普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（五）

数　　学

（试卷总分 120 分　考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．已知集合 $A=\{0,1,2\}$，则集合 $B=\{x-y|x\in A,y\in A\}$ 中元素的个数是（　　）.

A．1 个　　B．3 个

C．5 个　　D．9 个

2．若 a，b，c 是任意实数，则（　　）.

A．$a>b\Rightarrow ac^2>bc^2$

B．$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}\Rightarrow a>b$

C．$a^3>b^3$，$ab>0\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

D．$a^2>b^2$，$ab>0\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

3．$(2-x)(x+4)\geqslant 0$ 是 $|x+1|<2$ 的（　　）.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．下列各函数中，既是增函数，又是奇函数的是（　　）.

A．$y=x^3$　　B．$y=3^x$

C．$y=\log_3 x$　　D．$y=\sin x$

5．已知平面向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(-2,m)$，且 $\vec{b}\,//\,\vec{a}$，则 $2\vec{a}+3\vec{b}=$（　　）.

A．$(-2,-4)$　　B．$(-4,-8)$

C．$(-5,-10)$　　D．$(-3,-6)$

6．在数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_n+1=a_n+4$，$a_1=-3$，$S_n=150$，则项数 $n=$（　　）.

A．10　　B．8

C．12　　D．15

7．若 $\alpha\in[0,2\pi]$，则满足 $0\leqslant\sin\alpha\leqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的 α 的范围是（　　）.

A．$[0,\frac{\pi}{6}]$　　B．$[0,\frac{\pi}{3}]$

C．$[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}]$　　D．$[0,\frac{\pi}{3}]\cup[\frac{2\pi}{3},\pi]$

8．以坐标轴为对称轴，原点为顶点且过圆 $x^2+y^2-2x+6y+9=0$ 的圆心的抛物线方程是（　　）.

A．$y=3x^2$ 或 $y=-3x^2$　　B．$y=3x^2$

C．$y^2=-9x$ 或 $y=3x^2$　　D．$y=-3x^2$ 或 $y^2=9x$

9．从 6 人中选 4 人分别参加体育、音乐、美术、棋类四个兴趣班，要求每个兴趣班 1 人，且这 6 个人中甲、乙不参加体育班，则不同的选择方案共有（　　）.

A．300 种　　B．240 种

C．144 种　　D．96 种

10．若直线 l_1：$ax+2y+6=0$ 与直线 l_2：$x+(a-1)y+(a^2-1)=0$ 平行，则 a 等于（　　）.

A．-1 或 2　　B．-1

C．2　　D．$\frac{2}{3}$

11．在△ABC 中，若 $\sin(A-B)=1-2\cos A\sin B$，则三角形的形状是（　　）.

A．直角三角形　　B．等腰三角

C．等边三角形　　D．钝角三角形

12．若 $(x+\frac{1}{x})^n$ 展开式中第四项与第六项的系数相等，则展开式中的常数项的值等于（　　）.

A．8　　B．16　　C．80　　D．70

13．在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_5+a_6=a(a\neq 0)$，$a_{15}+a_{16}=b$，则 $a_{25}+a_{26}$ 的值是（　　）.

A．$\frac{b}{a}$　　B．$\frac{a}{b}$　　C．$\frac{b^2}{a}$　　D．$\frac{b}{a^2}$

14．以等腰直角△ABC 的斜边 BC 上的高 AD 为折痕，折叠时使二面角 $B-AD-C$ 为 $90°$，此时 $\angle BAC$ 为（　　）.

A．$30°$　　B．$45°$　　C．$60°$　　D．$90°$

15．某学生通过外语听力测试的概率为 $\frac{2}{3}$，连续测试 2 次，其中恰有一次获得通过的概率为（　　）.

A．$\frac{2}{9}$　　B．$\frac{4}{9}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

16．$f(x)=\begin{cases}0 & (x>0)\\ -2 & (x=0)\\ x^2+1 & (x<0)\end{cases}$，则 $f\{f[f(3)]\}=$__________.

17．已知 $\vec{a}=(2,4)$，$\vec{b}=(-1,-3)$，则 $|2\vec{a}+3\vec{b}|=$__________.

18．已知函数 $y=\sqrt{\dfrac{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)+2}{x-3}}$，则定义域为____________.

19．把 6 本不同的书放成一排，那么指定的 3 本书放在一起的排法有_______种.

20．计算：$(-8)^{\frac{1}{3}}+(\pi-2)^{\lg 1}+\cos\pi+2^{\log_2 3}+C_{10}^{8}$ ＝___________.

21．已知 $\cos(3\pi+\alpha)=\dfrac{3}{4}$，且 $\tan\alpha\cdot\cos\alpha<0$，则 $\sin\alpha=$__________.

22．在 120° 的二面角内有一个点，到二面角的两个面的距离都是 10，则两垂足间的距离是__________.

23．已知 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，且 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为 45°，则 $(2\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+3\vec{b})=$_________.

24．一个焦点为 $F_1(-2\sqrt{3},0)$，长轴长与短轴长之和为 12 的椭圆的标准方程为_____________.

25．设有不同的直线 a,b 和不同的平面 α,β,γ，给出下列四个命题：

① 若 $a/\!/\alpha$，$b/\!/\alpha$，则 $a/\!/b$　　③ 若 $a/\!/\alpha$，$a/\!/\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$

② 若 $\alpha\perp\beta$，$\beta\perp\gamma$，则 $\alpha/\!/\gamma$　　④ 若 $\alpha/\!/\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则 $\alpha\perp\beta$

其中正确的是：__________.

26．不等式 $ax^2+bx+2>0$ 的解集为 $(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3})$，则 $a-b=$_______.

27．数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=a_n+\dfrac{1}{2}$ $(n\geqslant 1)$，且 $a_1=-3$，则 $a_{101}=$_______.

28．已知双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 的两个焦点 F_1，F_2，经过右焦点 F_2 的直线与双曲线的右支交于 A、B 两点，$|AB|=8$，则 $\triangle ABF_1$ 的周长为____________.

29．函数 $f(x)=x^2+2(a-1)x+2$ 在 $[2,4]$ 上是单调函数，则 a 的取值范围是___________.

30．从 1,2,3,4,5,6 六个数字中任取两数，则两个数都是偶数的概率是___________.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 45 分．要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤）

31．（6 分）已知集合 $A=\{x\,||x-a|\leqslant 1\}$，$B=\left\{x\left|\dfrac{x+2}{x-3}<0\right.\right\}$，$A\cap B=B$，求实数 a 的取值范围.

32．（6 分）数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 中，已知 $\{b_n\}$ 为等比数列，且 $q=\dfrac{1}{64}$，$b_1=2$，$a_n=\log_2 b_n$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；（2）若 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则前多少项和最小？并求 S_n 的最小值.

33．（6 分）经市场调查，某种商品在过去 50 天的销售量和价格均为销售时间 t（天）的函数，且销售量近似地满足 $f(t)=-2t+200(1\leqslant t\leqslant 50,t\in\mathbf{N})$．前 30 天价格为 $g(t)=\dfrac{1}{2}t+30$ $(1\leqslant t\leqslant 30,t\in\mathbf{N})$，后 20 天价格为 $g(t)=45(31\leqslant t\leqslant 50,t\in\mathbf{N})$

（1）写出该种商品的日销售额 S 与时间 t 的函数关系；

（2）求日销售额 S 的最大值.

34．（6 分）已知向量 $\vec{m}=(\sin x,1)$， $\vec{n}=(2\sqrt{3}\cos x,\cos 2x)$， 函数 $f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}$.

（1）函数 $f(x)$ 的最大值为多少？并求取得最大值时 x 的取值集合.

（2）将函数 $y=f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，再将所得图像上各点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$，纵坐标不变，得到函数 $y=g(x)$ 的图像，求 $y=g(x)$ 的单调增区间.

35．（7 分）已知抛物线 $y^2=4x$ 与椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{m}=1$ 有共同的焦点 F_2，并且相交于 P，Q 两点，F_1 是椭圆的另一个焦点.

求：（1）m 的值；（2）P，Q 两点的坐标；（3）$\triangle PF_1F_2$ 的面积.

普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（五）

36.（7 分）甲、乙两人竞选世博会志愿者，需要进行口试．已知在备选的 10 道题中，甲能答对其中的 6 道题，乙能答对其中的 8 道题．规定每次口试都从备选题中抽出 3 道题进行口试，至少答对两道题才有入选资格．求下列事件的概率：

（1）事件 A："甲有入选资格"；

（2）事件 B："乙有入选资格"；

（3）事件 C：甲乙两人至少有一人有入选资格"．

37.（7 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是正方形，$PD\perp$底面 $ABCD$，点 E 在棱 PB 上，

（1）求证：平面 $AEC\perp$平面 PDB；

（2）当 $PD=\sqrt{2}AB$，且 E 为 PB 的中点时，求 AE 与平面 PDB 所成的角的大小.