

对口升学考试数学全真冲刺试卷（五）

（本卷满分 100 分，考试时间 150 分钟）

一、选择题（共 10 题，每小题 3 分，共 30 分。每小题只有一个选项符合题意，请将正确的选项序号填在题后的括号内）

- 全集 $U = \{x \in N | x < 10\}$ ，集合 $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{3, 4, 5, 6\}$ ，则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()。
A. $\{2, 3, 4, 5, 6\}$ B. $\{1, 7, 8, 9\}$ C. $\{0, 1, 7, 8, 9\}$ D. $\{0, 1, 2, 6, 7, 8, 9\}$
- 设 $a, b, c \in R$ ，则“ $b^2 = ac$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的 ()。
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 设 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，且 $f(x+2) = f(x)$ $x \in R$ ，则 $f(4) =$ ()。
A. -4 B. 0 C. 2 D. 4
- 已知函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ ，则下列结论正确的是 ()。
A. $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{2\pi}{3}$ 对称
B. $f(x)$ 的图像关于点 $(\frac{\pi}{4}, 0)$ 对称
C. 把 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到一个偶函数的图像
D. $f(x)$ 的最小正周期为 π ，且在 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 上为减函数
- 等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_4 + a_7 = 39$ ， $a_2 + a_5 + a_8 = 33$ ，则 $a_3 + a_6 + a_9 =$ ()。
A. 30 B. 27 C. 24 D. 21
- 已知 a, b 是夹角为 60° 的两个单位向量，则 $|a - b| =$ ()。
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
- 已知 $10^a = 3$ ， $10^b = 5$ ，则 $\log_5 12 =$ ()。
A. $\frac{a-2b+2}{b}$ B. $\frac{a+2b-2}{b}$ C. $\frac{2a+b-2}{b}$ D. $\frac{2a-b+2}{b}$
- 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ，则它的渐近线方程为 ()。
A. $y = \pm \frac{1}{4}x$ B. $y = \pm \frac{1}{3}x$ C. $y = \pm \frac{1}{2}x$ D. $y = \pm x$
- 若圆锥的高等于底面直径，则它的底面积与侧面积之比为 ()。
A. $1:\sqrt{2}$ B. $1:\sqrt{3}$ C. $1:2$ D. $1:\sqrt{5}$

10. 已知 $(2x^2 - \frac{1}{x})^n$ 的展开式的常数项是第 5 项，则正整数 n 的值为 ()。

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

二、填空题（共 8 题，每小题 3 分，共 24 分，把答案填在题中的横线上）

- 若 $t \in \left\{ \frac{1-t}{1+t} \right\}$ ，则实数 t 的值为_____。
- 若不等式 $|ax - 3| < 5$ 的解集为 $(-1, 4)$ ，则实数 $a =$ _____。
- $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ$ 的值为_____。
- 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，若 $a_1 \cdot a_9 = 64$ ， $a_3 + a_7 = 20$ ，则 $q^2 =$ _____。
- 设向量 $a = (-2, 2)$ ， $b = (4, -1)$ ， $c = (2, 0)$ ，若 $c = xa + yb$ ，则 $x - y =$ _____。
- 以坐标原点为圆心，且与直线 $3x - 4y + 5 = 0$ 相切的圆的方程为_____。
- 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 B_1 到直线 AC 的距离为_____。
- 在射击中，甲、乙两人击中目标的概率分别为 0.7 和 0.6，若两人同时进行一次射击，则目标被击中的概率为_____。

三、计算题（每小题 8 分，共 24 分）

- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和是 S_n ，且 $2S_n = 1 - a_n$ 。
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
(2) 令 $b_n = \log_3 a_n$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

20. 若抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 上的两点 A, B 的横坐标恰是方程 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 的两实根.

求直线 AB 的方程.

21. 7 名同学站成一排, 求下列各种情况的排法总数.

(1) 甲、乙、丙 3 名同学站在一起;

(2) 甲、乙两名同学相邻, 但与丙不相邻.

四、证明题 (每小题 6 分, 共 12 分)

22. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是边长为 a 的菱形, 侧棱 $PD = a, PA = PC = \sqrt{2}a$.

求证: $PD \perp$ 平面 $ABCD$.

23. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $2\sin B \cos A = \sin A \cos C + \cos A \sin C$, 且 $b \cos C = c \cos B$.

求证: $\triangle ABC$ 是等边三角形.

五、综合题 (10 分)

24. 已知函数 $f(x^2 - 1) = \log_a \frac{x^2}{2 - x^2} (0 < a < 1)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式, 并判断 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 解关于 x 的不等式 $f(x) > 0$.