 0 = -2\text{V}$$

可知 $U_{ab} > 0$, 电压实际方向由 a 指向 b, 或者 a 为高电位端, b 为低电位端。 $U_{cd} < 0$, 表明电压实际方向与参考方向相反, 即 d 为高电位端, c 为低电位端。

(2) 在测量直流电流时, 应将电流表串联接入被测支路, 使实际电流从电流表的“+”极流入, “-”极流出。在测量直流电压时, 应把电压表并联接入被测电路, 使电压表“+”极与被测电压的高电位端连接, “-”极与低电位端连接。图 1.6(b) 中给出了具体连接方法。

1.2.3 能量和功率

单位时间内做功的大小称为功率, 或者说电场力做功的速率称为功率。功率 $p(t)$ 的数学表达式为:

$$p(t) = dw(t)/dt \quad (1-4)$$

式中, dw 表示 dt 时间内电场力所做的功, 也就是电阻元件在 dt 时间内吸收的电能。功率的单位为瓦(W)。1 瓦功率就是每秒做功 1 焦, 即 $1\text{W} = 1\text{J/s}$ 。下面导出功率的另一计算公式。

图 1.7(a) 中, 矩形框表示一个泛指元件, 其电流电压取关联参考方向, 设在 dt 时间内, 由 a 端转移到 b 端的正电荷量为 dq , 则根据电压、电流定义, 电场力所做的功为

$$dw = u \cdot dq = u \cdot \frac{dq}{dt} dt = ui \, dt$$

因此

$$p = dw/dt = ui \quad (1-5)$$

在 $p > 0$ 时, 表示 dt 时间内电场力对电荷 dq 做功 dw , 这部分能量被

元件吸收, 所以 p 是元件的吸收功率; 在 $p < 0$ 时, 表示元件吸收负功率, 实际上是该元件向外电路提供功率或产生功率。

如果元件电流电压取非关联参考方向, 如图 1.7(b) 所示, 只需在式(1-5)中冠以负号, 即

$$p = -ui \quad (1-6)$$

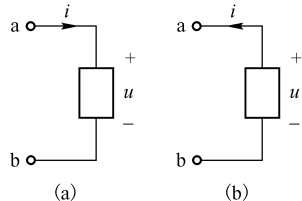


图 1.7 元件功率的计算

其计算结果的意义与式(1-5)相同。

综合上述两种情况,将元件吸收功率的计算公式统一表示为

$$p(t) = \pm u(t)i(t) \quad (1-7)$$

式中,当电流电压为关联参考方向时,取“+”号;当电流电压为非关联参考方向时,取“-”号。计算结果表示元件的吸收功率。具体地说,若 $p > 0$,表示元件吸收功率,其值为 p ;若 $p < 0$,表示元件提供功率,其值为 $|p|$ 。

工程上,常用千瓦时($\text{kW} \cdot \text{h}$)作为电能的单位。 $1\text{kW} \cdot \text{h}$ 又称1度。比如某车间使用100只灯泡(功率均为100W)照明1小时,所消耗电能是10度。

若已知元件吸收功率为 $p(t)$,并设 $w(-\infty) = 0$,则

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(\zeta) d\zeta \quad (1-8)$$

表示从 $-\infty$ 开始至时刻 t 元件所吸收的电能。一个元件,如果对于任意时刻 t ,均有

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(\zeta) d\zeta \geq 0 \quad (1-9)$$

则称该元件为无源元件;否则称为有源元件。

上面关于能量、功率的讨论也适用于电路中的任何一段电路。

例 1-2 在图 1.8 中,已知 $U = -7\text{V}$, $I = -4\text{A}$,试求元件 A 的吸收功率。

解 由于 U 、 I 为关联方向,所以

$$p = UI = (-7) \times (-4) = 28\text{W}$$

说明元件 A 吸收功率 28W。按照式(1-9)定义,A 属于无源元件。

例 1-3 在图 1.9 中,已知元件 B 的产生功率为 120mW, $U = 40\text{V}$,求 I 。

解 元件 B 产生功率为 120mW,即吸收功率为 -120mW ,且考虑到元件上 U 与 I 为非关联方向,由式(1-7)可得

$$p = -UI = -120\text{mW}$$

从而有 $I = -p/U = -(-120)/40 = 3\text{mA}$

表明元件 B 上电压、电流的实际方向不一致,所以 B 向外部电路提供功率。按式(1-9)定义,B 属于有源元件。

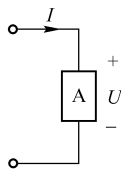


图 1.8

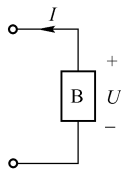


图 1.9

1.3 电阻元件

电路元件是实际电气器件的理想化模型,是构成电路的基本单元。具有 N 个引出端的元件称为 N 端元件,根据元件是否能向外电路提供电能的特性,可将它们区分为 N 端有源元件和 N 端无源元件两大类。

本节先介绍最常用的电阻元件,这是一种无源二端元件。

1.3.1 线性电阻

电阻元件是电能消耗器件的理想化模型,用来描述电路中电能消耗的物理现象。

电阻元件的定义是:一个二端元件,如果在任一时刻,其端电压 u 与流经它的电流 i 之间的关系能用 $u-i$ 平面上的一条曲线确定,就称其为电阻元件,简称电阻。若该曲线是通过原点的直线,则称为线性电阻,否则称为非线性电阻。若曲线不随时间变化,则称为非时变电阻,否则称为时变电阻。

元件端电压与流经它的电流之间的关系,称为伏安关系(简记为VAR)。由于VAR可用来

表征元件的外特性,故也称为伏安特性。线性非时变电阻和非线性非时变电阻的电路符号与伏安特性分别如图 1.10 和图 1.11 所示。本书主要讲述线性非时变电阻。

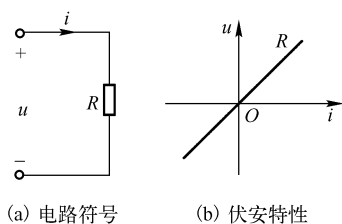


图 1.10 线性非时变电阻元件

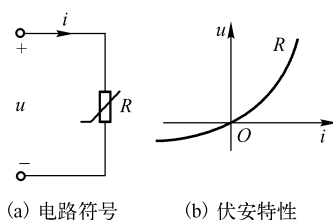


图 1.11 非线性非时变电阻元件

1.3.2 欧姆定律

设电阻元件上电流电压为关联参考方向,由图 1.10(b)可知,电压 u 与电流 i 的关系为

$$u(t) = Ri(t) \quad (1-10)$$

或者

$$i(t) = \frac{1}{R}u(t) = Gu(t) \quad (1-11)$$

这就是大家熟知的欧姆定律。式中 R 为电阻元件的参数,也简称为电阻*。电阻的常用单位是欧(Ω)、千欧($k\Omega$)和兆欧($M\Omega$),其转换关系是:

$$1k\Omega = 10^3\Omega \quad (1-12)$$

$$1M\Omega = 10^3k\Omega = 10^6\Omega \quad (1-13)$$

R 的倒数 G 称为电导。电导的单位是西门子,简称西(S)。

如果电阻上电流电压的参考方向非关联,如图 1.12 所示,则欧姆定律公式中应加一负号,即

$$u(t) = -Ri(t) \quad (1-14)$$

或

$$i(t) = -Gu(t) \quad (1-15)$$

对线性电阻有两种特殊情况值得留意:当 $R = \infty$ 或 $G = 0$ 时,称为开路,此时无论端电压为何值,其端电流恒为零;当 $R = 0$ 或 $G = \infty$,称为短路,此时无论端电流为何值,其端电压恒为零。开路和短路时,其电路符号及伏安特性分别如图 1.13(a)、(b)所示。

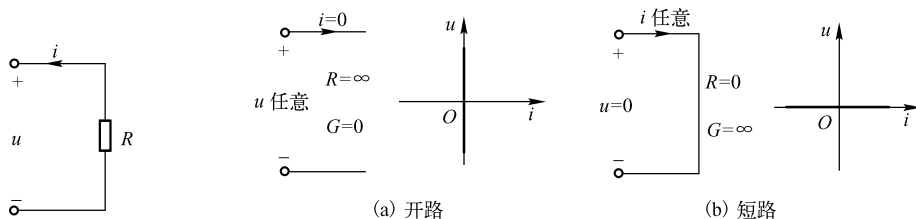


图 1.12 线性电阻电路

图 1.13 线性电阻的特殊情况

1.3.3 电阻元件的吸收功率

根据式(1-7)和欧姆定律,可得电阻 R 的吸收功率为

$$p(t) = \pm u(t)i(t) = Ri^2(t) = Gu^2(t) \quad (1-16)$$

* 符号 R 既表示电阻元件,也表示电阻元件的参数,都称为电阻,常混用。对于以后要介绍的电容、电感元件也有类似情形。

将式(1-16)代入式(1-8),可得从 $-\infty$ 到 t 时刻电阻 R 上吸收的能量

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(\zeta) d\zeta = R \int_{-\infty}^t i^2(\zeta) d\zeta = G \int_{-\infty}^t u^2(\zeta) d\zeta \quad (1-17)$$

可见,对于(正)电阻而言,对任意 t ,它所吸收的功率和能量都是非负的,因此电阻是无源元件。在实际电路中,电阻所吸收的电能不能经过相应器件的作用,转换为其他形式的能量,如热能、光能、机械能等。基于这一物理过程,通常把电阻吸收电能理解成电阻消耗电能,因此称电阻为耗能元件。

最后提一下电气元件、设备的额定值问题。额定值是为了保证元件、设备既安全可靠而又充分发挥性能的正常运行,由制造厂家给出的一些限定值。例如,电阻的使用功率,电容器的使用电压,电机的额定电流等。根据给出的额定值,有时还可推导出其他额定值。例如,一个标有“ $1/4\text{W } 10\text{k}\Omega$ ”的电阻,表示该电阻的阻值为 $10\text{k}\Omega$,额定功率为 $1/4\text{W}$;由 $p = I^2 R$ 的关系,还可求得它的额定电流为 5mA 。

实际使用中,超过额定值运行,会使设备缩短使用寿命或遭致毁坏而造成事故。例如上述电阻在使用电流超过 5mA 时,将会使电阻因过热而损坏。而低于额定值运行也是不合适的,如 $220\text{V}, 5\text{kW}$ 电机在低于 200V 电压下使用,一方面设备资源没有充分利用,另一方面因电机输出功率降低,必然影响系统正常运行。

额定值一般记载在设备的铭牌或说明书中,所以在使用设备前必须仔细阅读之。

例 1-4 图 1.14 电路,已知 $R = 5\Omega$, $u(t) = 10\cos t \text{ V}$,求 $i(t)$ 。

解 电阻上电流电压为关联参考方向,所以由欧姆定律可得

$$i(t) = u(t)/R = 10\cos t/5 = 2\cos t \text{ A}$$

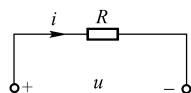


图 1.14 例 1-4 的图

例 1-5 图 1.15 电路,已知 $R = 5\text{k}\Omega$, $U = -10\text{V}$,求电阻中流过的电流和电阻的吸收功率。

解 由于电阻上电流电压为非关联参考方向,因此按欧姆定律,其电流为

$$I = -\frac{U}{R} = -(-10)/5 \times 10^3 = 2 \times 10^{-3} \text{ A} = 2\text{mA}$$

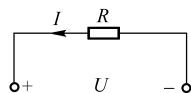


图 1.15 例 1-5 的图

注意上面计算式中公式前面的负号与算式括号中的负号,其含义是不同的,前者表示 R 中电流电压参考方向非关联,后者表示 R 上电压参考方向与实际方向相反。

电阻的吸收功率为 $P = -UI = -(-10) \times 2 \times 10^{-3} = 20 \times 10^{-3} \text{ W} = 20\text{mW}$
或者 $P = RI^2 = 5 \times 10^3 \times (2 \times 10^{-3})^2 = 20\text{mW}$

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(-10)^2}{5 \times 10^3} = 20\text{mW}$$

1.4 电源元件

电源给电路提供电能。常见的干电池、蓄电池、光电池、发电机以及电子电路中的信号源等,都是实际电源的例子。

电源元件是实际电源的理想化模型,可分为独立源和受控源两类。本节先介绍独立源,包括独立电压源和独立电流源,分别简称为电压源和电流源;再介绍受控源及其特点。

1.4.1 电压源

一个二端元件,如果端电压总能保持为规定的电压 $u_s(t)$,而与通过它的电流无关,就称其

为电压源。电压源的电路符号如图 1.16(a) 所示,图中的 $u_s(t)$ 为电压源的端电压,“+”、“-”号表示其参考极性。如果 u_s 不随时间变化,即电压值为常数,则称为直流电压源,常用图 1.16(b) 所示符号表示,以示区别。

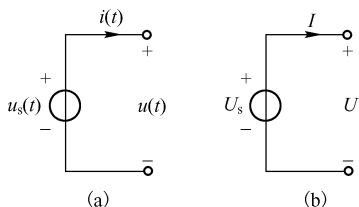


图 1.16 电压源电路符号

电压源具有以下几个特点:

(1) 电压源的端电压完全由自身的特性决定,与流经它的电流的方向、大小无关,即与外部电路无关。

(2) 电压源的电流由它与外接电路共同决定。随着流经电压源电流的实际方向不同,电压源可以对外电路提供电能,真正起电源作用;也可以作为其他电源的负载从外电路接受能量。例如,蓄电池(或可充电的干电池)在正常工作时,是电源装置;但在充电时,则应视它为负载。理论上讲,电压源可以提供(或吸收)无穷大能量。

(3) 在任一时刻 t_k ,电压源的伏安特性是一条经过 $u = u_s(t_k)$ 点且平行于 i 轴的直线,如图 1.17 所示。

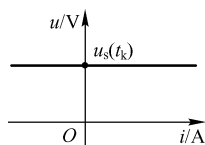


图 1.17 电压源伏安特性

(4) 当电压源电压 $u_s(t)$ 为零时,其伏安特性与 i 轴重合,电压源相当于短路。

1.4.2 电流源

电流源是另一种电源元件。如果一个二端元件,其输出电流总能保持为规定的电流 $i_s(t)$,而与它的端电压无关,就称其为电流源。电流源的输出电流 i_s 一般是时间的函数。如果电流源的输出电流为常数 I_s ,则称之为直流电流源。电流源电路符号如图 1.18 所示,图中 i_s 、 I_s 为电流源输出电流,箭头表示电流的参考方向。

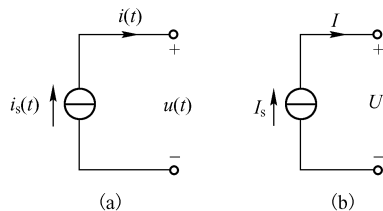


图 1.18 电流源电路符号

与电压源类似,电流源具有以下特点:

(1) 电流源输出电流 i_s 仅取决于它自身的特性,而与外部电路无关,或者与其端电压的方向、大小无关。

(2) 电流源的端电压,由电流源与外部电路共同决定。随着端电压实际极性的不同,与电压源一样,电流源可以向外电路提供电能,也可以从外电路接受能量,并且在理论上允许提供(或吸收)无穷大的能量。

(3) 任一时刻 t_k ,电流源的伏安特性是经过 $i = i_s(t_k)$ 点且平行于 u 轴的直线,如图 1.19 所示。

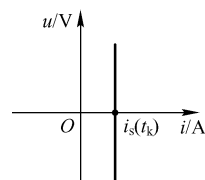


图 1.19 电流源伏安特性

(4) 电流源输出电流为零时,它相当于开路。

1.4.3 受控源

电压源和电流源,它们的输出电压或电流完全由自身的特性所决定,而与电路中其他地方的电压或电流无关,故称为独立电源或独立源。

受控电源,简称受控源,是一种输出电压或电流受电路中其他地方电压或电流控制的电源元件。它们是根据某些电子器件的“受控”特性建立起来的理想化模型。例如晶体三极管,如图 1.20(a) 所示,其电路模型如图 1.20(b) 所示。若考虑到实际输入电阻 r_{be} 较小(予以忽略),输出电阻 r_{ce} 很大(近似为开路),得到图 1.20(c) 所示的简化模型。这是一个理想的电流控制电流

源,体现晶体管工作时集电极输出电流 i_c 要受基极电流 i_b 的控制这一基本特性。其控制关系为

$$i_c = \beta i_b$$

式中 i_b 为控制变量, i_c 为受控变量, β 为控制系数。

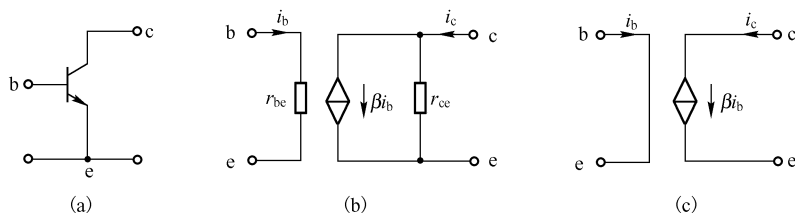


图 1.20 晶体三极管及其电路模型

受控源是双端口元件,含控制变量的端口为输入端口,含受控变量的端口为输出端口。根据控制变量与受控变量之间不同的控制方式,可把受控源分成下面四种类型:压控电压源 (VCVS),流控电压源 (CCVS),压控电流源 (VCCS) 和流控电流源 (CCCS),如图 1.21 所示。图 1.21 (a) 是压控电压源,表示电压源输出电压的大小、方向要受控制变量的控制。若控制变量为 u_1 ,则输出电压为 μu_1 ;若控制变量改变极性,则输出电压亦改变极性。其余受控源也有类似含义,此处不再一一说明。图中 μ 、 r 、 g 和 β 为控制参数,分别称为电压放大倍数(无量纲)、转移电阻(量纲为 Ω)、转移电导(量纲为 S)和电流放大倍数(无量纲)。控制参数为常数的受控源,称作线性受控源,本课程只涉及线性受控源。受控源改用菱形符号标记,以与独立源相区别。

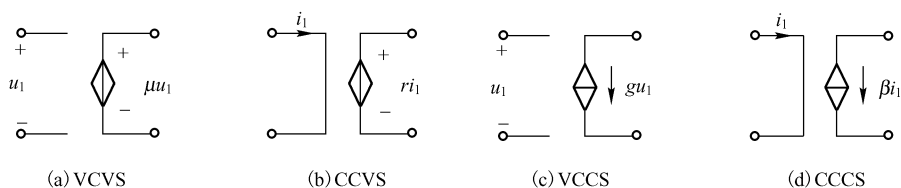


图 1.21 受控源模型

应该指出,独立源和受控源是两个既有联系又有差别概念。所谓联系,是指两者都能输出规定的电压或电流;所谓差别,是指它们在电路中所起的作用是完全不同的。独立源作为电路的输入,代表外界对电路的激励,是电路能量的提供者。受控源则是用来表征电路内部某处的电流或电压对另一处电流或电压的控制作用,它不代表输入或激励。

根据等效概念,在分析含受控源的电路时,原则上可将受控源当作独立源处理,但应注意到它的“控制”作用。具体分析步骤是:①把受控源视为独立源,利用后面将讲到的基尔霍夫定律和 VAR 列出基本方程。②由于受控源的“控制”作用,基本方程中含有未知的控制变量,需要补充新的独立方程,常称为辅助方程。辅助方程可通过用待求量或已知量表示控制变量的方法列出。③联立求解基本方程和辅助方程,求得所需的待求量。

1.5 基尔霍夫定律

电路性能除与电路中元件自身的特性有关外,还与这些元件的连接方式有关,或者说,它要服从来自元件特性和连接方式两方面的约束,分别称为元件约束和拓扑约束。

基尔霍夫定律,包括基尔霍夫电流定律(缩写为 KCL)和基尔霍夫电压定律(缩写为 KVL),是概括描述集中参数电路拓扑约束关系的基本定律。

为了便于阐述,先介绍几个有关的名词术语。

(1) 支路 单个二端元件或若干个二端元件依次连接组成的一段电路称为支路。支路中流

过的是同一个电流。图 1.22 所示电路,包括有 aed、ab、ac 等 6 条支路。其中 aed 支路由电压源 u_s 和电阻 R_1 串联构成,其余支路均由单个元件构成。

(2) 节点 支路的连接点称为节点。在图 1.22 中,支路连接点 a、b、c、d 等都是节点。

(3) 回路 电路中由支路组成的任一闭合的路径称为回路。在图 1.22 中,闭合路径 abca、abdca、abcdea 等都是回路。

(4) 网孔 内部不含有支路的回路称为网孔。图 1.22 所示电路中,有 abca、bcdcb 和 aedba 三个网孔。显然,任一网孔都是回路,但回路不一定是网孔。

支路中流过的电流称为支路电流,连接支路的两个节点间的电压称为支路电压。

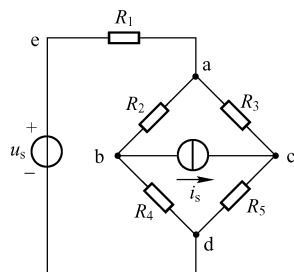


图 1.22 电路术语介绍

1.5.1 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律(KCL)描述电路中汇集于某节点的各支路电流之间的相互关系。

KCL 指出:在集中参数电路中,任一时刻,流出一个节点的支路电流总和等于流入该节点的支路电流总和。

对图 1.23 电路中的节点 a,由 KCL 可得

$$i_2 + i_3 = i_1 + i_4$$

也可写成

$$i_2 + i_3 - i_1 - i_4 = 0$$

或

$$-i_2 - i_3 + i_1 + i_4 = 0$$

其一般形式为

$$\sum i(t) = 0 \quad (1-18)$$

该式表明,KCL 也可叙述为:对于集中参数电路,任一时刻,流出(或流入)任一节点的支路电流的代数和恒为零。式(1-18)称为节点的支路电流方程或 KCL 方程。

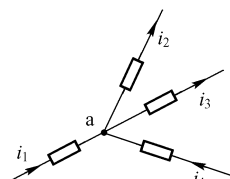


图 1.23 KCL 方程

列 KCL 方程时,应先在电路图上设定支路电流的参考方向。然后对流出节点的电流取正号,流入节点的电流取负号,按“流出节点的电流代数和”方式写出 KCL 方程;也可对流入节点的电流取正号,流出节点的电流取负号,按“流入节点的电流代数和”方式写出 KCL 方程。按不同方式列出的 KCL 方程,其结果是一样的。

KCL 是电荷守恒定律在集中参数电路的任一节点中的体现。电荷守恒定律认为,电荷是不能创造和消灭的。故任一时刻,对电流流过的路径中的任一横截面来说,流入横截面的电荷必须即刻流出该横截面(因为流入的电荷不会消灭,也不能在无限薄的横截面中存储),同时电荷或电流只能在闭合的路径中流动,这就是电流的连续性。反映在电路节点中,也是“收支”平衡的,即任一时刻流入节点的电荷(或电流)等于流出该节点的电荷(或电流),这就是 KCL 的结论。

KCL 除适用于节点外,也能推广用于电路中任一假设的闭曲面。例如,对于图 1.24(a) 电路中的闭曲面 S_1 ,若流入 S_1 的支路电流取正号,流出 S_1 的支路电流取负号,则其 KCL 方程是

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (1-19)$$

因为对电路中的节点 a、b 和 c,相应的 KCL 方程为

$$i_a = i_1 - i_3$$

$$i_b = i_2 - i_1$$

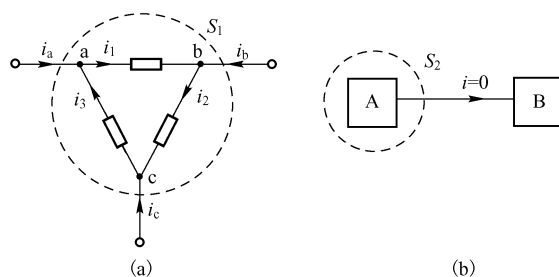


图 1.24 KCL 应用于闭曲面

$$i_c = i_3 - i_2$$

将上面三式相加就是式(1-19),所以该式的正确性是毋庸置疑的。

对于图 1.24(b) 中的闭曲面 S_2 , 应用 KCL, 则有 $i = 0$ 。这表明: 在两部分电路之间, 如果只有一条支路相连接, 则该支路上的电流必为零。

例 1-6 如图 1.25 所示电路, 已知 $i_1 = 2\text{A}$, $i_3 = 3\text{A}$, $i_4 = -2\text{A}$ 。试求电压源 u_s 支路和电阻 R_5 支路中流过的电流。

解 分别用 i_0 、 i_5 表示支路 da 和 cd 中的电流, 其参考方向如图 1.25 中所示。

对节点 c, 列出 KCL 方程, 有

$$i_3 + i_5 - i_1 = 0$$

求得 $i_5 = i_1 - i_3 = 2 - 3 = -1\text{A}$

同理, 对节点 d, 应用 KCL, 可得

$$i_0 + i_4 - i_5 = 0$$

所以 $i_0 = i_5 - i_4 = (-1) - (-2) = 1\text{A}$

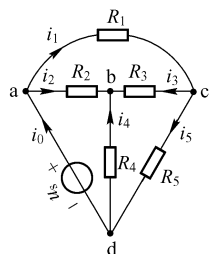


图 1.25 例 1-6 图

由上例可见, 列 KCL 方程时会出现两套正、负符号, 它们的意义是不一样的。一套是支路电流变量前面的运算符, 用来表示支路电流沿参考方向流出还是流入节点(流出取“+”号, 流入取“-”号; 或者相反); 另一套是支路电流值的正与负, 是表示电流参考方向与实际方向是否一致。

1.5.2 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律(KVL)描述回路中各支路电压之间的相互关系。

KVL 指出: 对于集中参数电路中的任一回路, 在任一时刻, 沿该回路的所有支路电压的代数和恒为零, 即

$$\sum u(t) = 0 \quad (1-20)$$

式(1-20)称为回路电压方程或 KVL 方程。

列写 KVL 方程时, 首先设定各支路电压的参考方向, 指定回路的绕行方向。然后按绕行方向沿回路绕行一周。当支路电压的参考方向与回路的绕行方向一致时, 该支路电压前面取“+”号; 相反时, 取“-”号。此外, 各支路电压值本身也有正、负之分。所以, 在具体应用 KVL 时, 同样应注意两套正、负号在意义上的差别。

图 1.26 所示电路, 各支路电压参考方向如图中所标。回路 cedc 取逆时针绕行方向, 回路 bceb 和 adcba 取顺时针绕行方向, 分别写出 KVL 方程为

$$\begin{aligned} u_6 - u_7 - u_4 &= 0 \\ u_3 + u_6 - u_5 &= 0 \\ u_1 + u_2 - u_4 - u_3 &= 0 \end{aligned} \quad (1-21)$$

将式(1-21)改写为

$$u_1 + u_2 = u_4 + u_3 \quad (1-22)$$

沿回路 adcba 绕行方向, u_1 和 u_2 由“+”端到“-”端, 其电位降低, 称为电位降。而 u_4 和 u_3 沿绕行方向, 由“-”端到“+”端, 电位升高, 称为电位升。写成一般形式为

$$\sum u_{\text{降}} = \sum u_{\text{升}} \quad (1-23)$$

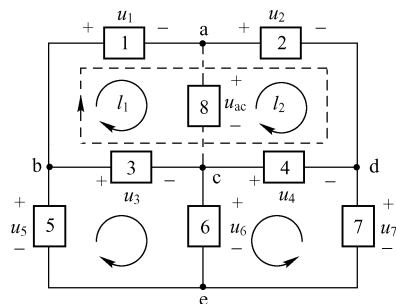


图 1.26

上式表明, KVL 也可叙述为: 对电路中的任一回路, 在任一时刻, 电位降的和等于电位升的和。电位降低, 表示支路吸收电能; 电位升高, 表示支路提供电能。所以, KVL 实质上是能量守恒原

理的体现。

下面介绍应用 KVL 计算两节点间电压的方法。比如求图 1.26 中节点 a、c 之间的电压 u_{ac} 。我们想像在节点 a、c 之间存在一条电压为 u_{ac} 的虚设支路,并把电路中含有虚设支路的回路称为虚设回路。在图 1.26 中,对虚设回路 l_1 ,应用 KVL,有

$$u_1 + u_{ac} - u_3 = 0$$

经移项,并考虑到 $u_{ab} = -u_1, u_{bc} = u_3$,可得

$$u_{ac} = -u_1 + u_3 = u_{ab} + u_{bc} \quad (1-24)$$

同理, u_{ac} 也可通过虚设回路 l_2 ,应用 KVL 求出,其结果是

$$u_{ac} = u_2 - u_4 = u_{ad} + u_{dc} \quad (1-25)$$

根据式(1-21)可得

$$-u_1 + u_3 = u_2 - u_4$$

所以式(1-24)、式(1-25)的计算结果是相同的。

以上讨论表明,在集中参数电路中,任意两点之间的电压与路径无关,其电压值等于该两点间任一路径上各支路电压的代数和。

关于基尔霍夫定律的应用,应着重注意以下两点:

(1) 基尔霍夫定律适用于任一集中参数电路,包括线性电路和非线性电路,也包括直流电路以及后面将要讨论的动态电路和正弦稳态电路。

对于集中参数电路,KCL 和 KVL 方程在任意时刻 t_k 均成立。

(2) 应用基尔霍夫定律前,应设定电路中支路电流或电压的参考方向,设定有关回路的绕行方向。列写 KCL、KVL 方程时,应注意方程中“两套正、负符号”的正确含义。

例 1-7 如图 1.27 电路,已知 $U_s = 10V, I_s = 5A, R_1 = 5\Omega, R_2 = 1\Omega$ 。

(1) 求电压源 U_s 的输出电流 I 和电流源 I_s 的端电压 U 。

(2) 计算各元件的吸收功率。

解 (1) 在图中标出 R_1 支路电流参考方向以及回路 l_1 、 l_2 的绕行方向。对回路 l_1 应用 KVL 可知 $U_{ab} = U_s = 10V$, 因此有

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{10}{5} = 2A$$

对节点 a, 写出 KCL 方程

$$I_1 - I - I_s = 0$$

求得电压源 U_s 的输出电流

$$I = I_1 - I_s = 2 - 5 = -3A$$

对回路 l_2 , 写出 KVL 方程

$$R_2 I_s + R_1 I_1 - U = 0$$

因此电流源 I_s 端电压为

$$U = R_2 I_s + R_1 I_1 = 5 + 10 = 15V$$

(2) 对于电阻元件

$$P_{R_1 \text{吸}} = I_1^2 R_1 = 2^2 \times 5 = 20W$$

$$P_{R_2 \text{吸}} = I_s^2 R_2 = 5^2 \times 1 = 25W$$

对于电流源、电压源,由于元件上电流电压参考方向非关联,所以

$$P_{I_s \text{吸}} = -U I_s = -(15 \times 5) = -75W$$

$$P_{U_s \text{吸}} = -U_s I = -10 \times (-3) = 30W$$

实际上,电流源 I_s 产生功率 75W,给电路提供电能。而电压源 U_s 吸收功率 30W,处于充电状态,在电路中起负载作用。

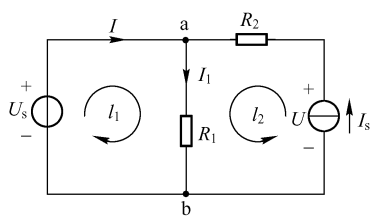


图 1.27 例 1-7 电路

本例结果表明,对一个完整电路来说,各元件吸收功率的代数和等于零,或者说电路中产生的功率等于消耗的功率,该结论称为电路的功率平衡。显然,这是能量守恒原理在电路中的体现。

1.6 电路等效

串联和并联是电阻元件最常见的两种连接方式,在进行电路分析时,往往用一个等效电阻代替,从而达到简化电路组成、减少计算量的目的。下面讨论串、并联电路分析以及等效电阻的计算和应用。

1.6.1 电阻的串联

图 1.28 是三个电阻串联的电路。电阻串联电路的特点是:

- (1) 根据 KCL,通过串联电阻的电流是同一个电流;
- (2) 根据 KVL,串联电路两端口总电压等于各个电阻上电压的代数和,即

$$u = u_1 + u_2 + u_3 \quad (1-26)$$

应用欧姆定律,有 $u_1 = R_1 i, u_2 = R_2 i, u_3 = R_3 i$

代入式(1-26),可得 $u = (R_1 + R_2 + R_3) i = Ri$ (1-27)

式中 $R = R_1 + R_2 + R_3$ (1-28)

称为三个串联电阻的等效电阻。

“等效”是电路分析中的一个基本概念。如果二端电路 N_1 、 N_2 的端口*伏安关系完全相同,就称 N_1 与 N_2 是互为等效的电路。按此定义,由于 N_1 和 N_2 的端口 VAR 相同,所以它们对外电路所起的作用也相同。或者说,互换 N_1 与 N_2 ,都不会改变外电路中任一处的电流和电压。这种等效电路之间的互换,称为等效变换。所谓等效,是指对外电路而言,它们的作用效果是相同的。

式(1-27)表明,图 1.28(a)、(b)电路的端口 VAR 相同,因此两个电路是等效的。用等效电阻代替串联电阻是一种等效变换,一方面能简化总体电路,另一方面又能保证不影响外接电路中的电流电压。这样,会给分析计算外电路中的未知量带来方便。

利用式(1-27)和 u_1 、 u_2 、 u_3 与电流的关系,可求得

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{R_1}{R} u, & p_1 &= i u_1 = i^2 R_1 \\ u_2 &= \frac{R_2}{R} u, & p_2 &= i u_2 = i^2 R_2 \\ u_3 &= \frac{R_3}{R} u, & p_3 &= i u_3 = i^2 R_3 \end{aligned} \right\} \quad (1-29)$$

该式表明,各串联电阻上的电压和消耗功率均与它们的电阻值成正比。

1.6.2 电阻的并联

图 1.29(a)是三个电阻并联的电路。电阻并联电路的特点是:

- (1) 根据 KVL,各并联电阻的端电压是同一个电压;
- (2) 根据 KCL,通过并联电路的总电流是各并联电阻中电流的代数和,即

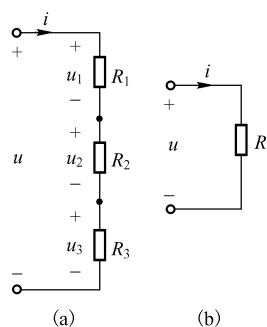


图 1.28 电阻串联电路及其等效电路

* 若电路的两个端子,一端子流入的电流等于另一端子流出的电流,则称这一对端子为端口。

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \quad (1-30)$$

应用欧姆定律,上式可表示为

$$i = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \frac{u}{R_3} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) u = \frac{u}{R} \quad (1-31)$$

$$\text{式中} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (1-32)$$

式(1-32)中的 R 称为并联电阻的等效电阻,它的倒数等于各个并联电阻倒数的总和。式(1-31)表明,等效电阻 R 满足式(1-32)关系时,图 1.29(b)与图 1.29(a)电路具有相同的伏安关系,对与其相连的外部电路而言,它们是互为等效的电路。

应用式(1-31)及 i_1 、 i_2 、 i_3 与电压 u 的关系,可求得

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{R}{R_1} i, & p_1 &= i_1 u = \frac{u^2}{R_1} \\ i_2 &= \frac{R}{R_2} i, & p_2 &= i_2 u = \frac{u^2}{R_2} \\ i_3 &= \frac{R}{R_3} i, & p_3 &= i_3 u = \frac{u^2}{R_3} \end{aligned} \right\} \quad (1-33)$$

上式表明,各个并联电阻中流过的电流和消耗的功率均与电阻值成反比。

对于只有两个电阻并联的电路,由上面结论可求得等效电阻的倒数

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

其等效电阻为

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = R_1 // R_2 \quad (1-34)$$

式中 $R_1 // R_2$ 表示电阻 R_1 、 R_2 的并联等效电阻。利用式(1-33)和式(1-34)求出支路电流为

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{R}{R_1} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \\ i_2 &= \frac{R}{R_2} i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i \end{aligned} \right\} \quad (1-35)$$

电路分析中,式(1-34)和式(1-35)经常运用,应该熟记。

同时含有电阻串联和并联的电路称为混联电路,这种电路可以根据电阻的实际连接方式,分别按串联或并联电路处理的方法来分析。

例 1-8 如图 1.30(a) 电路,已知 $u_s = 8\text{V}$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 1.6\Omega$, $R_3 = R_4 = 4\Omega$, $R_5 = 6\Omega$ 。求电流 i_1 和电阻 R_4 的消耗功率 p_4 。

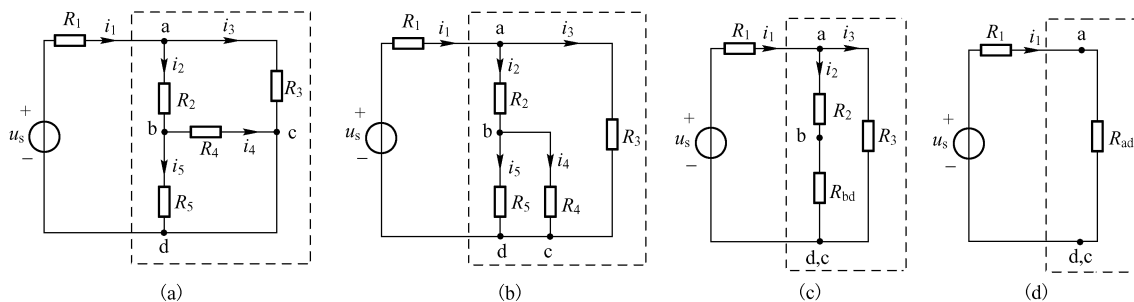


图 1.30 例 1-8 电路