

第 1 章 光的电磁理论

在光学发展的历史进程中,曾经出现过两种波动理论。一种是由荷兰物理学家惠更斯 1678 年提出,菲涅耳等人发展了的机械波理论,它把光看做机械振动在“以太”这种特殊介质中传播的波。另一种是麦克斯韦在 19 世纪 60 年代提出的电磁波理论,认为光是一种波长很短的电磁波。由于后人的实验否定了“以太”这种特殊介质的存在,也由于电磁波理论在阐明光学现象方面非常成功,所以人们就自然地抛弃了机械波理论,而代之以电磁波理论。光的电磁理论的确立,是光学发展进程中的一个重大飞跃,它极大地推动了整个物理学的发展。尽管现代光学产生了许多新的领域,并且许多光学现象需要用量子理论来解释,但是光的电磁理论仍然是阐明大多数光学现象,以及掌握现代光学的一个重要的基础。

本章将简要叙述光的电磁理论和它对一些光学现象所做的理论分析,包括光的电磁波性质,光在两介质界面上的反射、折射和在介质内部传播的性质,以及光的叠加性质等。本章也是全书的理论基础。

1.1 光的电磁波性质

1. 电磁场的波动性

在电磁学中已经学过,电磁场的普遍规律可以总结为麦克斯韦方程组。在没有自由电荷和传导电流的各向同性、均匀介质中,麦克斯韦方程组有如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \varepsilon\mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-1)$$

式中, \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 分别为电场强度和磁感强度, ε 和 μ 分别为介质的介电常数和磁导率。从麦克斯韦方程组可以导出 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 满足的波动微分方程:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.1-2)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (1.1-3)$$

式中

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (1.1-4)$$

方程(1.1-2)和(1.1-3)是线性微分方程,它们的通解是以速度 v 传播的各种形式波的叠加。这表明,电场和磁场的传播是以波动形式进行的,称为**电磁波**,其传播速度由式(1.1-4)给出。

根据式(1.1-4),真空中电磁波的传播速度为

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1.1-5)$$

式中, ϵ_0 和 μ_0 分别为真空中的介电常数和磁导率。已知 $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{C}^2$, 由此算得 $c = 2.99794 \times 10^8 \text{ m/s}$, 这个数值与实验中测出的真空中光速的数值非常接近(现在采用的真空中光速的最精确值为 $c = 2.997924562 \times 10^8 \text{ m/s} \pm 1.1 \text{ m/s}$)。在历史上麦克斯韦正是以此作为重要依据之一, 预言光是一种电磁波。有关光的电磁波性质请扫二维码。



2. 电磁波谱

除了光之外, 实验还证实 X 射线和 γ 射线也是电磁波。它们的波长比光波波长更短, 但本质上与光波和无线电波无异。如果按照波长或频率把电磁波排列成谱, 则有如图 1.1 所示的电磁波谱图。通常所说的光学区或光学频谱, 包括紫外线、可见光和红外线, 波长范围为 1 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) $\sim 1 \text{ mm}$ 。可见光是人眼可以感觉到的各种颜色的光波。它在真空中的波长范围约为 $390 \text{ nm} \sim 780 \text{ nm}$, 频率范围为 $7.69 \times 10^{14} \text{ Hz} \sim 3.84 \times 10^{14} \text{ Hz}$, 其中, 红光波长的范围约为 $620 \text{ nm} \sim 780 \text{ nm}$, 橙光 $590 \text{ nm} \sim 620 \text{ nm}$, 黄光 $560 \text{ nm} \sim 590 \text{ nm}$, 绿光 $500 \text{ nm} \sim 560 \text{ nm}$, 青光 $480 \text{ nm} \sim 500 \text{ nm}$, 蓝光 $450 \text{ nm} \sim 480 \text{ nm}$, 紫光 $390 \text{ nm} \sim 450 \text{ nm}$ 。在电磁波谱图上, 这是一个很窄的谱带。

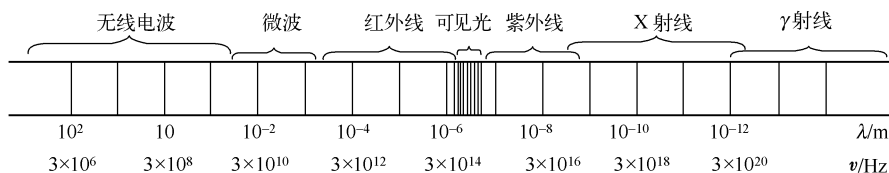


图 1.1 电磁波谱

3. 折射率

电磁波在真空中的传播速度与在介质中的传播速度之比称为介质的绝对折射率(简称折射率), 记为 n , 即

$$n = \frac{c}{v} \quad (1.1-6)$$

由式(1.1-4)和式(1.1-5)得

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (1.1-7)$$

式中, ϵ_r 和 μ_r 分别是相对介电常数和相对磁导率。除了磁性物质外, 大多数物质的 $\mu_r \approx 1$, 因此折射率也可以表示为

$$n = \sqrt{\epsilon_r} \quad (1.1-8)$$

上式称为麦克斯韦关系。表 1.1 列出了一些物质的 $\sqrt{\epsilon_r}$ 的数值(对低频电场测出)和对于钠光(波长 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$)的折射率 n 。可见, 对于化学结构简单的气体, 两者符合得很好。但对许多液体和固体, 两者相差较大。这不是说麦克斯韦关系不正确, 而是由于 $\sqrt{\epsilon_r}$ 的值(因而折射率)实

实际上与频率有关(色散现象,参见 1.7 节),并且液体和固体的折射率一般随频率有较大的变化。所以对于液体和固体,以高频光波测出的折射率与在低频电场下测出的 $\sqrt{\epsilon_r}$ 值相差较大。

表 1.1 一些物质的 $\sqrt{\epsilon_r}$ 数值和折射率数值(对钠光 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$)

气体[0℃, 1 大气压(101.325 kPa)]			液体(20℃)			固体(室温)		
物质	$\sqrt{\epsilon_r}$	n	物质	$\sqrt{\epsilon_r}$	n	物质	$\sqrt{\epsilon_r}$	n
空气	1.000294	1.000293	苯	1.51	1.501	金刚石	4.06	2.419
氦	1.000034	1.000036	水	8.96	1.333	琥珀	1.6	1.55
氢	1.000131	1.000132	乙醇	5.08	1.361	氧化硅	1.94	1.458
二氧化碳	1.00049	1.00045	四氯化碳	4.63	1.461	氯化钠	2.37	1.50

1.2 单色平面波和球面波

光波(电磁波)的波动方程(1.1-2)和(1.1-3)是两个偏微分方程,其解包括各种形式的光波。其中最简单和最基本的是具有单一频率的单色平面波和球面波,它们是很多实际光波的近似情况。例如,激光器发射出的激光,常用的所谓单色光源发出的光,都接近于单一频率的单色光。在一般情况下,即使实际光波不是单色波,它也可以利用傅里叶(Fourier)分析法分解为不同频率的单色光波带权重的叠加(见 1.9 节)。因此,对于单色光波的讨论具有实际意义,讨论的结果具有代表性。

单色光波和其他电磁波一样,包含一个变动电场和一个变动磁场,它们分别由 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 的一个函数表示。对单色光波来说,这个函数就是余弦函数或正弦函数。

1.2.1 单色平面波的表示

1. 余弦函数表示

沿直角坐标系的 z 轴方向,以速度 v 传播的单色平面波(图 1.2)可由如下 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 的余弦函数表示:

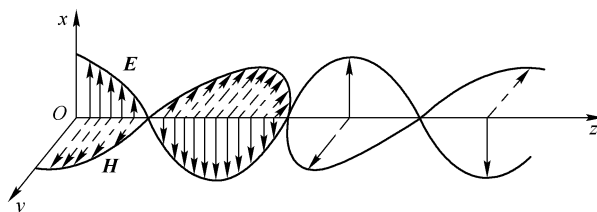


图 1.2 沿 z 方向传播的单色平面波

$$\mathbf{E} = \mathbf{A} \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) - \varphi_0 \right] \quad (1.2-1)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}' \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) - \varphi_0 \right] \quad (1.2-2)$$

式中, \mathbf{A} 和 \mathbf{A}' 是常矢量,分别为单色光波的电场和磁场振动的振幅, λ 和 v 分别是光波的波长和波速。余弦函数的整个自变量 $\left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) - \varphi_0 \right]$ 是光波的位相, φ_0 是初位相(对应于 $z=0$ 和 $t=0$ 的位相)。某一时刻位相相同的空间点的轨迹是光波的等相面或波面。显然,式(1.2-1)和式

(1.2-2)表示的单色光波的等相面是平面,所以它们表示单色平面波。应该注意,余弦位相因子 $\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z-vt) - \varphi_0\right]$ 有十分重要的意义,它决定电场和磁场随空间和时间的变化关系。例如,在时刻 $t=0$,位相因子是 $\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}z - \varphi_0\right]$,在 $\frac{2\pi}{\lambda}z - \varphi_0 = 0$ 处,即 $z = \frac{\lambda}{2\pi}\varphi_0$ 的平面上场有最大值,平面波处于波峰位置。在时刻 t' ,位相因子变为 $\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z' - vt') - \varphi_0\right]$,波峰移到 $\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z' - vt') - \varphi_0\right] = 0$ 处,即移到 $z' = vt' + \frac{\lambda}{2\pi}\varphi_0$ 的平面上。由此也可以看出,式(1.2-1)和式(1.2-2)的确表示平面波在 z 方向以速度 v 传播。

引入波矢量 \mathbf{k} ,其方向沿单色光波等相面的法线方向(在各向同性介质中, \mathbf{k} 的方向与波能量的传播方向(光线方向)相同),其大小(称波数)为

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.2-3)$$

注意到光波的频率(单位时间内光波场周期变化的次数)

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} \quad (1.2-4)$$

其中, T 为周期(光波场一次周期变化需要的时间)。并把 $2\pi\nu$ 称为角频率 ω ,即

$$\omega = 2\pi\nu \quad (1.2-5)$$

这样,式(1.2-1)又可以写为(设 $\varphi_0 = 0$)

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\cos(kz - \omega t) \quad (1.2-6)$$

和

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\cos\left[2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \quad (1.2-7)$$

磁场 \mathbf{B} 也有相似的形式(这里省略)。

单色平面波函数的最显著的特点是它的时间周期性和空间周期性,这表示单色光波是一种时间无限延续、空间无限延伸的波动;任何时间周期性和空间周期性的破坏,都意味着单色光波单色性的破坏。例如,图 1.3 所示的“单色波的一段”,即有限长波列这种波,不是严格意义上的单色波(见 1.9 节)。

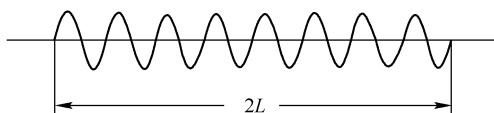


图 1.3 有限长波列——一种非单色波

前面已经介绍了用 T, ν, ω 这些量来表示单色光波的时间周期性。显然为了表示单色光波的空间周期性,也可以利用 $\lambda, \frac{1}{\lambda}, k\left(=\frac{2\pi}{\lambda}\right)$ 这些量,并分别把它们称为空间周期,空间频率(单位长度上的空间周期数)和空间角频率。单色光波的时间周期性和空间周期性紧密相关,彼此通过传播速度 v 由式(1.2-4)联系。

应该指出,对于在不同介质中的具有相同(时间)频率的单色光波,其空间频率并不相同。事实上,由式(1.2-4),空间周期(即波长)

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

由于在不同介质中,单色光波有不同的传播速度,所以它的空间周期或空间频率将不相同。设单色光波在真空中的空间周期(波长)为 λ_0 ,则有

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$$

因此, λ_0 和单色光波在介质中的 λ 的关系为

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad (1.2-8)$$

式中, n 是介质的折射率。

在上面的讨论中,假设平面波沿 xyz 坐标系的 z 轴方向传播,或者说,我们选取了一个特殊坐标系,使其 z 轴为平面波的传播方向。下面写出沿任意方向传播的平面波的波函数。

设平面波沿空间某一方向传播(图 1.4),建立一新坐标系 $x'y'z'$,并使新坐标系的 z' 轴取在平面波波矢 \mathbf{k} 的方向上,于是在新坐标系下平面波可以写为

$$E = A \cos(kz' - \omega t)$$

为了在 xyz 坐标系中表示平面波,应注意到

$$z' = \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}$$

式中, \mathbf{k}_0 是 \mathbf{k} 的单位矢, \mathbf{r} 是平面波波面 Σ 上任一点 P 的位置矢量。于是

$$E = A \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (1.2-9)$$

若设 \mathbf{k} 的方向余弦(即 \mathbf{k}_0 在 x, y, z 坐标轴上的投影)为 $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$,任意点 P 的坐标为 x, y, z ,那么式(1.2-9)也可以写成如下形式:

$$E = A \cos[k(x \cos\alpha + y \cos\beta + z \cos\gamma) - \omega t] \quad (1.2-10)$$

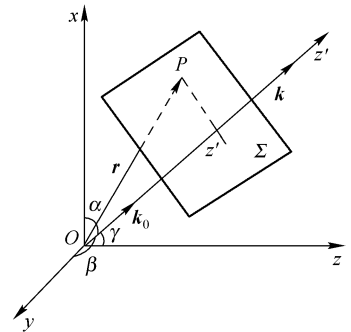


图 1.4 一般坐标下的平面波

2. 复指数函数表示

在光学中,常常把单色平面波的波函数写成复指数函数形式。例如波函数式(1.2-9),把它写成

$$E = A \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (1.2-11)$$

这样做的根据,一方面式(1.2-9)实际上是式(1.2-11)的实数部分,另一方面可以证明,对复数式进行线性运算(加、减、微分、积分)之后再取实数部分,与对余弦函数式进行同样运算所得的结果相同。由于复数运算比三角函数运算要简单,故上述替代将给我们的计算带来方便。但是应该指出,上述替代完全是形式上的,对于实际存在的光波场还应理解为式(1.2-11)的实数部分。

复数形式的波函数,其位相因子包括空间位相因子 $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ 和时间位相因子 $\exp(-i\omega t)$ 两部分,可以把它们分开写为

$$E = A \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$$

并把振幅和空间位相因子部分

$$\tilde{E} = A \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.2-12)$$

称为复振幅。这样,波函数就等于复振幅 \tilde{E} 和时间位相因子 $\exp(-i\omega t)$ 的乘积。复振幅表示场振动的振幅和位相随空间的变化(对单色平面波,空间各点的振幅相等),时间位相因子表示

场振动随时间的变化。显然,对于单色波传播到的空间各点,场振动的时相因子 $\exp(-i\omega t)$ 都相同,因此当我们只关心场振动的空间分布时(例如在光的干涉、衍射、成像等一类问题中),时相因子则无关紧要,常可略去不写,而只用复振幅来表示一个单色光波。

1.2.2 单色平面电磁波的性质

实验和理论(根据麦克斯韦方程组)证明,单色平面波具有如下性质:

(1) 它是矢量横波。电矢量和磁矢量在垂直于 \mathbf{k} 的方向上振动,即 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0$ 。 \mathbf{E} 的取向称为单色平面波的偏振方向。当 \mathbf{E} 的振动方向固定不变时,该光波称为线偏振光(详见第4章)。

(2) \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 互相垂直, $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 沿波矢 \mathbf{k} 方向,即 \mathbf{E} , \mathbf{B} 和 \mathbf{k} 三者构成右手螺旋系统,以式子表示就是

$$\mathbf{B} = \frac{1}{v}(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}) \quad (1.2-13)$$

(3) \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 同相,波传播过程中 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 同步地变化; \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 的振幅比为 v ,即

$$\frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{B}|} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = v \quad (1.2-14)$$

图 1.2 所示的单色平面波正是根据以上的三点性质画出的。

从以上的讨论可以看出,光波和其他电磁波一样,包含一个变动电场和一个变动磁场。从光的传播看,电场和磁场处于同等的地位,互相激发,不可分离;从式(1.2-13)看,已知 \mathbf{E} , 则 \mathbf{B} 也便确定了。但从光与物质相互作用看,光波中的电场和磁场的重要性并不相同,例如,光波对物质中带电粒子的作用,光波磁场的作用远比光波电场的作用为弱(详细说明请扫二维码);使照相底版感光和其他光接收器响应的是电场而不是磁场,对人眼视网膜起作用的也是电场。所以,在光学中通常把电矢量 \mathbf{E} 称为光矢量,把 \mathbf{E} 的振动称为光振动。在讨论光的场振动性质时,可以只考虑 \mathbf{E} 。



1.2.3 单色球面波

假设在真空中或各向同性的均匀介质中的 S 点放一个点光源(图 1.5),容易想象,从点光源发出的光波将以相同的速度向各个方向传播,经过一段时间后,电磁振动所达到的各点将构成一个以 S 为中心的球面。这表示点光源 S 发出的光波的等相面(波面)是球面,这种光波称为球面光波。

下面我们从一个简单的考虑出发,得出球面光波的标量表达式。由图 1.5 所示的球面光波的空间对称性,容易明白,只要研究从光源 S 出发的某一方向(如 \vec{SR} 方向)上各点的电磁场变化规律,就可以了解整个空间电磁场的情况。对于电磁场做余弦变化的单色球面波,在 \vec{SR} 方向上距离点光源 S 为 r 的 P 点的位相显然是 $(kr - \omega t)$ (假定源点的初位相为零),若 P 点的振幅为 A_r , 则 P 点的电场可以表示为

$$E = A_r \cos(kr - \omega t) \quad (1.2-15)$$

或以复数式表示为 $E = A_r \exp[i(kr - \omega t)]$ (1.2-16)

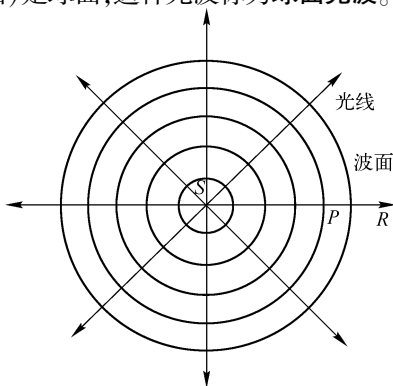


图 1.5 球面光波

对于球面波来说,其振幅 A_r 是随距离 r 变化的,因为单位时间内通过任一球面(波面)的能量相同,而随着球面的扩大,单位时间内通过单位面积的能量将越来越小。设距源点 S 为单式距离的 P_1 点和距源点 S 为 r 的 P 点的光强度分别用 I_1 和 I_p 表示,那么应有关系

$$I_1 \times 4\pi = I_p \times 4\pi r^2$$

因此
$$\frac{I_p}{I_1} = \frac{1}{r^2}$$

由于光强度与振幅的平方成正比,有

$$\frac{I_p}{I_1} = \frac{A_r^2}{A_1^2}$$

式中, A_1 是 P_1 点的振幅。由以上两式可得 $A_r = A_1/r$, 因此式(1.2-15)和式(1.2-16)应改写为

$$E = \frac{A_1}{r} \cos(kr - \omega t) \quad (1.2-17)$$

和
$$E = \frac{A_1}{r} \exp[i(kr - \omega t)] \quad (1.2-18)$$

其复振幅为
$$\tilde{E} = \frac{A_1}{r} \exp(ikr) \quad (1.2-19)$$

式(1.2-17)和式(1.2-18)表示球面简谐波的波函数。容易看出,球面波的振幅不再是常量,它与离开波源的距离 r 成反比;球面波的等相面是 r 为常量的球面。

当我们在离开波源很远的距离考察球面波时,若考虑区域与距离 r 相比很小,可忽略球面波振幅随 r 的变化,并可视球面波的波面为平面,即在考察区域内球面波可视为平面波。图 1.6 表示了这一情形,当距离 r 增大时,球面波波面的一部分渐渐变为平面波面。在光学中,只要把点光源放在足够远的位置,并且考察区域又比较小时,就可近似地把光波看成平面波,或者把点光源放在透镜的前焦点上,利用透镜的折射将球面光波变为平面光波。

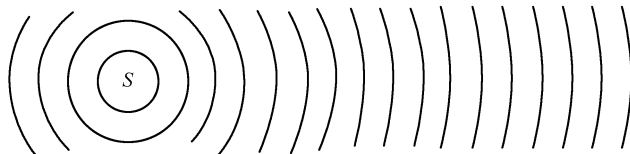


图 1.6 球面波面的一部分随距离增大而变为平面

例题 1.1 证明单色平面波的波函数 $E = A \cos(kz - \omega t)$ 是波动微分方程 $\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$ 的解。

证: 求 E 对 z 的一次和二次偏导数

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -Ak \sin(kz - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -Ak^2 \cos(kz - \omega t)$$

再求 E 对 t 的一次和二次偏导数

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -A\omega \sin(kz - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -A\omega^2 \cos(kz - \omega t)$$

因为

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$$

所以

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -A \frac{\omega^2}{v^2} \cos(kz - \omega t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

1.3 光源和光的辐射

1.3.1 光源

光波是由光源辐射出来的。任何一种发光的物体都可以称为**光源**。在光学实验中,常用的光源有热光源、气体放电光源和激光器三类。白炽灯(包括普通灯泡、卤素灯)为最常见的热光源,它是根据电流通过钨丝,使钨丝加热到约 2 100℃ 的白炽状态而发光的原理制成的。热光源发光光谱为连续光谱。太阳也是一种发出连续光谱的热光源。可见光区太阳的光谱如图 1.7(a)所示。

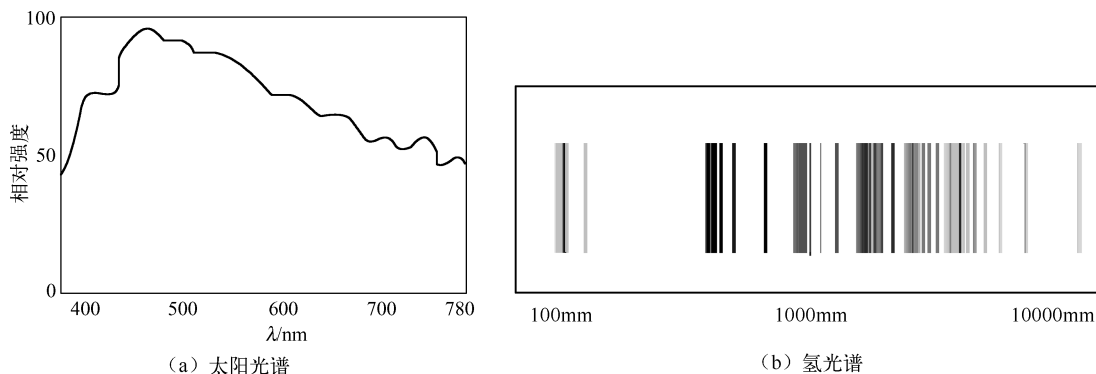


图 1.7 连续光谱与线状光谱

常见的气体放电光源有钠灯和汞灯,它们是利用钠蒸汽和汞蒸汽在放电管内进行弧光放电而发光的。它们的光谱为线状光谱。钠灯在可见光区有两条橙黄色谱线,波长分别为 589 nm 和 589.6 nm。汞灯在可见区内有 10 多条谱线,线状光谱如图 1.7(b)所示。

激光器是 1960 年问世的一类区别于热光源和气体放电光源的全新光源,它有方向性、单色性和空间相干性好的特点。激光光谱可以是线状光谱也可以是连续光谱。

1.3.2 光辐射的经典模型

光是一种电磁波,那么,光源发光就是物体辐射电磁波的过程。我们知道,一个物体微观上可以认为是由大量分子、原子所组成的,物体发光就是组成物体的分子、原子发光过程。大多数物体发光属于原子发光类型,因此这里只研究原子发光的情况。光的电磁场理论把原子发光看做原子内部的电偶极子的辐射。原子由带正电的原子核和带负电的绕核运动的电子组成,在外界能量(热能、电能或光能)的激发下,由于原子核和电子的剧烈运动和相互作用,原子的正电中心和负电中心常不重合,且正负电中心的距离在不断地变化,从而形成一个振荡电偶极子(图 1.8)。设原子核所带的电荷为 q ,正负电中心的距离为 l (方向由负电中心指向正电中心),则该



图 1.8 电偶极子模型

原子系统的电偶极矩为

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l} \quad (1.3-1)$$

振荡电偶极子振荡的最简单模式是电偶极矩随时间做简谐(余弦或正弦式)变化,这时有

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 \exp(-i\omega t) \quad (1.3-2)$$

式中, \mathbf{p}_0 是电偶极矩的振幅, ω 是角频率。

既然受激发的原子是一个振荡电偶极子,它必定在周围空间产生交变的电磁场,即辐射出光波。电偶极子辐射的电磁场,可以应用麦克斯韦方程组进行计算,这种计算将在电动力学的课程中讨论。这里仅给出计算结果,并做简单分析。

(1) 简谐振动的电偶极子在距离它很远的任意点 P (图 1.9) 辐射的电磁场的数值为

$$E = \frac{\omega^2 p_0 \sin\psi}{4\pi\epsilon v^2 r} \exp[i(kr - \omega t)] \quad (1.3-3)$$

$$B = \frac{\omega^2 p_0 \sin\psi}{4\pi\epsilon v^3 r} \exp[i(kr - \omega t)] \quad (1.3-4)$$

式中, r 是电偶极子到 P 点的距离, ψ 是 \mathbf{r} 与电偶极子轴线之间的夹角, $v \left(= \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \right)$ 是电磁波的传播速度, ω 是波的角频率,与电偶极子的振荡角频率相同。以上两式表明,电偶极子辐射的电磁波是一个以电偶极子为中心的发散球面波。但是,与上节讨论的理想球面波不同,电偶极子辐射的球面波的振幅随 ψ 角变化。

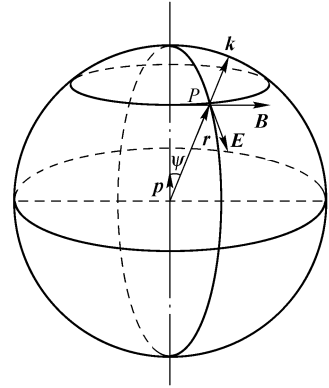


图 1.9 电偶极子辐射的球面电磁波

(2) \mathbf{E} 在 \mathbf{p} 和 \mathbf{r} 所在的平面内振动, \mathbf{B} 在与之垂直的平面内振动, \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 又都同时垂直于波的传播方向。 \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{k} 三者组成右手螺旋系统,如图 1.9 所示。这一结果再一次证明电磁波(光波)是横波。并且,由于 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 始终保持在各自的一个平面内振动,所以振荡电偶极子辐射的光波又是(线)偏振的。

(3) \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 的振动始终同位相,它们的大小也可由下列关系给出:

$$\sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H \quad (1.3-4)$$

式中, H 是磁场强度 \mathbf{H} 的大小。在各向同性线性物质中, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ 。

1.3.3 辐射能

振荡电偶极子不断地向外辐射,由于辐射的电磁场具有确定的能量,所以在辐射过程中伴随着电磁能量的传播。在电磁学里已经知道,为了描述电磁能量的传播,引进辐射强度矢量或称坡印廷(J. H. Poynting, 1852—1914) 矢量 \mathbf{S} 。矢量的大小等于单位时间内通过垂直于传播方向的单位面积的电磁能量,矢量的方向取能量的流动方向。它可以表示为

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1.3-5)$$

对于光波来说,电场和磁场的变化极其迅速,变化频率在 10^{14} Hz 的数量级,所以 \mathbf{S} 的值也是迅速变化的,人眼和现时任何其他接收器都不能接收 \mathbf{S} 的瞬时值,而只能接收 \mathbf{S} 的平均值。电偶极子辐射的电磁场的辐射强度瞬时值为^①

^① 这里应注意不能对复数形式的波函数进行相乘运算,故取波函数的余弦形式。

$$S = EH = \frac{\omega^4 p_0^2 \sin^2 \psi}{16\pi^2 \varepsilon v^3 r^2} \cos^2(kr - \omega t) \quad (1.3-6)$$

这是一个周期变化的函数,它在周期 T 内的平均值为

$$\begin{aligned} \langle S \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T S dt = \frac{\omega^4 p_0^2 \sin^2 \psi}{16\pi^2 \varepsilon v^3 r^2 T} \int_0^T \cos^2(kr - \omega t) dt \\ &= \frac{\omega^4 p_0^2}{32\pi^2 \varepsilon v^3 r^2} \sin^2 \psi \end{aligned} \quad (1.3-7)$$

上式表明,电偶极子辐射强度的平均值与电偶极子振荡的振幅平方成正比,与辐射的电磁波的频率的四次方成正比(与波长的四次方成反比),同时还与角 ψ 有关。

按照上一节的讨论,电偶极子辐射的球面波在考察区域离电偶极子很远时,也可以视为平面波。对于平面波, S 的平均值,即 $\langle S \rangle$ 有很简单的形式:

$$\begin{aligned} \langle S \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T S dt = v\varepsilon A^2 \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(kz - \omega t) dt \\ &= \frac{1}{2} v\varepsilon A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} A^2 \end{aligned} \quad (1.3-8)$$

式中, A 是平面波的振幅。在光学中,通常把辐射强度的平均值 $\langle S \rangle$ 称为**光强度**,以 I 表示。上式表明,光波的光强度与它的场振动的振幅平方成正比。在光学的许多问题中,需要研究的是同一介质光场中某个平面上的相对光强度分布,这时 I 与 A^2 之间的比例系数并不重要,常可略去而把上式写为

$$I = A^2 \quad (1.3-9)$$

1.3.4 实际光波

本节的讨论假定电偶极子的电偶极矩在做简谐变化,辐射出如式(1.3-3)所表示的无限延续的球面光波,显然这只是一理想情况,实际情形远非如此。实际上由于原子的剧烈运动,彼此间不断地碰撞,原子系统的辐射过程常常被中断,因此原子发光是间歇的。即使在最好的条件下(如稀薄气体发光),原子每次发光的持续时间也极短,约为 10^{-9} s。这样,原子发出的光波是由一段段有限长的称为**波列**的光波组成的。每一段波列的振幅在持续时间内保持不变或缓慢减小,前后各段波列之间没有固定的位相关系,其场矢量的振动方向也可能不同,这种对实际光波的描述可用图 1.10 粗略地表示出来。

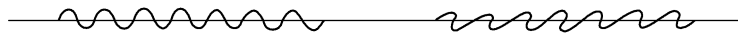


图 1.10 原子辐射由一段段波列组成

其次,普通光源(如热光源、气体放电光源)辐射的光波没有偏振性。这是因为普通光源由大量原子和分子组成,这些原子和分子形成的电偶极子的振动方向杂乱无章,并不沿着某一特定方向。另外,如上所述,在观察时间内每个原子发生了多次辐射,各次辐射的振动方向和初位相也是无规则的。因此普通光源发出的光波的振动在垂直于传播方向的平面内,各个方向都是可能的,在各个可能的振动方向上没有一个振动方向较之其他方向更占优势。这样的光波称为**自然光**。所以说,普通光源辐射的光不是偏振光而是自然光。

1.4 光在介质分界面上的反射和折射

电磁波从一种介质传播到另一种介质,在分界面上其电磁场量是不连续的。但它们的边值之间仍存在一定的关系,通常把这种关系称为电磁场的边值关系,其中有两个重要的关系为

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (1.4-1)$$

和

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \quad (1.4-2)$$

式中, \mathbf{n} 为界面法线单位矢量。以上两式表明,光波通过介质 1 和介质 2 的界面时,界面两边的电场强度和磁场强度的切向(沿界面)分量相等。下面根据这两个边值关系来研究平面光波在两介质分界面上的反射和折射问题。

1.4.1 反射定律和折射定律

反射定律和折射定律是我们熟知的。当一个单色平面光波射到两种不同介质的分界面上时,一般情形下将分成两个波:一个反射波和一个折射波。从上述两个边值关系可以说明两个波的存在,并导出反射和折射定律。

设介质 1 和介质 2 的分界面为无穷大平面,单色平面波从介质 1 射到分界面上(图 1.11)。入射平面波在界面上产生的反射波和折射波也应该为平面波。设入射波、反射波和折射波的波矢分别为 \mathbf{k}_1 、 \mathbf{k}'_1 和 \mathbf{k}_2 ,角频率分别为 ω_1 、 ω'_1 和 ω_2 ,那么三个波可表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= A_1 \exp[i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)] \\ \mathbf{E}'_1 &= A'_1 \exp[i(\mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r} - \omega'_1 t)] \\ \mathbf{E}_2 &= A_2 \exp[i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)] \end{aligned} \right\} \quad (1.4-3)$$

式中,位置矢量 \mathbf{r} 的原点可选取分界面上某点 O ;此外,由于三个波的初位相可以不同,故振幅 A_1 、 A'_1 和 A_2 一般都是复数。由边值关系,即式(1.4-1),并注意到介质 1 中的电场强度是入射波和反射波的电场强度之和,得到

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}'_1) = \mathbf{n} \times \mathbf{E}_2$$

将式(1.4-3)中 \mathbf{E}_1 、 \mathbf{E}'_1 和 \mathbf{E}_2 的波函数代入上式,有

$$\mathbf{n} \times A_1 \exp[i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)] + \mathbf{n} \times A'_1 \exp[i(\mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r} - \omega'_1 t)] = \mathbf{n} \times A_2 \exp[i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)] \quad (1.4-4)$$

上式对任何时刻 t 都成立,各指数必须相等,这就要求式中各项 t 的系数相等,即

$$\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2 \quad (1.4-5)$$

表明入射波、反射波和折射波的频率必须相等。又由于式(1.4-4)对整个界面上的位置矢量 \mathbf{r} 都成立,所以在界面上有

$$\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} \quad (1.4-6)$$

或写成

$$(\mathbf{k}'_1 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r} = 0 \quad (1.4-7)$$

和

$$(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r} = 0 \quad (1.4-8)$$

由于它们对分界面上任意的位置矢量 \mathbf{r} 都成立,故 $(\mathbf{k}'_1 - \mathbf{k}_1)$ 和 $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$ 与界面垂直,即与界面法线平行。这就是说, \mathbf{k}_1 、 \mathbf{k}'_1 和 \mathbf{k}_2 共面,同在入射面内。这是反射定律和折射定律的第一个内容。

下面再确定反射波和折射波波矢的方向。如图 1.11 所示,设入射角、反射角和折射角分

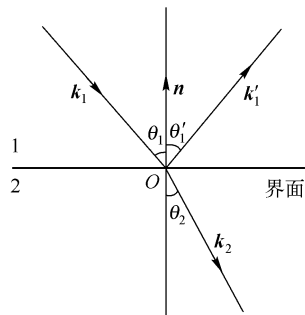


图 1.11 平面波在界面上反射和折射

别为 θ_1 、 θ'_1 和 θ_2 , 在介质 1 和介质 2 中光波的传播速度分别为 v_1 和 v_2 , 则有

$$k_1 = k'_1 = \omega/v_1$$

和

$$k_2 = \omega/v_2$$

因而由式(1.4-7), 得到

$$k_1 r \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right) = k_1 r \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta'_1\right)$$

或

$$\theta_1 = \theta'_1 \quad (1.4-9)$$

即反射角等于入射角。这是反射定律的第二个内容。

再由式(1.4-8), 可得

$$k_1 r \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right) = k_2 r \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_2\right)$$

也可写成

$$\frac{\sin \theta_1}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{v_2}$$

或

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (1.4-10)$$

式中, n_1 和 n_2 分别是介质 1 和介质 2 的折射率。这是折射定律的第二个内容。

1.4.2 菲涅耳公式

下面进一步导出表示反射光、折射光与入射光振幅和位相关系的菲涅耳公式。

对于电矢量 E_1 垂直入射面和平行于入射面的入射平面波, 其反射光和折射光的振幅和位相关系并不相同, 所以有必要对这两种情形分别予以讨论。自然, 入射光的电矢量 E_1 可以在垂直于传播方向的平面内取任意方向, 但是总可以把 E_1 分解为垂直于入射面的分量 E_{1s} 和平行于入射面的分量 E_{1p} (图 1.12), 这就是说, 可以把入射光分解为电矢量垂直于入射面和平行于入射面的 s 波和 p 波, 然后分别予以讨论。此外, 由于我们的讨论涉及反射波和折射波的位相, 所以还有必要规定 s 波和 p 波电矢量的“正”向和“负”向。我们规定 E_s 的正向沿 y 轴方向, 即与图面垂直并指向读者; E_p 的正向如图中所示。不用说, 这只是一种约定, 实际上 E_s 和 E_p 的正向可选为上述方向, 也可选为与之相反的方向而不会影响结果的普遍性。

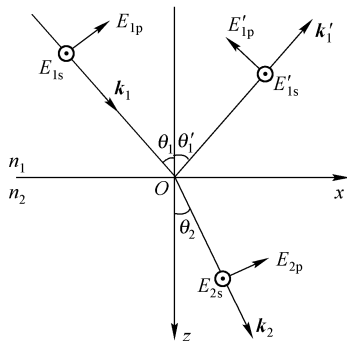


图 1.12 电矢量 E_1 的两个互相垂直分量 E_s 和 E_p

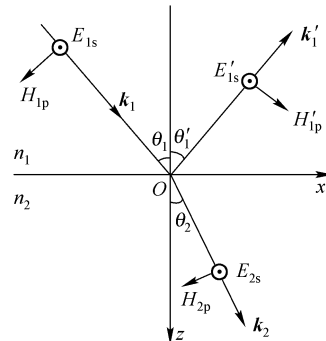


图 1.13 s 波的 E 和 H 的正向

1. s 波的反射系数和透射系数

当入射平面波是电矢量垂直于入射面的 s 波时, 电矢量的正向和相联系的磁矢量的方向

如图 1.13 所示。假定在界面处入射波、反射波和折射波同时取正向或负向,或者说三个波同相,则根据边值关系,即式(1.4-1)和式(1.4-2),应有

$$E_{1s} + E'_{1s} = E_{2s} \quad (1.4-11)$$

和
$$H_{1p} \cos \theta_1 - H'_{1p} \cos \theta_1 = H_{2p} \cos \theta_2 \quad (1.4-12)$$

由式(1.2-14)、式(1.1-8)和 $\mu \approx \mu_0$, 得到

$$H_p = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_s = n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_s$$

因此,式(1.4-12)可写为

$$n_1 E_{1s} \cos \theta_1 - n_1 E'_{1s} \cos \theta_1 = n_2 E_{2s} \cos \theta_2$$

将式(1.4-3)代入式(1.4-11)和上式,注意各指数项相等并利用折射定律,便可得到

$$A_{1s} + A'_{1s} = A_{2s}$$

和
$$\cos \theta_1 \sin \theta_2 (A_{1s} - A'_{1s}) = A_{2s} \sin \theta_1 \cos \theta_2$$

由以上两式可求出反射波和入射波的振幅比

$$r_s = \frac{A'_{1s}}{A_{1s}} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (1.4-13)$$

以及折射波和入射波的振幅比

$$t_s = \frac{A_{2s}}{A_{1s}} = \frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (1.4-14)$$

r_s 和 t_s 分别称为 **s** 波的反射系数和透射系数,而以上两式就是关于 **s** 波的非涅耳公式。

2. p 波的反射系数和透射系数

p 波的电矢量的正向和相联系的磁矢量的方向如图 1.14 所示。设在界面处入射波、反射波和折射波同时取正向或负向,因而由边值关系式(1.4-1)和式(1.4-2),可得

$$E_{1p} \cos \theta_1 - E'_{1p} \cos \theta_1 = E_{2p} \cos \theta_2 \quad (1.4-15)$$

和
$$H_{1s} + H'_{1s} = H_{2s} \quad (1.4-16)$$

利用式(1.2-14),可把式(1.4-16)用电场表示为

$$n_1 (E_{1p} + E'_{1p}) = n_2 E_{2p}$$

再用折射定律把上式写为

$$\sin \theta_2 (E_{1p} + E'_{1p}) = E_{2p} \sin \theta_1$$

将式(1.4-3)代入式(1.4-15)和上式分别得到

$$\cos \theta_1 (A_{1p} - A'_{1p}) = A_{2p} \cos \theta_2$$

和
$$\sin \theta_2 (A_{1p} + A'_{1p}) = A_{2p} \sin \theta_1$$

由以上两式可求得反射波与入射波的振幅比

$$r_p = \frac{A'_{1p}}{A_{1p}} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} \quad (1.4-17)$$

和折射波与入射波的振幅比

$$t_p = \frac{A_{2p}}{A_{1p}} = \frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)} \quad (1.4-18)$$

r_p 和 t_p 分别称为 **p** 波的反射系数和透射系数,式(1.4-17)和式(1.4-18)则是对于 **p** 波的非涅耳公式。

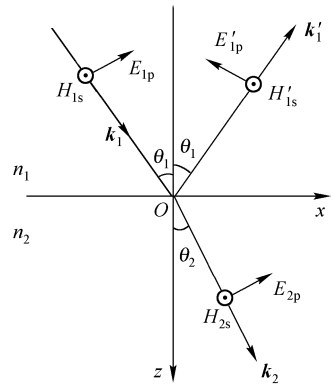


图 1.14 p 波的 E 和 H 的正向

总结起来,菲涅耳公式包括式(1.4-13)、式(1.4-14)、式(1.4-17)和式(1.4-18)。在正入射或入射角很小时(这时 $\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta$, $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} \approx \frac{\theta_1}{\theta_2} \approx n$, 其中 $n = n_2/n_1$ 为相对折射率),容易证明菲涅耳公式有如下简单形式:

$$r_s = \frac{A'_{1s}}{A_{1s}} = -\frac{n-1}{n+1} \quad (1.4-19)$$

$$t_s = \frac{A_{2s}}{A_{1s}} = \frac{2}{n+1} \quad (1.4-20)$$

$$r_p = \frac{A'_{1p}}{A_{1p}} = \frac{n-1}{n+1} \quad (1.4-21)$$

$$t_p = \frac{A_{2p}}{A_{1p}} = \frac{2}{n+1} \quad (1.4-22)$$

1.4.3 菲涅耳公式的讨论

下面分别对 $n_1 < n_2$ (光从光疏介质射到光密介质) 和 $n_1 > n_2$ (光从光密介质射到光疏介质) 两种情况进行讨论。

1. $n_1 < n_2$

设 $n_1 = 1, n_2 = 1.5$ (如最常见的光从空气射向玻璃), 这时根据菲涅耳公式画出的 r_s, r_p, t_s 和 t_p 随入射角 θ_1 的变化曲线如图 1.15 所示。由图可见, t_s 和 t_p 相差不大, 并都随入射角 θ_1 的增大而减小。当 $\theta_1 = 0^\circ$ 时, t_s 和 t_p 均等于 0.8; 当 $\theta_1 = 90^\circ$ 时, t_s 和 t_p 等于零, 没有折射光波。对于反射光波, 当 $\theta_1 = 0^\circ$ 时, $|r_s|$ 和 r_p 等于 0.2; 而当 θ_1 增大时, r_p 先随 θ_1 的增大而减小, 至入射角 θ_1 满足 $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ 时(这时 θ_1 记为 θ_B), $r_p = 0$ 。经过 θ_B 后, $|r_p|$ 随 θ_1 增大而增大, 当 $\theta_1 = 90^\circ$ 时, $|r_p| = 1$ 。 $|r_s|$ 则随 θ_1 的增大而单调地从 0.2 增大到 1。

菲涅耳公式不仅给出了反射光和折射光的振幅随入射角的变化关系, 也给出了反射光和折射光与入射光的位相关系。由图 1.15 可以看出, 不管 θ_1 为何值, r_s 总是负的, 即 A'_{1s} 与 A_{1s} 总是异号。因此, 在界面上 \mathbf{E}'_{1s} 和 \mathbf{E}_{1s} 应取相反方向, 当 \mathbf{E}_{1s} 在入射光中取正方向时, \mathbf{E}'_{1s} 在反射光中取负方向, 反之亦然。这表示对于 s 波, 在界面上反射光振动相对于入射光振动总有 π 的位相跃变。对于 r_p , 情况稍复杂一些。当 $\theta_1 + \theta_2 < 90^\circ$, 即 $\theta_1 < \theta_B$ 时, r_p 为正; 而当 $\theta_1 + \theta_2 > 90^\circ$, 即 $\theta_1 > \theta_B$ 时, r_p 为负。前一情形表示在界面上 p 波的 \mathbf{E}'_{1p} 和 \mathbf{E}_{1p} 在反射光和入射光中同取正方向或负方向, 后一情形表示 \mathbf{E}'_{1p} 和 \mathbf{E}_{1p} 分别取正(负)方向和负(正)方向。当 $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ 时, $r_p = 0$, 表示这时 p 波没有反射, 全部透入介质 2。

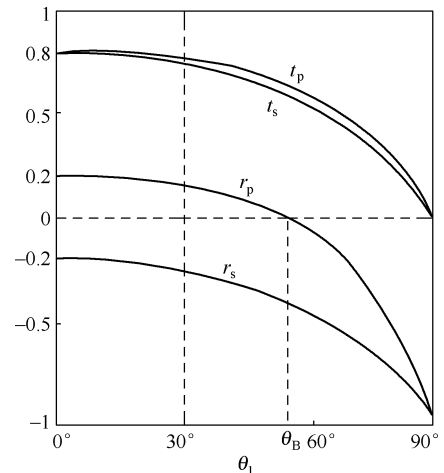


图 1.15 r_s, r_p, t_s 和 t_p 随 θ_1 变化曲线
($n_1 = 1, n_2 = 1.5, \theta_B = 56^\circ 40'$)

图 1.16 绘出了在三种不同入射角下在分界面反射时电矢量的取向情况。这里设入射平面波的电矢量为 \mathbf{E}_1 , 反射光电矢量 \mathbf{E}'_1 的准确取向应根据菲涅耳公式计算出 A'_{1s} 和 A'_{1p} 来决定

(参阅例题 1.3), 图中 E'_1 是示意画出的。由图 1.16 不难看出, 在入射角很小和入射角接近 90° (掠入射) 两种情形下, E'_{1s} 和 E_{1s} , E'_{1p} 和 E_{1p} 的方向都正好相反 (尽管在入射角很小时, 形式上有 $r_p > 0$), 这表示在上述两种情形下, s 波和 p 波在界面上反射时其电矢量的方向都发生突然的反向, 或者说振动的位相突然改变 π 。由此可以得出结论: 当平面波在接近正入射或掠入射下从光疏介质与光密介质的分界面反射时, 反射光振动相对于入射光振动发生了 π 的位相跃变。这一结论在讨论光的干涉现象时极为重要。通常, 我们把反射时发生的 π 位相跃变称为“半波损失”, 意即反射时损失了半个波长。

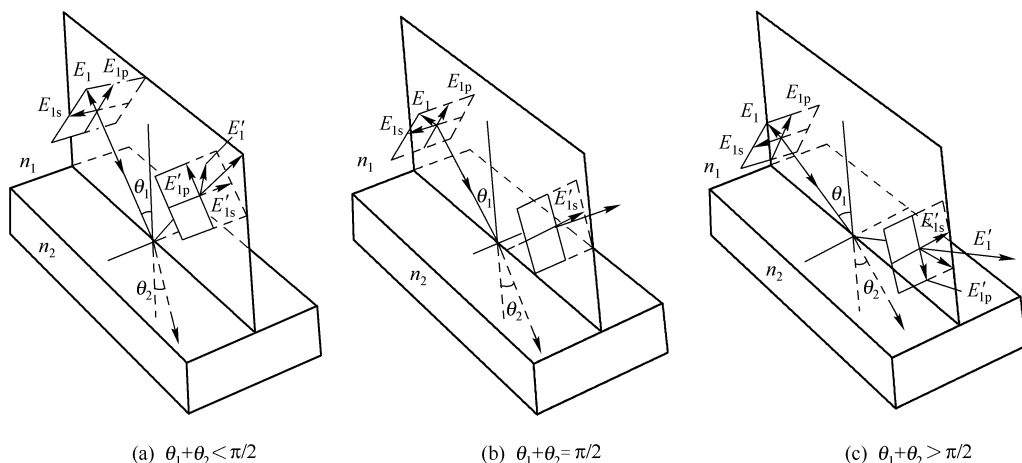


图 1.16 不同入射角下平面波在分界面反射时电矢量取向的变化 ($n_1 < n_2$)

对于平面波在一般斜入射的情形, 由图 1.16 可以看出, 反射光和入射光 p 波的电矢量成一定的角度, 这时讨论它们的位相差没有什么意义。

2. $n_1 > n_2$

再看平面波从光密介质入射到光疏介质 ($n_1 > n_2$) 的情况。设 $n_1 = 1.5, n_2 = 1$, 根据菲涅耳公式画出的 r_s, r_p, t_s 和 t_p 随入射角 θ_1 的变化关系如图 1.17 所示。与 $n_1 < n_2$ 的情况 (图 1.15) 比较, 有两点值得注意:

(1) 入射角 $\theta_1 \geq \theta_c$ 时 (θ_c 为 $\theta_2 = 90^\circ$ 时对应的入射角, 即全反射临界角), r_s 和 r_p 变为复数, 但模值为 1, 这表示发生了全反射现象 (见下节);

(2) 在 $\theta_1 < \theta_c$ 时, 关于 r_s 和 r_p 的正负号的结论将与 $n_1 < n_2$ 的情况得到的结论相反, 因而在 $n_1 > n_2$ 的情况下反射光在界面上不会发生位相跃变。

上面主要讨论了反射波。对于折射波, 在 $n_1 < n_2$ 和 $n_1 > n_2$ 两种情况下, 透射系数 t_s 和 t_p 都大于零, 透射时 s 波和 p 波的电矢量取向都不会突然反向, 因而不会有 π 的位相跃变。

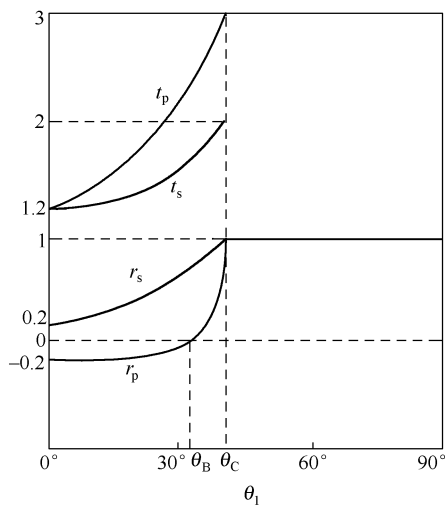


图 1.17 r_s, r_p, t_s 和 t_p 随 θ_1 变化关系 ($n_1 = 1.5, n_2 = 1$)

1.4.4 反射率和透射率

由菲涅耳公式还可以得到入射波、反射波和折射波的能量关系。我们知道,平面波的光强度由下式给出[见式(1.3-8)]:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} A^2$$

它表示单位时间内通过垂直于传播方向的单位面积的能量。如果把入射波的强度记为 I_1 , 则每秒入射到分界面单位面积上的能量为(参考图 1.18)

$$W_1 = I_1 \cos\theta_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} A_1'^2 \cos\theta_1$$

而反射波和折射波每秒从分界面单位面积带走的能量为

$$W_1' = I_1' \cos\theta_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} A_1'^2 \cos\theta_1$$

$$W_2 = I_2 \cos\theta_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} A_2'^2 \cos\theta_2$$

式中, I_1' 和 I_2 分别为反射波和折射波的强度。因此在分界面上反射波、折射波与入射波的能量流之比为

$$R = \frac{W_1'}{W_1} = \frac{I_1'}{I_1} = \frac{A_1'^2}{A_1^2} \quad (1.4-23)$$

$$T = \frac{W_2}{W_1} = \frac{I_2 \cos\theta_2}{I_1 \cos\theta_1} = \frac{n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1} \frac{A_2'^2}{A_1^2} \quad (1.4-24)$$

式(1.4-24)中利用了 $\mu_1 = \mu_2$ 的关系, R 和 T 分别称为反射率和透射率。根据能量守恒定律, 应有

$$R + T = 1 \quad (1.4-25)$$

将菲涅耳公式代入式(1.4-23)和式(1.4-24), 可得到 s 波的反射率和透射率的表达式

$$R_s = \left(\frac{A_{1s}'}{A_{1s}} \right)^2 = \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (1.4-26)$$

$$T_s = \frac{n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1} \left(\frac{A_{2s}}{A_{1s}} \right)^2 = \frac{n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1} \frac{4 \sin^2\theta_2 \cos^2\theta_1}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (1.4-27)$$

p 波的反射率和透射率的表达式为

$$R_p = \left(\frac{A_{1p}'}{A_{1p}} \right)^2 = \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (1.4-28)$$

$$T_p = \frac{n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1} \left(\frac{A_{2p}}{A_{1p}} \right)^2 = \frac{n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1} \frac{4 \sin^2\theta_2 \cos^2\theta_1}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \quad (1.4-29)$$

同样应有

$$\left. \begin{aligned} R_s + T_s &= 1 \\ R_p + T_p &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (1.4-30)$$

通常遇到入射光为自然光的情况, 这时可以把自然光分成 s 波和 p 波, 它们的能量相等, 都等于自然光能量的一半, 即

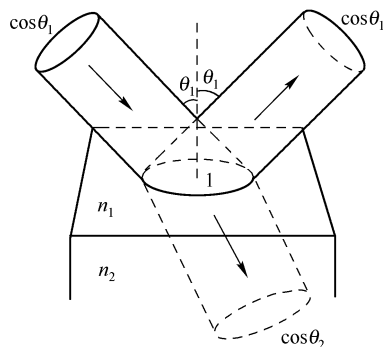


图 1.18 反射和折射时光束截面积的变化
(设界面上光束面积为 1)

$$W'_{1s} = W'_{1p} = \frac{1}{2}W_1$$

因此自然光的反射率为

$$R_n = \frac{W'_1}{W_1} = \frac{W'_{1s} + W'_{1p}}{W_1} = \frac{W'_{1s}}{2W_{1s}} + \frac{W'_{1p}}{2W_{1p}} = \frac{1}{2}(R_s + R_p)$$

将式(1.4-26)和式(1.4-28)代入上式,得到自然光反射率随入射角变化的关系

$$R_n = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \right] \quad (1.4-31)$$

图 1.19 给出了光在空气和玻璃界面 ($n_1 = 1, n_2 = 1.52$) 反射时 R_s, R_p, R_n 随入射角变化的曲线。可见,自然光在 $\theta_1 < 45^\circ$ 时其反射率几乎不变,约等于正入射时的反射率;而正入射时自然光的反射率为

$$R_n = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 + \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \right] = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad (1.4-32)$$

在 $n_1 = 1, n_2 = 1.52$ 的情形下, $R_n = 0.043$, 即约有

4% 的光能量在界面上反射。对于一些结构复杂的光学系统,即使是近于正入射下入射的,但由于反射面过多,光能量的反射损失也是相当严重的。例如,一个包含 6 块透镜的系统,反射面共有 12 面;假定透镜的折射率同为 1.52,光在各面的入射角都很小,则透过该系统的光能量为

$$W_2 = (1 - 0.043)^{12} W_1 = 0.59 W_1$$

即由于反射损失了 41% 的能量。现代的变焦距物镜有 10 多个透镜,光能的反射损失将非常严重。为了减少光能的反射损失,近代光学技术普遍采用在光学元件表面镀增透膜的方法。有关它的原理,将在第 2 章里讨论。

例题 1.2 一光束入射到空气和火石玻璃 ($n_1 = 1, n_2 = 1.7$) 界面,问在什么角度下入射恰可使电矢量平行于入射面分量(p 波)的反射系数 $r_p = 0$?

解 根据菲涅耳公式

$$r_p = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

当 $r_p = 0$ 时, $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$ 。记这时的 θ_1 为 θ_B , 因此

$$\theta_B + \theta_2 = \pi/2$$

或者

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_B$$

由折射定律 $n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin \theta_2 = n_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta_B \right) = n_2 \cos \theta_B$

故

$$\tan \theta_B = n_2 / n_1 = 1.7$$

求得

$$\theta_B = 59^\circ 32'$$

这时的入射角称为**布儒斯特角**。光束在这一角度下入射到界面,反射光的电矢量没有平行于入射面的分量。如果入射光是自然光,反射光则变为偏振光,其电矢量的振动垂直于入

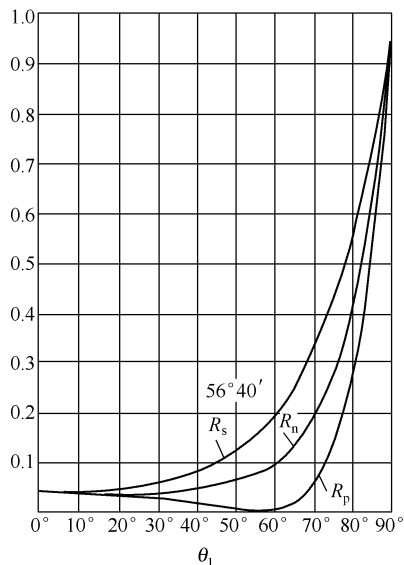


图 1.19 R_s, R_p 和 R_n 随入射角 θ_1 的变化 ($n_1 = 1, n_2 = 1.52$)

射面。

例题 1.3 电矢量振动方向与入射面成 45° 的偏振光入射到两种介质的分界面, 介质 1 和介质 2 的折射率分别为 $n_1 = 1, n_2 = 1.5$ 。问入射角 $\theta_1 = 60^\circ$ 时反射光中电矢量与入射面所成角度是多少?

解 当 $\theta_1 = 60^\circ$ 时, 由折射定律有

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1 \sin\theta_1}{n_2}\right) = \arcsin\left(\frac{\sin 60^\circ}{1.5}\right) = \arcsin 0.577 = 35^\circ 14'$$

$$r_s = -\frac{\sin(60^\circ - 35^\circ 14')}{\sin(60^\circ + 35^\circ 14')} = -\frac{0.419}{0.996} = -0.421$$

$$r_p = \frac{\tan(60^\circ - 35^\circ 14')}{\tan(60^\circ + 35^\circ 14')} = -\frac{0.461}{10.92} = -0.042$$

因此, 反射光电矢量的振动方向与入射面所成的角度为 (参见图 1.16(c))

$$\alpha = \arctan\left(\frac{0.421}{0.042}\right) = 84^\circ 18'$$

1.5 全反射和隐失波

光波从光密介质射向光疏介质 ($n_1 > n_2$) 时, 根据折射定律, $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} < 1$ 。若 $\sin\theta_1 > \frac{n_2}{n_1}$, 会有 $\sin\theta_2 > 1$, 这是没有意义的, 我们不可能求出任何实数的折射角。事实上, 这时没有折射光, 入射光全部反射回介质 1, 这个现象称为全反射。满足 $\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$ 的入射角就是全反射临界角, 相应的折射角 $\theta_2 = 90^\circ$ 。下面再从波动光学的观点讨论全反射时光波在界面上的一些有意义的性质。

1.5.1 反射系数和位相变化

在全反射时, 虽然实数的折射角 θ_2 不再存在, 但形式上可以利用折射定律以 θ_1 来表示 θ_2 :

$$\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin\theta_1 = \frac{\sin\theta_1}{n} \quad (1.5-1)$$

$$\cos\theta_2 = \pm i \sqrt{\frac{\sin^2\theta_1}{n^2} - 1} \quad (1.5-2)$$

式中, $n = n_2/n_1$ 。下面的讨论将会说明, $\cos\theta_2$ 表达式中根号前只能取正号, 即

$$\cos\theta_2 = i \sqrt{\frac{\sin^2\theta_1}{n^2} - 1} \quad (1.5-3)$$

将式(1.5-1)和式(1.5-3)代入式(1.4-13)和式(1.4-17), 分别得到 s 波的反射系数

$$r_s = \frac{\cos\theta_1 - i \sqrt{\sin^2\theta_1 - n^2}}{\cos\theta_1 + i \sqrt{\sin^2\theta_1 - n^2}} \quad (1.5-4)$$

和 p 波的反射系数