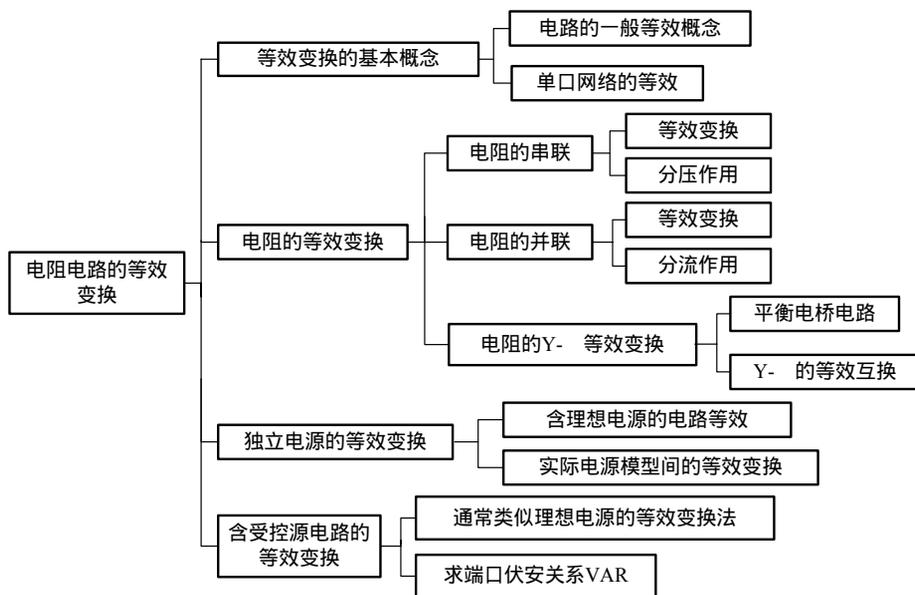


第 2 章 简单电阻电路的等效变换

2.1 本章知识结构及要点

2.1.1 本章知识结构



2.1.2 知识要点和难点

1. 知识要点

- (1) 纯电阻电路的等效变换。
- (2) 电阻 Y- Δ 连接的等效变换。
- (3) 含独立电源电路中常用的等效变换规律，尤其是两种实际电源模型间的等效变换。
- (4) 含受控源电路的等效变换。

2. 知识难点

(1) 电阻 Y- Δ 连接的等效变换。这是双口电阻网络的等效变换，需根据相应的等效变换公式计算 Y 连接或 Δ 连接中的电阻参数。

(2) 两种实际电源模型间的等效变换、含电源电路的等效化简，尤其是含受控源电路的最简等效电路的求解。

两种实际电源模型间的等效变换：将电压源串联一个电阻等效成电流源并联一个电阻时，等效前后电阻不变， $i_s = \frac{u_s}{R_s}$ ，其电流方向箭头指向电压源正极。将电流源并联一个电阻等效成电压源串联一个电阻时，等效前后电阻不变， $u_s = R_s i_s$ ，其电压源正极为电流源箭头方向。

含受控源电路的等效：受控电源的等效变换与独立源的变换方法相同，但应注意控制变量不能改变，所以一般情况下在进行等效变换时要将控制支路保留。

含源电路的最简等效电路求解：线性无源电阻电路的最简等效电路形式为一个等效输入电阻。求含受控源电路的最简等效电路时，除了应用一般的等效变换规律外，常需要通过端口伏安关系式（VAR）确定其最简等效电路的形式。由于受控源不是真正的独立源，但是具有独立电源的特性，又有线性电阻的特性，因此线性含源电阻电路无论是否含有受控源，其最简等效电路形式通常为实际电源模型，极限情况下等效为纯电阻或独立源。即根据端口的伏安关系式，其含受控源电路的最简等效电路中不含有受控源。

2.2 本章教材习题全解

2.2.1 填空题

1. 图 2.2.1 电路中的等效电阻 $R_{ab} = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ 。
2. 已知 3 个阻值为 9Ω 的电阻做 Δ 形连接，若要等效变换为 Y 形连接，则对应 Y 形连接下的阻值 $R_Y = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ 。
3. 某单口网络为 $4V$ 的理想电压源与 3Ω 的电阻相并联，则其对外的等效电路为 。
4. 如图 2.2.2(a) 所示电压源模型，其等效的电流源模型如图 2.2.2(b) 所示，则 $i_s = \underline{\hspace{2cm}} A$ ， $R_0 = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ 。

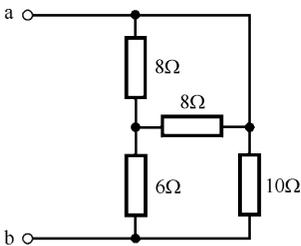


图 2.2.1

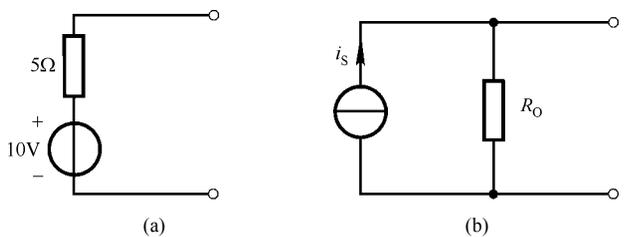


图 2.2.2

5. 若要将电源置零，即将电压源做 处理，电流源做 处理。（开路、短路）
6. 若电阻 $R_1 = 3\Omega$ 和 $R_2 = 9\Omega$ 并联，当并联电路端口总电流 $I = 12A$ 时，电阻 R_1 中的电流大小为 A。
7. 已知 3 个串联电阻的功率分别为 $P_{R_1} = 36W$ ， $P_{R_2} = 18W$ ， $P_{R_3} = 54W$ ，电阻 $R_1 = 4\Omega$ ，则电阻 $R_2 = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ ， $R_3 = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ 。
8. 若理想电流源 $i_s = 2A$ 与其他元件串联，则该串联支路对外的等效电路为 。

9. 图 2.2.3 中, 当开关 S 闭合时, 电流 $i = 4 \text{ A}$, 则电阻 $R = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ 。当开关 S 打开时, $u = \underline{\hspace{2cm}} \text{ V}$ 。

10. 电路如图 2.2.4 所示, 则 $u = \underline{\hspace{2cm}} \text{ V}$, $i = \underline{\hspace{2cm}} \text{ A}$ 。

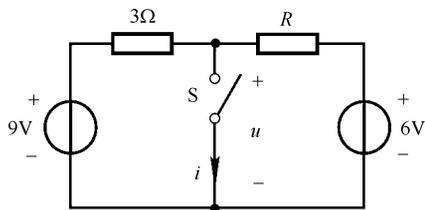


图 2.2.3

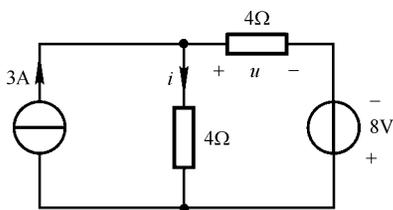


图 2.2.4

参考答案:

1. 5Ω ; 2. 3Ω ; 3. 4V 电压源; 4. 2, 5; 5. 短路, 开路;
6. 9; 7. 2, 6; 8. 2A 电流源; 9. 6, 8; 10. 10, 0.5

2.2.2 选择题

1. 有 3 个电导并联, 已知 $G_1 = 1\text{S}$, $G_2 = 2\text{S}$, $G_3 = 3\text{S}$; 若在 3 个并联电导两端外加电流 $i_s = 6 \text{ A}$ 的电流源, 则各电导流过的电流分别为_____。

- A. $i_{G1} = 1 \text{ A}$, $i_{G2} = 2 \text{ A}$, $i_{G3} = 3 \text{ A}$ B. $i_{G1} = 3 \text{ A}$, $i_{G2} = 2 \text{ A}$, $i_{G3} = 1 \text{ A}$
C. $i_{G1} = 2 \text{ A}$, $i_{G2} = 3 \text{ A}$, $i_{G3} = 1 \text{ A}$ D. $i_{G1} = 3 \text{ A}$, $i_{G2} = 1 \text{ A}$, $i_{G3} = 2 \text{ A}$

2. 关于 n 个串联电阻电路的特性描述, 下列哪个叙述是错误的_____。

- A. 串联电路端口的总电压为各个电阻上的电压相加。
B. 各个串联电阻上的电流为同一电流。
C. 串联电阻中阻值大的电阻分到的电压大。
D. n 个串联电阻的等效电阻为各个串联电阻之和。

3. 将图 2.2.5(a)所示电路等效变换为图 2.2.5(b), 其等效参数 i_s 、 R_s 分别为_____。

- A. $i_s = 6 \text{ A}$, $R_s = 1 \Omega$ B. $i_s = 10 \text{ A}$, $R_s = 1 \Omega$
C. $i_s = 4 \text{ A}$, $R_s = 5 \Omega$ D. $i_s = 4 \text{ A}$, $R_s = 1 \Omega$

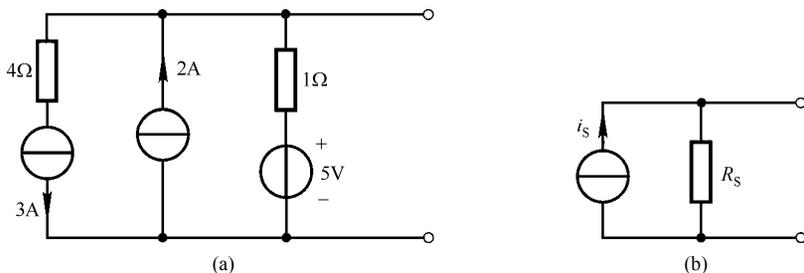


图 2.2.5

4. 单口网络如图 2.2.6 所示, 则 a 、 b 端口的等效电阻 $R_{\text{eq}} = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ 。

- A. 4 B. 15 C. 20 D. 25

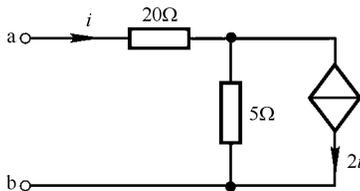


图 2.2.6

5. 关于电源等效变换的关系, 下列叙述哪个是正确的_____。

- A. n 个电压源串联, 可以等效为一个电压源 u_S , 其数值为 n 个串联电压源的电压相加。
 B. 当一个电压源 u_S 与一个电流源 i_S 串联时, 可以等效为电压源 u_S 。
 C. 当一个理想电压源与一个实际电压源相并联时, 可等效为实际电压源。
 D. 实际电源模型的相互等效, 只对外特性等效, 而电源内部是不等效的。

参考答案: 1. A; 2. A; 3. D; 4. B; 5. D

2.2.3 计算题

1. 电路如图 2.2.7 所示, 求电阻值 R 在不同情况下的 u 、 i_1 和 i_2 。

- (1) $R = 6\Omega$; (2) $R \rightarrow \infty$; (3) $R = 0\Omega$ 。

解:

(1) $R = 6\Omega$ 时, $i_1 = i_2 = \frac{1}{2} \times \frac{10}{2+3} = 1\text{A}$, $u = 6i_1 = 6\text{V}$ 。

(2) $R \rightarrow \infty$ 时, 相当于开路,

$$i_1 = \frac{10}{6+2} = 1.25\text{V}, \quad i_2 = 0\text{A}, \quad u = 6i_1 = 7.5\text{V}$$

(3) $R = 0\Omega$ 时, 相当于短路, $i_1 = 0\text{A}$, $u = 0\text{V}$, $i_2 = \frac{10}{2} = 5\text{A}$ 。

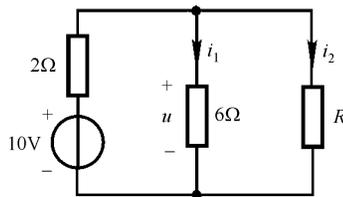


图 2.2.7 计算题 1 电路图

2. 一支电压为 10V、功率为 0.5W 的测电笔接到 12V 的电源上, 应串多大的电阻才能使它正常工作?

解: 测电笔的额定电流为 $I = \frac{P}{U} = \frac{0.5}{10} = 0.05\text{A}$, 应串联的电阻为 $R = \frac{12-10}{I} = 40\Omega$ 。

3. 有 220V、60W 和 220V、100W 的灯泡各一只, 将它们并联在 220V 电源上, 哪盏灯亮? 若串联在 220V 电源上, 哪盏灯亮? 为什么?

解:

220V、60W 灯泡的阻值为 $R_1 = \frac{U^2}{P} = 806.7\Omega$, 该灯泡设为 A。

220V、100W 的灯泡阻值为 $R_2 = \frac{U^2}{P} = 484\Omega$, 该灯泡设为 B。

将灯泡 A 和灯泡 B 并联在 220V 的电源上, 根据电阻消耗功率的公式 $P = \frac{U^2}{R}$, 阻值小的灯泡 B 更亮; 若将两灯泡串联在 220V 的电源上, 则根据功率公式 $P = I^2R$ 可知阻值大的灯泡 A 更亮。

4. 在图 2.2.8 所示电路中, 求 u 、 i 和电压源提供的功率。

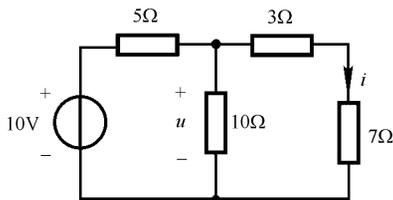


图 2.2.8 计算题 4 电路图

解: 从电压源两端看入的总电阻为 $R_{\text{eq}} = 5 + \frac{10 \times (3+7)}{10+3+7} = 10\Omega$ 。

由分流公式得 $i = \frac{10}{R_{\text{eq}}} \times \frac{10}{10+3+7} = \frac{10}{10} \times \frac{1}{2} = 0.5\text{A}$, $u = (3+7)i = 5\text{V}$ 。

电压源提供的总功率为 $P = \frac{10^2}{R_{\text{eq}}} = \frac{10 \times 10}{10} = 10\text{W}$ 。

5. 求图 2.2.9 所示电路中的各电阻支路的电流。

解: 并联电路总电导为 $G = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4}\text{S}$ 。

根据分流公式可得 $i_1 = \frac{G_1}{G} i = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}} \times 9 = 2\text{A}$, $i_2 = \frac{G_2}{G} i = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}} \times 9 = 4\text{A}$,

$$i_3 = i_4 = \frac{G_3}{G} i = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{4}} \times 9 = 1.5\text{A}$$

6. 求图 2.2.10(a)所示电路中的 i 和 u 。

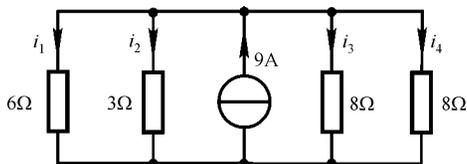


图 2.2.9 计算题 5 电路图

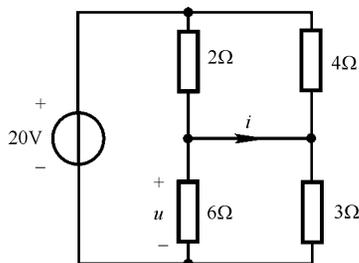


图 2.2.10 计算题 6 电路图

解: 由分压公式可得 $u = \frac{\frac{3 \times 6}{3+6}}{\frac{2 \times 4}{2+4} + \frac{3 \times 6}{3+6}} \times 20 = \frac{2}{\frac{4}{3} + 2} \times 20 = 12\text{V}$,

由 KCL 及电阻 VAR 得 $i = \frac{20-u}{2} - \frac{u}{6} = 2\text{A}$ 。

7. 对图 2.2.11 中的每个单口网络, 求 a、b 两端的等效电阻。

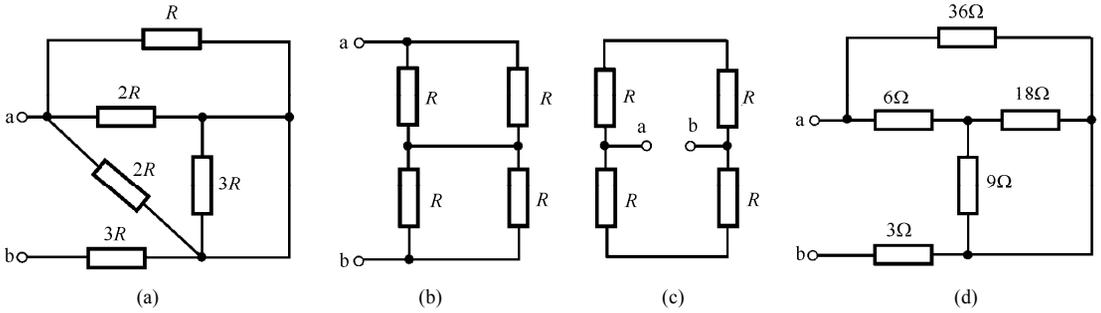


图 2.2.11 计算题 7 电路图

解：图 2.2.11(a)中，其中一个电阻 $3R$ 被短路，应用电阻串并联有

$$R_{ab} = R // 2R // 2R + 3R = 3.5R$$

图 2.2.11(b)中， $R_{ab} = R // R + R // R = R$ 。

图 2.2.11(c)中， $R_{ab} = (R + R) // (R + R) = R$ 。

图 2.2.11(d)中， $R_{ab} = 36 // (6 + 18 // 9) + 3 = 12\Omega$ 。

8. 求图 2.2.12 所示电路中的 i 。

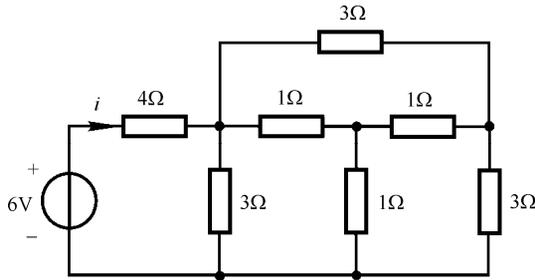


图 2.2.12 计算题 8 电路图

解：利用电阻 Y 形网络和 Δ 形网络的等效变换，将图 2.2.12 中 1Ω 电阻构成的 Y 形网络变换为 Δ 形网络， $R_{\Delta} = 3R_Y$ ，如图 2.2.13(a)所示。

利用电阻串并联，将图 2.2.13(a)进一步等效化简为图 2.2.13(b)，得

$$i = \frac{6}{4 + \frac{(1.5 + 1.5) \times 1.5}{1.5 + 1.5 + 1.5}} = 1.2A$$

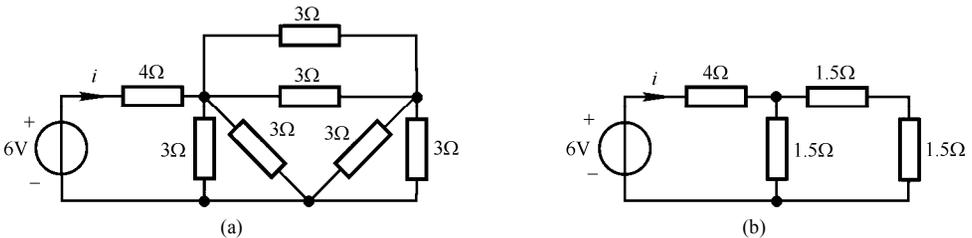


图 2.2.13 计算题 8 等效电路

9. 在图 2.2.14(a)所示电路中，当 R 取不同值时，求电压源的电流 i 和提供功率。

(1) $R = 6\Omega$ ；(2) $R = 7.5\Omega$ 。

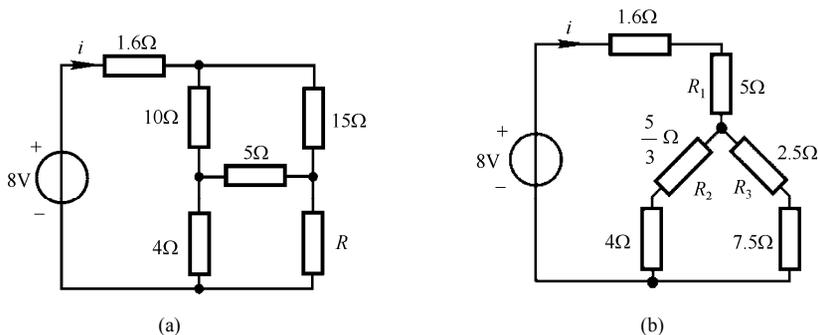


图 2.2.14 计算题 9 电路图

解:

(1) 图 2.2.14(a)中, $R = 6\Omega$ 时, 电路的电桥网络为平衡电桥, 有

$$R_{\text{eq}} = 1.6 + 10 // 15 + 4 // 6 = 10\Omega, \quad i = \frac{8}{10} = 0.8\text{A}, \quad P = i^2 R_{\text{eq}} = 6.4\text{W}$$

(2) 若 $R = 7.5\Omega$ 时, 将上面的 $\Delta(10\Omega, 15\Omega, 5\Omega)$ 等效为 Y 形网络, 如图 2.2.14(b) 所示。

$$\text{其中, } R_1 = \frac{10 \times 15}{10 + 15 + 5} = 5\Omega, \quad R_2 = \frac{10 \times 5}{10 + 15 + 5} = \frac{5}{3}\Omega, \quad R_3 = \frac{5 \times 15}{10 + 15 + 5} = 2.5\Omega,$$

$$R_{\text{eq}} = 1.6 + 5 + \frac{\left(\frac{5}{3} + 4\right) \times (2.5 + 7.5)}{\frac{5}{3} + 4 + 2.5 + 7.5} = 10.217\Omega$$

$$\text{解得电压源的输出电流为 } i = \frac{8}{R_{\text{eq}}} = \frac{8}{10.217} = 0.783\text{A}$$

电压源提供的功率为 $P = 8 \cdot i = 6.264\text{W}$ 。

10. 化简图 2.2.15 所示的各单口网络。

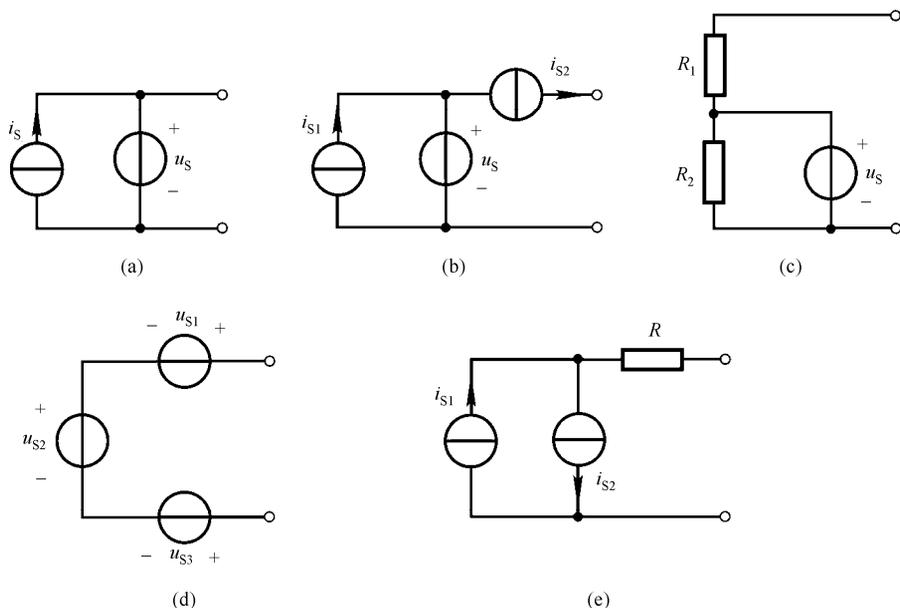


图 2.2.15 计算题 10 电路图

解：根据等效变换的基本规律，列得图 2.2.15 中的各电路相应的最简等效电路，如图 2.2.16 所示。

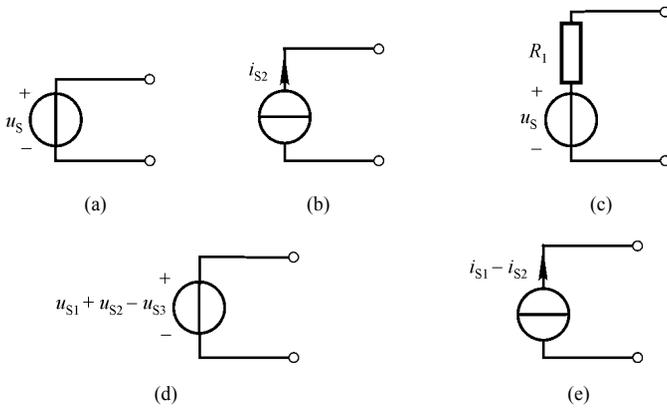


图 2.2.16 计算题 10 等效电路

11. 将图 2.2.17 中各单口网络等效为最简电路形式。

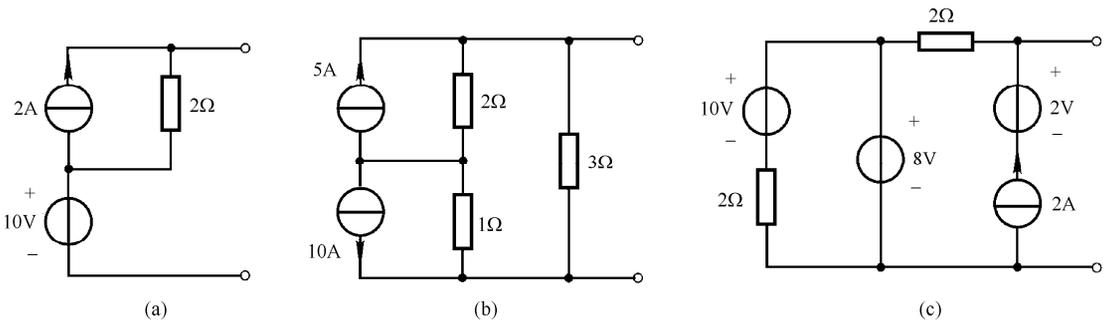


图 2.2.17 计算题 11 电路图

解：利用基本等效规律和电源等效变换，可将图 2.2.17 中的各个电路进行化简，等效过程如图 2.2.18 所示。

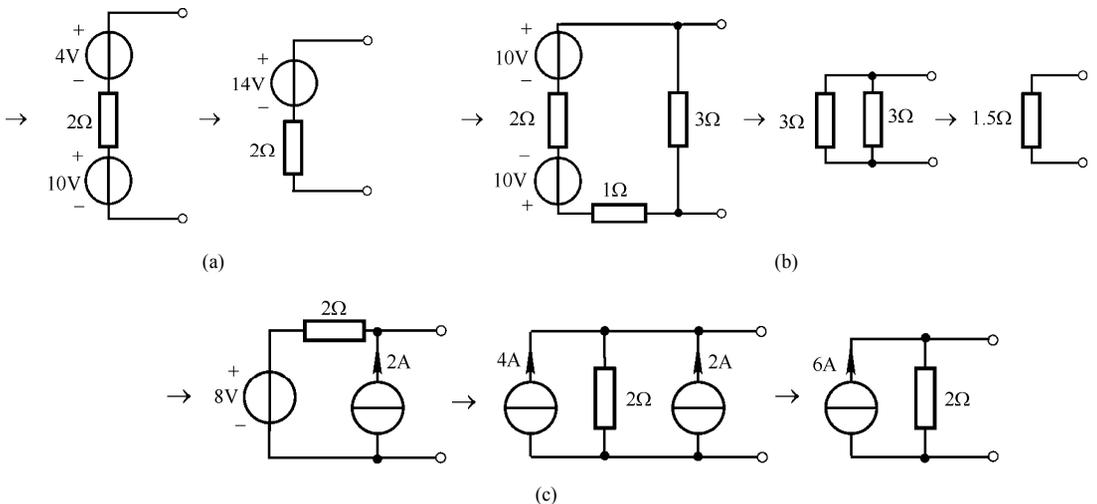


图 2.2.18 图 2.2.17(a)、(b)、(c)等效化简过程

12. 求图 2.2.19 所示电路 a、b 端口的等效电阻。

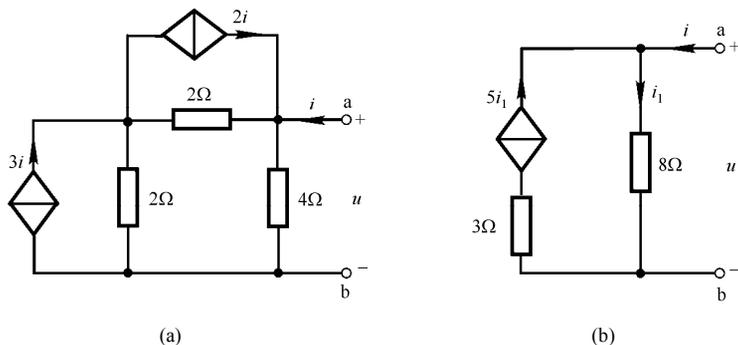


图 2.2.19 计算题 12 电路图

解：(1) 根据等效规律先对图 2.2.19(a)所示的电路逐步化简等效，等效过程如图 2.2.20 所示。

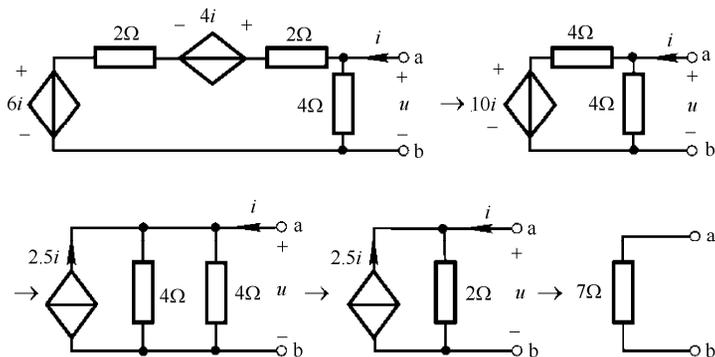


图 2.2.20 图 2.2.19(a)等效化简过程

由含受控源的端口 VAR 得 $u = (i + 2.5i) \times 2 = 7i$ 。

因此，图 2.2.19(a)单口网络 a、b 端口的等效电阻为

$$R_{\text{eq}} = \frac{u}{i} = 7\Omega$$

(2) 对图 2.2.19(b)所示单口网络直接列写端口 VAR 有

$$\begin{cases} u = 8i_1 \\ i_1 = 5i_1 + i \end{cases}$$

联立方程可得

$$u = -2i$$

$$R_{\text{eq}} = \frac{u}{i} = -2\Omega$$

可见，由于受控源的作用，端口的等效电阻可能会出现负值。

13. 用电源等效变换法求图 2.2.21 中的 i 。

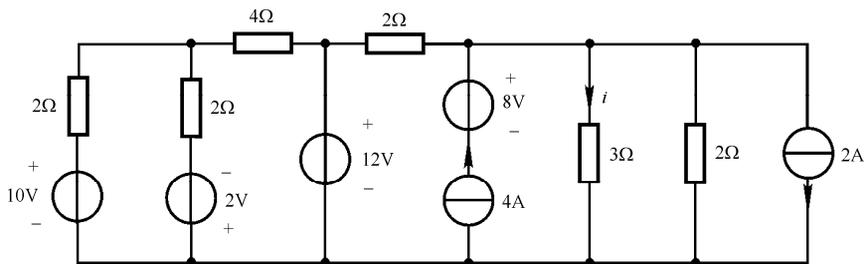


图 2.2.21 计算题 13 电路图

解：对图 2.2.21 进行求解 i 的逐步等效简化，等效过程如图 2.2.22 所示。

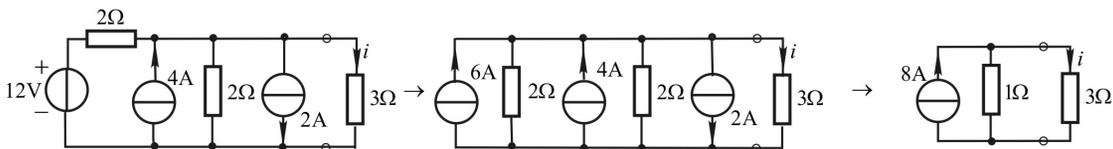


图 2.2.22 计算题 13 的化简过程

由图 2.2.22 中的最简等效电路，利用分流公式解得

$$i = \frac{1}{1+3} \times 8 = 2\text{A}$$

14. 用电源的等效变换求图 2.2.23 所示电路中的 u 。

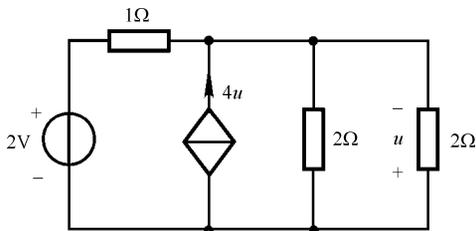


图 2.2.23 计算题 14 电路图

解：在图 2.2.23 中，待求量电压 u 为两个 2Ω 电阻并联支路，将除去并联等效电阻为 1Ω 的待求支路外的单口网络进行等效化简，如图 2.2.24 所示。

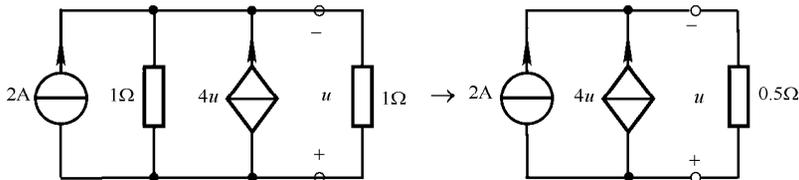


图 2.2.24 计算题 14 等效电路

对最简等效电路列端口 VAR 表达式，有 $u = -(2 + 4u) \times 0.5$ ，解得

$$u = -\frac{1}{3}\text{V}$$

15. 在图 2.2.25(a)中，单口网络 N 的伏安特性为 $u = 6 + 2i$ ，求 3A 电流源提供的功率。

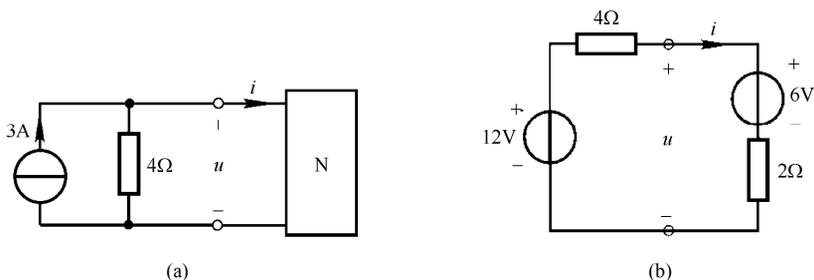


图 2.2.25 计算题 15 电路图

解：由单口网络 N 的 VAR 关系，可将图 2.2.25(a)等效为 2.2.25(b)，由 KVL 得

$$(4+2)i=12-6$$

解得

$$i=1\text{A}$$

由 KVL 方程，得

$$u=6+2i=8\text{V}$$

因此，3A 电流源提供的功率为 $P_{3\text{A}}=3 \times u=3 \times 8=24\text{W}$ 。

16. 图 2.2.26 所示为电压表的内部结构，图 2.2.20(a)为单量程电压表结构，图 2.2.20(b)为多量程电压表结构。假设 $R_m=2\text{k}\Omega$ ，满量程电流 $I_{\text{fs}}=100\mu\text{A}$ ，试设计多量程电压表中 R_n 的值。

(1) 量程 1: 0~5V; (2) 量程 2: 0~10V; (3) 量程 3: 0~100V。

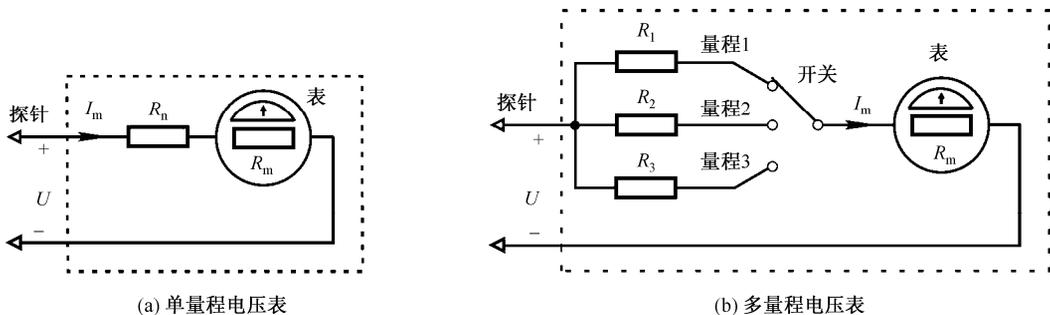


图 2.2.26 计算题 16 电路图

解：对单量程的电压表结构进行分析，因电压表的 R_n 是与表内阻 R_m 串联的，当满量程电流 $I_m=I_{\text{fs}}$ 流经电表时，对应于电压的最大电压读数 U_{fs} ，即

$$U_{\text{fs}}=I_{\text{fs}}(R_m+R_n)$$

$$R_n=\frac{U_{\text{fs}}}{I_{\text{fs}}}-R_m \quad (2.2.1)$$

假设图 2.2.26(b)中 R_1 、 R_2 和 R_3 分别对应于电压表的量程为 0~5V、0~10V 和 0~100V，用式 (1) 可得

$$(1) R_1=\frac{5}{100 \times 10^{-3}}-2=48\text{k}\Omega$$

$$(2) R_2=\frac{10}{100 \times 10^{-3}}-2=98\text{k}\Omega$$

$$(3) R_3 = \frac{100}{100 \times 10^{-3}} - 2 = 998 \text{k}\Omega$$

注意：对这3个量程，电压表的总内阻($R_n + R_m$)与满刻度电压 V_{fs} 之比均为常数，且等于 $\frac{1}{I_{fs}}$ 。这个比值称为电压表的灵敏度，灵敏度越高，电压表越好。

17. 图 2.2.27 所示为安培表的内部结构。假设安培表的内阻 $R_m = 50\Omega$ ，满量程电流 $I_m = 1\text{mA}$ 。试设计具有如下多量程安培表中的 R_n 的值。

(1) 量程 1: 0~10mA; (2) 量程 2: 0~100mA; (3) 量程 1: 0~1A。

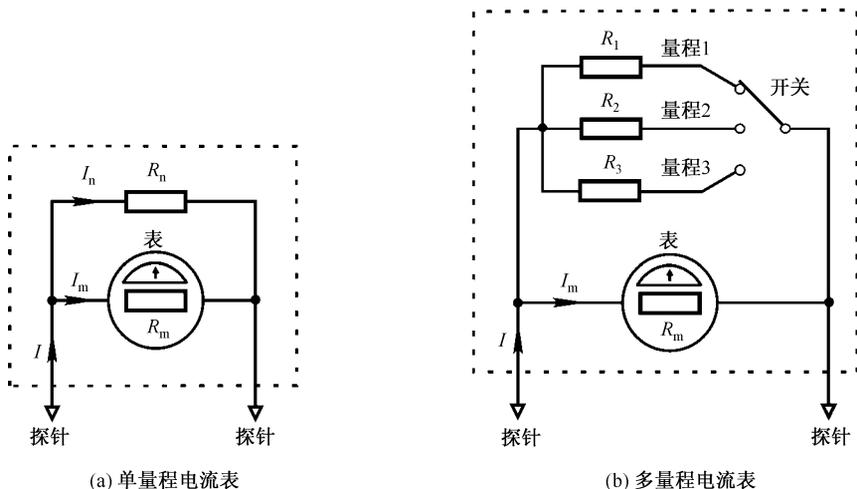


图 2.2.27 计算题 17 电路图

解：首先分析单量程的安培表结构。由于 R_m 与 R_n 并联，且满刻度时， $I = I_{fs} = I_m + I_n$ ， I_n 为分流电阻 R_n 的电流，由分流公式有

$$I_m = \frac{R_n}{R_n + R_m} \cdot I_{fs}$$

$$R_n = \frac{I_m}{I_{fs} - I_m} \cdot R_m \quad (2.2.2)$$

假设图 2.2.27(b)中， R_1 、 R_2 和 R_3 分别对应于电流表的量程为 0~10mA、0~100mA 和 0~1A，用式 (2.2.2) 可得

$$(1) R_1 = \frac{1}{10-1} \times 50 = 5.556\Omega$$

$$(2) R_2 = \frac{1}{100-1} \times 50 = 0.505\Omega$$

$$(3) R_3 = \frac{1}{1000-1} \times 50 = 0.05\Omega$$

2.3 历年考研真题评析

1. 电路如图 2.3.1(a)所示，求电流 i 。(西安交通大学研究生入学试题)

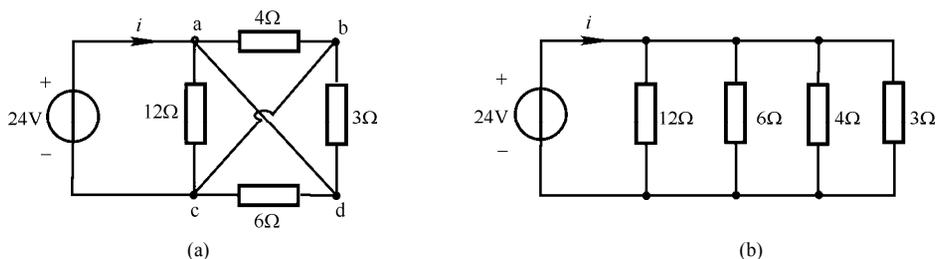


图 2.3.1

解：图 2.3.1(a)中 a、d 等电位，b、c 等电位，由此可得图 2.3.1(b)电路的总电阻为

$$R_0 = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1+2+3+4}{12}} = 1.2\Omega$$

解得 $i = \frac{24}{R_0} = 20\text{A}$ 。

2. 如图 2.3.2(a)所示，求电路 a、b 两端的等效电阻值。（兰州交通大学研究生入学试题）

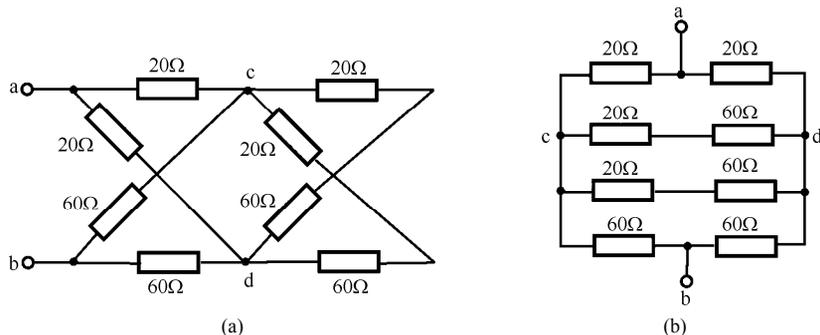


图 2.3.2

解：将图 2.3.2(a)转换为图 2.3.2(b)，由图 2.3.2(b)可看出，该电路为平衡电桥电路，故可将 c、d 端视为短路或开路。若将 c、d 端开路，则有

$$R_{ab} = \frac{(20+60) \times (20+60)}{20+60+20+60} = 40\Omega$$

3. 如图 2.3.3 所示，求 a、b 两端的等效电阻值。（北方交通大学研究生入学试题）

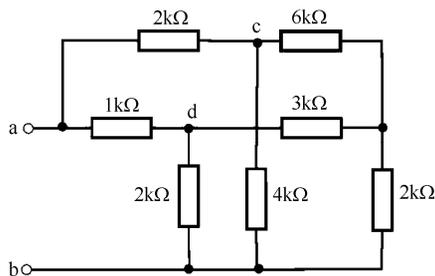


图 2.3.3

解：本电路由两个 T 形电路构成，由于两个 T 形电路的参数成比例，故 c、d 端等电位。将 c、d 两端短路，根据串并联关系可得

$$R_{ab} = 1//2 + (2//4)/(6//3+2) = \frac{2}{3} + \frac{\frac{4}{3} \times 4}{\frac{4}{3} + 4} = 1.667 \text{k}\Omega$$

4. 如图 2.3.4(a)所示, 含源二端口网络 N 通过 Π 形电路连接, 负载为 R , 欲使流经 R 的电流为 N 网络端口电流的 $1/6$, 负载 R 的取值应为多少? (浙江大学硕士研究生入学考试试题)

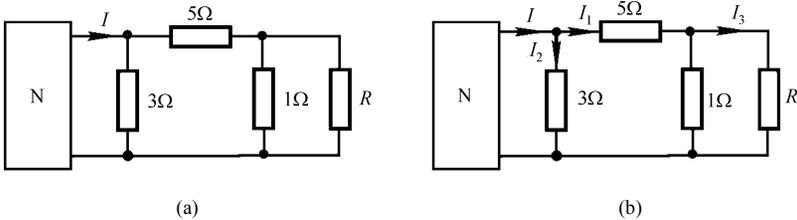


图 2.3.4

解: 假设各支路电流如图 2.3.4(b)所示。根据题意可得 $I_3 = \frac{I}{6}$ 。由 KCL 和 VAR 可列写方程

$$I_1 = I_3 + \frac{RI_3}{1} = \frac{I}{6} + \frac{I}{6}R$$

$$I_2 = \frac{5I_1 + RI_3}{3} = \frac{5I}{18} + \frac{I}{3}R$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{4I}{9} + \frac{I}{2}R$$

$$R = 2 \times \left(1 - \frac{4}{9}\right) = \frac{10}{9} \Omega$$

5. 如图 2.3.5(a)所示电路, 求电流 I_2 。(西北工业大学硕士研究生入学考试试题)

解: 根据电源等效概念, 将图 2.3.5(a)化成图 2.3.5(b), 并进一步化简成图 2.3.5(c)。在图 2.3.5(c)中由 KVL 及元件的 VAR 列写方程

$$\begin{cases} (2+1)I_2 - 2I_2 + U_2 + 2U_2 = 12 \\ U_2 = 5I_2 \end{cases}$$

整理得到 $16I_2 = 12$, 解得 $I_2 = 0.75 \text{A}$ 。

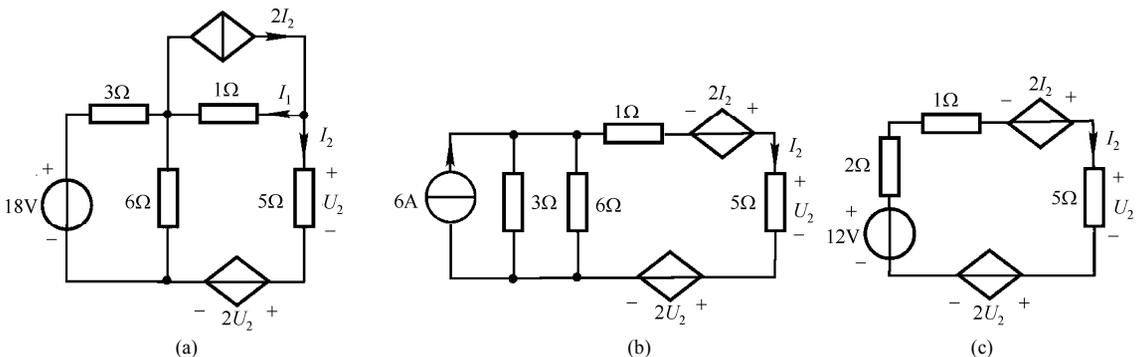


图 2.3.5