

项目 3 激光器光学谐振腔特性

知识目标

- 掌握激光在谐振腔中的传播特性
- 了解激光在腔外的光束强度与相位的大小和分布

能力目标

- 能够结合激光横模和纵模分析谐振腔的有关特性
- 掌握高斯光束的性质和传播特性

任务 3.1 激光谐振腔的模式

前面已经对激光产生的工作原理进行了学习，知道了光学谐振腔是激光器的三个主要组成部分之一。光学谐振腔倍增了激光增益介质的受激放大作用长度以形成光的高亮度，提高了激光器发光的方向性和相干性。最简单的光学谐振腔一般是在工作物质两端适当放置两个反射镜，一个反射镜是全反射镜，另一个是部分反射、部分透射的半反射镜。光学谐振腔的主要作用有两个：一是产生激光，光学谐振腔可以提供正反馈，使工作物质中产生的光辐射多次通过工作物质，当受激辐射所提供的增益超过腔内损耗时，就可以形成稳定的光振荡，输出功率稳定的激光。二是控制腔内振荡光束的特性，改善输出激光的质量。通过调节光学谐振腔的几何参数，还可以直接控制激光光束的横向分布特性、光斑大小、谐振频率和光束发散角等。

激光器光学谐振腔有很多结构形式，其中最简单和最常用的是由两个球面镜构成的开放式光学谐振腔。开放式光学谐振腔简称开腔，其主要特点是侧面敞开，只靠两端的反射镜来实现光束在腔内的往返传播，对于光波没有任何其他限制。开腔可分为稳定腔、临界腔和非稳腔，其中稳定腔的几何偏折损耗很低，故绝大多数中、小功率器件都采用稳定腔。稳定腔虽有损耗低的优点，但由于其基横模体积太小和横模鉴别能力低，难以同时实现激光器高功率输出和基横模运行。因此，高功率激光器常采用模体积大和横模鉴别能力高的非稳腔，以获得性能优良的高功率激光。

本任务只讨论由两个球面镜构成的开放式光学谐振腔。

3.1.1 激光模式的概念

(1) 模式的概念

一般来讲，光学谐振腔的几何尺寸远大于光的波长，因此必须研究光的电磁场在光学谐振腔内的分布问题，即光学谐振腔的模式问题。光学谐振腔的两个反射镜构成了腔的边界，它对腔内的电磁场施加一定的束缚。无论是闭腔或是开腔，一切被束缚在有限空间范围内的电磁场都将存在于一系列的本征状态内，而且场的每一个本征状态都有一定的振荡频率和分布空间。将光学谐振腔内的电磁场的本征状态称为激光模式。从光子的观点来看，每一种激光模式就是腔内可以区分的一种光子态。激光的模式可以分为两类，即横模和纵模，一般表示为 TEM_{qmn} 。横模是指可能存在于腔内的横向场分布，用横模序数 m 和 n 来描述。纵模是指



可能存在于腔内的驻波场，用纵模序数 q 来描述， q 表示沿着腔的轴线的激光场的驻波节点数，一般不写出来。

腔内电磁场的本征态应由麦克斯韦方程组及腔的边界条件决定。由于不同类型和结构的光学谐振腔的边界条件各不相同，因此光学谐振腔的模式也各不相同。对于波导腔，一般可以通过直接求解微分形式的麦克斯韦方程组来决定其模式；对于开腔，通常从波动光学的衍射理论出发，归结为求解一定类型的积分方程。只要确定了光学谐振腔的具体结构和几何参数，就能确定激光模式的基本特征。所谓模式的基本特征，就是指每一个模的电磁场分布、模的谐振频率、每一个模在腔内往返一次的相对功率损耗、每一个模相对应的激光束发散角。

(2) 自再现模的概念和积分方程

对于激光器开腔，因反射镜大小有限，在对光束起反射作用的同时，还会引起光波的衍射效应。腔内的光束每经过一次反射镜的作用，就使光束的一部分不能再次被反射回腔内。所以，反射回来的光束的强度减弱，光强分布也发生变化。利用迭代法数值计算证明，当反射次数足够多时（约三百多次反射），光束的横向场分布便趋于稳定，不再受衍射的影响。场分布在腔内往返传播一次后能够“再现”出来，反射只改变光的强度大小，而不改变光的强度分布。这种稳态场经一次往返后，唯一的变化，是镜面上各点的场振幅按同样的比例衰减，各点的相位发生同样大小的滞后。当两个镜面完全相同时（对称开腔），这种稳态场分布应在腔内经单程渡越（传播）后即实现“再现”。这个稳定的横向场分布，就是激光谐振腔的自再现模。

根据菲涅尔—基尔霍夫衍射公式和自再现模理论，利用迭代法计算得到：

$$\sigma_{mm} u_{mm}(x, y) = \iint K(x, y, x', y') u_{mm}(x', y') ds' \quad (3-1)$$

式 (3-1) 就是自再现模积分方程。积分方程的本征函数解 u_{mm} 一般为复函数，它的模代表对称开腔任一镜面上的光场振幅分布，幅角则代表镜面上光场的相位分布。积分方程的本征值 σ_{mm} 一般也是复数，它的模反映了自再现模在腔内单程渡越时所引起的功率损耗，包括衍射损耗和几何损耗，但主要是衍射损耗，称为单程衍射损耗。 u_{mm} 与 σ_{mm} 的下标表示该方程存在一系列的不连续的本征函数解与本征值解，即模序数，表明在某一给定开腔中，可以存在许多不同的自再现模。由于积分方程是二维的，故需要两个模参数来区分这些不同的自再现模。

3.1.2 激光横模

自再现模积分方程的本征函数解 u_{mm} 表示的是在激光谐振腔中存在的稳定的横向场分布，就是自再现模，通常叫做横模。当激光器输出的激光束照射在光屏上时，可以观察到光束横截面上光强的分布情况，即激光横模光斑，如图 3-1 所示。

不同的横模在光束截面上的光强分布是完全不同的，但始终都是稳定的、有规律的图形。如果光学谐振腔由两面方形孔径的反射镜组成，则横模序数 m 、 n 分别表示沿镜面直角坐标系的水平和竖直坐标轴的激光场节线数，如图 3-1 (a)、(b)、(c)、(d) 所示。如果光学谐振腔由两面圆形孔径的反射镜组成，则横模序数 m 、 n 分别表示沿镜面极角坐标系的角向和径向的激光场节线数，如图 3-1 (e)、(f)、(g) 所示。激光横模的特征与光学谐振腔的几何结构紧密相连，知道了谐振腔的几何参数，如腔长、两个反射镜面的孔径尺寸和曲率半径，就可以确定腔内可能存在的各种激光模式的性质，包括场的横向分布、谐振频率、单程衍射损耗率、远场发散角等。激光的横模实际上就是谐振腔所允许，在腔内来回反射，且保持稳定



不变的光场各种横向稳定分布。

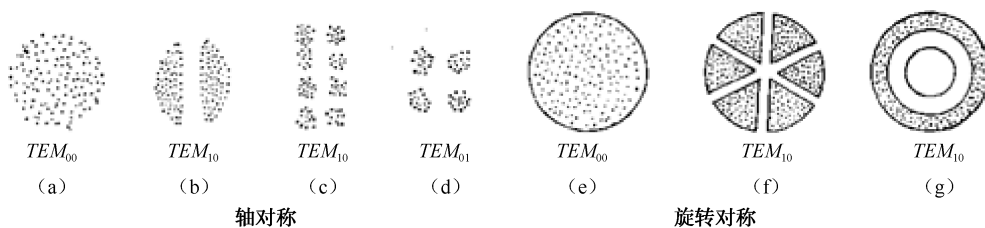


图 3-1 激光横模光斑示意图

当 $m=0$ 、 $n=0$ 时，该横模可以表示为 TEM_{00} ，称为基模（或横向单模）。基模的场分布集中在反射镜中心，是横模光斑的最简单结构。除基模以外的横模都称为高阶横模，其中 TEM_{01} 、 TEM_{10} 也可称为一阶模。

在方形镜面共焦腔中，自再现模积分方程的本征函数解 u_{mn} 可表示为

$$u_{mn} \approx C_{mn} F_m(X) F_n(Y) \quad (3-2)$$

由于光强 I 正比于光振幅 u 的平方，于是有

$$I \propto u_{mn}^2 \propto F_m^2(X) F_n^2(Y) \quad (3-3)$$

当 $m=0, 1, 2$ ， $n=0, 1$ 时， $F_m(X)$ 和 $F_n(Y)$ 的变化曲线决定了该方形镜面共焦腔的横模光强分布，如图 3-2 所示。

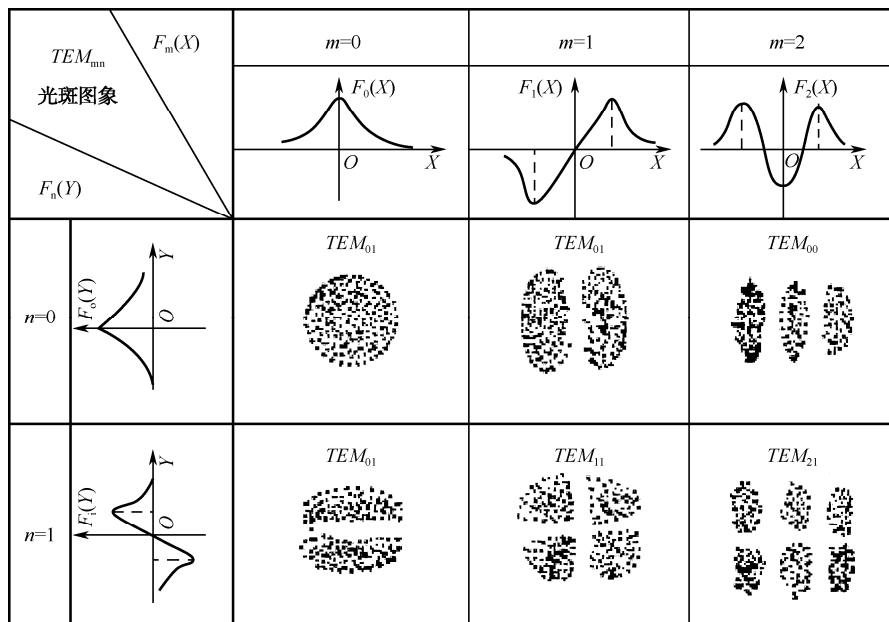


图 3-2 方形镜面共焦腔 $F_m(X)$ 和 $F_n(Y)$ 的变化曲线及相应的光强分布

由 $F_m(X)$ 、 $F_n(Y)$ 函数变化曲线的特点可看出， m 、 n 的数值正好分别等于光强在 x 、 y 方向上的节线（光强为零的线）数目，而且由 $F_m(X)$ 和 $F_n(Y)$ 函数的极值分布看出， m 、 n 的数值越大，光场也越向外扩展。



3.1.3 激光纵模

(1) 驻波的形成和激光纵模

当腔内存在工作物质时,为了使自再现模在往返传播过程中能形成稳定的振荡,必须满足谐振条件。当光波在腔镜上反射时,入射波和反射波会发生干涉,多次往返会产生多光束干涉。为在腔内形成稳定的振荡,要求光波因干涉而得到加强,即光波在腔内往返一周的相位差 $\Delta\varphi$ 为 2π 的整数倍,得到:

$$\Delta\varphi = q \cdot 2\pi \quad (3-4)$$

式中, q 为正整数。可根据相差和光程差的关系,将式(3-4)改写为

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2L' = q \cdot 2\pi \quad (3-5)$$

式中, λ 为真空中的波长, L' 为腔的光学长度。设腔的几何长度为 L , 腔内充满均匀的折射率为 μ 的介质, 则 $L' = \mu L$ 。

满足式(3-5)的波长可表示为 λ_q , 则

$$L' = \frac{\lambda_q}{2} q \quad (3-6)$$

由波长和频率的关系, 可得

$$\nu_q = \frac{c}{2L'} q = \frac{c}{2\mu L} q \quad (3-7)$$

通常, 将式(3-7)称为谐振条件, 将满足式(3-7)的 ν_q 称为腔的谐振频率, 将满足式(3-6)的 λ_q 称为腔的谐振波长。

每一个 q 值对应正反两列沿轴线相反方向传播的同频率光波, 这两列光波叠加的结果, 将在腔内形成驻波。谐振腔形成的每一列驻波称做一个纵模。激光器中满足谐振条件的不同纵模对应着谐振腔内各种不同的稳定驻波场, 具有不同的频率。 q 值定义为纵模序数, 又等于驻波的波节数。光波的波长是微米数量级, 所以通常的光学谐振腔内产生的驻波波节数是一个很大的量, 因此 q 是一个很大的数。

(2) 纵模频率间隔

不同的纵模对应不同的 q 值, 对应不同的频率。腔内两个相邻纵模频率之差 $\Delta\nu_q$ 称为纵模的频率间隔。由(3-7)式可得

$$\Delta\nu_q = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{c}{2L'} \quad (3-8)$$

对于 $L' = \mu L$, 有

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2\mu L} \quad (3-9)$$

由式(3-9)可以看出, $\Delta\nu_q$ 与 q 无关, 对一定的光腔为一常数, 因而腔的纵模在频率尺度上是等距离排列的, 如图 3-3 所示。图中每一个纵模均有一定的谱线宽度 $\Delta\nu_F$ 。

例如, 对于腔长 $L=10\text{cm}$ 的 He-Ne 气体激光器, 设 $\mu=1$, 由式(3-9)可得 $\Delta\nu_q=1.5\times 10^9\text{Hz}$; 对腔长 $L=30\text{cm}$ 的 He-Ne 气体激光器, $\Delta\nu_q=0.5\times 10^9\text{Hz}$ 。在普通的 Ne 原子辉光放电中, 荧光光谱的中心频率 $\nu=4.74\times 10^{14}/\text{s}$ (波长为 6328\AA), 其线宽 $\Delta\nu_F=1.5\times 10^9\text{Hz}$ 。而在光学谐振腔中, 允许的谐振频率是一系列分立的频率, 只有满足谐振条件式(3-8), 同时又满足阈值条件,



且落在Ne原子6328Å荧光线宽范围内的频率成分才能形成激光振荡。因此10cm腔长的He-Ne激光器只能出现一种频率的激光，通常称为单模（或单纵模）激光器。而腔长30cm的He-Ne激光器则可能出现三种频率的激光，也就是可能出现三个纵模，称为多模（或多纵模）激光器。

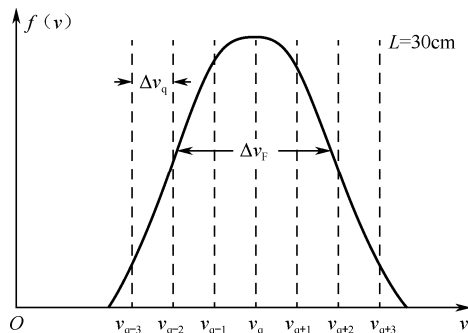


图 3-3 腔中允许的纵模数

由以上讨论可以看出，普通光源发出线宽为 $\Delta\nu_F$ 的光，而在光学谐振腔中，只留下 $\Delta\nu_F$ 中满足谐振条件及阈值条件的那些频率，其他的频率都被谐振腔抑制掉了。这样，由激光器输出的激光的单色性就比普通光源的要好得多。

任务 3.2 激光的光场分布

在应用激光时，必须了解激光器输出激光的具体光场分布，从而控制激光的强度和相位，因此，需要求解对称开腔中的自再现模积分方程，即式(3-1)。该方程是个具有连续对称核的线性齐次积分方程，数学上可证明该积分方程的解是存在的，但至今仍未找到通用的解析求解方法。对不同结构的谐振腔只能采用不同的方法求解，如平行平面腔，可用迭代法进行数值计算，结果用图或表的形式给出；对称共焦腔，可用解析法求出方程的精确解及近似解的解析表达式。本任务以方形镜面对称共焦腔为例，求解该积分方程，数学过程省略，给出场函数 u_{mn} 的具体表示式，从而得到在方形镜面对称共焦腔镜面上的场分布，并由此导出激光谐振腔的光场分布，得到输出激光的强度和相位。

设方形镜每边长为 $2a$ ，共焦腔的腔长为 L ，则镜面的曲率半径 R 等于腔长 L ，光波波长为 λ 。以坐标 (x, y) 来表示镜面上的任意点，镜面中心为坐标的原点。在近轴情况下有

$R \gg a \gg \lambda$ 及 $\frac{a^2}{\lambda L} \ll \left(\frac{L}{a}\right)^2$ ，则自再现模积分方程式(3-1)有本征函数近似解析解，为

$$u_{mn} \approx C_{mn} H_m(X) H_n(Y) e^{-\frac{X^2+Y^2}{2}} \quad (3-10)$$

本征值近似解为

$$\sigma_{mn} = e^{-i[kL - (m+n+1)\frac{\pi}{2}]} \quad (3-11)$$

式中， $m=0, 1, 2, 3, \dots$ ； $n=0, 1, 2, 3, \dots$ ； C_{mn} 为一个和 m 、 n 有关的常数， $X = x\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda L}}$ ，

$Y = y\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda L}}$ ， $H_m(X)$ 和 $H_n(Y)$ 均为厄密多项式，其表示式为



$$\begin{aligned}
 H_0(X) &= 1 \\
 H_1(X) &= 2X \\
 H_2(X) &= 4X^2 - 2 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 H_m(X) &= (-1)^m e^X \frac{d^m}{dX^m} e^{-X^2}
 \end{aligned}$$

自再现模积分方程的本征函数 u_{mn} 决定了方形镜面上的光场分布, 其中本征函数的模决定振幅分布, 幅角决定相位分布。单程衍射损耗和单程相移则与积分方程的本征值 σ_{mn} 有关。

1. 振幅分布

令 $F_m(X) = H_m(X)e^{-\frac{X^2}{2}}$, $F_n(Y) = H_n(Y)e^{-\frac{Y^2}{2}}$, 则式 (3-2) 可改写为式 (3-10), 因光强 $I \propto u_{mn}^2 \propto F_m^2(X)F_n^2(Y)$, 就是前面激光横模中讨论的方形镜面共焦腔的横模光强分布。

当 $m=0$, $n=0$ 时, 基横模 TEM_{00} 场分布为

$$u_{00} = C_{00} e^{-\frac{x^2+y^2}{\lambda L/\pi}} \quad (3-12)$$

可见, 镜面上的场分布与镜面的半宽度 a 无关, 沿横向的分布是高斯型分布。在镜面中心, 场的振幅最大。定义镜面上基模的“光斑有效截面半径”为 w_s , 则在离镜中心距离为 w_s 处的场振幅下降为镜中心之值的 e^{-1} 倍, 基模光束的光能量集中在光斑有效截面圆内。由式 (3-12) 得 w_s 值为

$$w_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2} = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \quad (3-13)$$

增大镜面宽度, 只减小衍射损耗, 对光斑尺寸并无影响, 且共焦腔的光斑非常小。例如, 腔长为 30cm 的氦氖激光器采用共焦腔时, w_s 仅为 0.5mm。

2. 相位分布

因 $u_{mn}(x, y)$ 是实函数, 所以镜面上各点的光场相位相同。无论是基模还是高阶横模, 共焦腔反射镜面本身就构成光场的一个等相位面。

3. 单程衍射损耗

要详细讨论单程衍射损耗, σ_{mn} 必须用精确解。一般说来常将单程衍射损耗忽略不计, 但是在讨论激光器单横模的选取时必须考虑。

4. 单程相移与谐振频率

由式 (3-11) 可得方形镜共焦腔单程附加相移为

$$\Delta\varphi_{mn} = (m+n+1)\frac{\pi}{2} \quad (3-14)$$

可见, 其附加相位超前, 其超前量随横模阶数而变。

由式 (3-7) 可得方形镜共焦腔的谐振频率为

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2\mu L} \left[q + \frac{1}{2}(m+n+1) \right] \quad (3-15)$$



可见，同一横模、两个相邻纵模的频率间隔仍为

$$\Delta \nu_q = \frac{c}{2\mu L} \quad (3-16)$$

而同一纵模两个相邻的横模之间的频率间隔则为

$$\Delta \nu_m = \Delta \nu_n = \frac{1}{2} \Delta \nu_q \quad (3-17)$$

由上可得， $\Delta \nu_m$ 、 $\Delta \nu_n$ 与 $\Delta \nu_q$ 属于同一个数量级，共焦腔对谐振频率出现了高度简并的现象，即所有 $2q + m + n$ 相等的模式都将具有相同的谐振频率。例如， TEM_{mnq} ， $TEM_{m-1,n+1,q}$ ， $TEM_{m-2,n,q+1}$...都有相同的谐振频率。这对激光器的工作状态会产生不良影响，因为所有频率相等的模式都处在工作物质增益曲线的相同位置，从而彼此间产生强烈的竞争作用，导致多模振荡，使输出激光光束质量变坏。方形镜共焦腔的振荡频谱如图 3-4 所示。

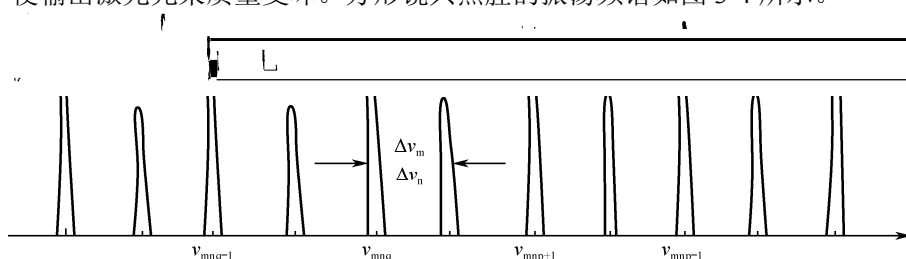


图 3-4 方形镜共焦腔的振荡频谱

对于圆形镜共焦腔，它的分析方法和方形镜共焦腔的分析方法完全一样，只是求解时要用球坐标处理。这里仅给出一个重要结果，即圆形镜共焦腔谐振频率为

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2\mu L} \left[q + \frac{1}{2}(m + 2n + 1) \right] \quad (3-18)$$

任务 3.3 激光的光束传播特性

由前面讨论可知，对激光光学谐振腔，可以通过求解自再现模积分方程的方法得到腔镜镜面上的光场分布函数，并进一步用衍射积分得到腔内、腔外的行波。根据谐振腔的不同结构，求解方法各有不同。在对称共焦腔中，基横模行波输出在与光束前进方向的垂直平面上的强度分布呈高斯型，通常称为高斯光束。高斯光束体现出激光光束与普通光源发出的光束不同的基本特点，对于激光的应用有极其重要的意义。在一般的稳定球面腔中，求解计算比对称共焦腔更复杂，可采用等价对称共焦腔的方法，将对称共焦腔的结果推广到一般的稳定球面腔。

3.3.1 高斯光束的传播特性

图 3-2 是激光器的各种模式输出的光强分布示意图。由图所示，除了基横模以外的各种高阶模的强度分布都在光斑中呈现出至少一条光强极小的节线，因而光强分布十分不均匀，大大限制了高阶模的应用范围。基横模的输出是相对均匀的，而且它的强度中心沿直线传播，可以通过光学系统的变换实现聚焦、准直、扩束，从而使激光广泛应用于国民经济和科学技术的各个领域。但是高斯光束与普通光束有很大的区别，它的传播方向性很好，同时也会不



断地发散，其发散的规律不同于球面波；在传播过程中它的波面曲率一直在变化，但是永远不会变成零；除了光束中心，高斯光束并不沿直线传播。因此，为了更好地使用激光，必须学习高斯光束的传播特性。

(1) 高斯光束的振幅和强度分布

将镜面上的光场分布 u_{mm} 代入基尔霍夫衍射公式，可以得到镜面上和由谐振腔输出之后的光场分布，本任务中不再赘述。经计算，可得基横模 TEM_{00} 的场振幅 U_{00} 和强度 I_{00} 分布为

$$U_{00} = \exp\left(\frac{-2}{1+\zeta^2} \frac{x^2 + y^2}{w_s^2}\right)$$

$$I_{00} = U_{00}^2 = \exp\left(\frac{-4}{1+\zeta^2} \frac{x^2 + y^2}{w_s^2}\right) \quad (3-19)$$

式中忽略了常量因子 C_{mm} 。当场振幅为轴上 ($x^2 + y^2 = 0$) 的值的 e^{-1} 倍，即强度为轴上的值的 e^{-2} 倍时，所对应的横向距离为

$$w(z) = \frac{w_s}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \zeta^2} = \frac{w_s}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{4z^2}{L^2}} \quad (3-20)$$

$w(z)$ 称为 z 处截面内基横模的有效截面半径，简称截面半径。将共焦腔镜面上基横模的光斑半径式 (3-13) 代入式 (3-20)，可得在 z 处高斯光束的截面半径仅取决于共焦腔的腔长，即

$$w(z) = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi} \left[1 + \left(\frac{2z}{L} \right)^2 \right]} \quad (3-21)$$

在共焦腔中心 ($z=0$) 的截面内的光斑有极小值，即

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} w_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \quad (3-22)$$

通常将 w_0 称为高斯光束的束腰半径。在共焦腔的焦平面上，束腰半径 w_0 最小。该处称为高斯光束的“光腰”或“束腰”。

式 (3-20) 可用 w_0 表示为

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad (3-23)$$

上式可改写为

$$\frac{w^2}{w_0^2} - \frac{z^2}{(\pi w_0^2 / \lambda)^2} = 1 \quad (3-24)$$

可见，基模光斑半径 w 随 z 按双曲线规律变化，如图 3-5 所示。

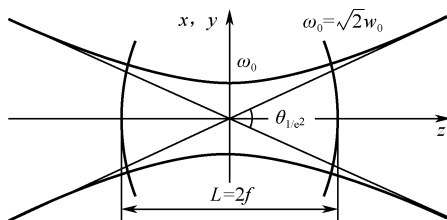


图 3-5 基模光斑半径 w 随 z 按双曲线规律的变化

虽然光强在 $z \neq 0$ 的各截面上的分布并不相同，但由于光束是限制在各光斑以光轴为中心、



有效截面半径的圆截面以内传播的，所以通过每个截面的总光功率是相同的。光束中同一截面内所有光强为光轴上光强的 e^{-2} 倍的点的集合是一个圆，而所有各截面上这些点的集合则组成一个回转双曲面。所以除了光轴以外，高斯光束的光线沿着双曲线传播。

以上都是针对基横模 TEM_{00} 的讨论，类似的计算也适用于高阶横模。可以证明 TEM_{mn} 光束在 x 方向比 TEM_{00} 光束扩展 $\sqrt{2m+1}$ 倍，在 y 方向比 TEM_{00} 光束扩展 $\sqrt{2n+1}$ 倍。当 $m=n$ 时，可以近似地用光束有效截面半径 $w_m = \sqrt{2m+1}w$ 来描述高阶横模光束有效截面半径的大小。

(2) 高斯光束的相位分布

共焦场的等相位面都是凹面向着腔中心 ($z=0$) 的球面。等相位面的曲率半径随坐标 z_0 而变化，当 $z_0 = \pm f = \pm \frac{L}{2}$ 时， $R(z_0) = 2f = L$ ，表明共焦腔反射镜面本身与场的两个等相位面重合。当 $z_0 = 0$ 时， $R(z_0) \rightarrow \infty$ ， $z_0 \rightarrow \infty$ 时， $R(z_0) \rightarrow \infty$ ，可见通过共焦腔中心的等相位面是与腔轴垂直的平面，距腔中心无限远处的等相位面也是平面。不难证明，共焦腔反射镜面是共焦场中曲率最大的等相位面。共焦腔中等相位面的分布如图 3-6 所示。

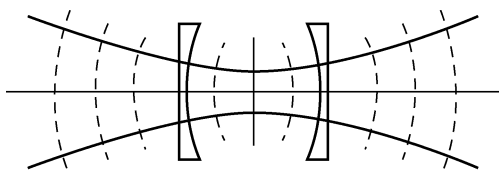


图 3-6 共焦腔中等相位面的分布

与球面波类比，可以把高斯光束看成从其对称轴即光轴上一系列的“发光点”上发出的球面波，其波阵面对发光的共焦腔中心具有对称分布。在腔内的波阵面所对应的“发光点”都在腔外，且随着波阵面由镜面向腔中心接近，波阵面的曲率半径逐渐增大，“发光点”由镜面中心移向无穷远处。腔中心处的波阵面是个平面。在腔外的波阵面所对应的“发光点”都在腔内，且随着波阵面由镜面远离腔体，波阵面的曲率半径逐渐增大。“发光点”由镜面中心向腔中心处靠近。无穷远处的波阵面对应的“发光点”是腔中心，因为波阵面的曲率半径增大成无穷大，波阵面也变成平面。镜面本身也是波阵面，它对应的曲率半径最小，每个镜面对应的“发光点”恰好落在另一个镜面的中心。

显然，如果在场的任意一个等相位面处放上一块具有相应曲率的反射镜片，则入射在该镜片上的场将准确地沿着原入射方向返回，这样共焦腔的场分布将不会受到扰动。

(3) 高斯光束的远场发散角

前面已经证明，共焦腔的基模光束依双曲线规律从腔的中心向外扩展，由此不难求得基模的远场发散角。该发散角（全角） 2θ 定义为双曲线的两根渐近线之间的夹角（参见图 3-5）。

$$2\theta = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{2w(z)}{z} \quad (3-25)$$

式中， $2w(z)$ 为光斑直径。如以式 (3-23) 表示的 $w(z)$ 代入，则得到定义在光束有效截面半径处（即基模强度的 $\frac{1}{e^2}$ 处）的远场发散角为

$$2\theta = 2\sqrt{\frac{2\lambda}{\pi L}} = \frac{2\lambda}{\pi w_0} \quad (3-26)$$

因此，高斯光束的远场发散角完全取决于其束腰半径。相应的计算表明，包含在全角发



散角内的功率占高斯基模光束总功率的 86.5%。由波动光学知道, 在单色平行光照明下, 一个半径为 r 的圆孔夫琅和费衍射角(主极大至第一极小值之间的夹角) $\theta = \frac{0.61\lambda}{r}$ 。与式(3-26)相比较可知, 高斯光束半角远场发散角 θ 在数值上等于以腰斑 w_0 为半径的光束的衍射角, 即它已达到了衍射极限。但因高斯光束强度更集中在中心及其附近, 所以实际上比圆孔衍射角要小一点。

由下面的例子可以获得共焦腔基模发散角的数量概念。例如, 一共焦腔氦氖激光器腔长 $L=30\text{cm}$, 光波长 $\lambda=0.6328\mu\text{m}$, 则 $\theta_{1/e^2}=2.3\times 10^{-3}\text{rad}$ 。一共焦腔 CO_2 激光器 $L=1\text{m}$ 、 $\lambda=10.6\mu\text{m}$, 则 $\theta_{1/e^2}=5.2\times 10^{-3}\text{rad}$ 。可见, 共焦腔基模光束的理论发散角具有毫弧度的数量级, 说明它的方向性相当好。由于高阶模的发散角是随着模的阶次的增大而增大的, 所以多模振荡时, 光束的方向性要比单基模振荡差。

(4) 高斯光束的高亮度

由于激光器发出的高斯光束有良好的方向性, 因而它也具有高亮度的特点。亮度 B 定义为单位面积的发光面在其法线方向上单位立体角范围内输出出去的辐射功率。令光源的发光面的面积为 ΔS , 其沿着发光面法线方向上 $\Delta\Omega$ 立体角内辐射的光功率为 ΔI , 则光源的发光面在该方向上的亮度为

$$B = \frac{\Delta I}{\Delta S \Delta \Omega} \quad (3-27)$$

B 的单位是 $\text{W}/(\text{cm}^2)$ 。由 B 的定义可以看出, 在其他条件不变的情况下, 发射光束的立体角 $\Delta\Omega$ 越小, 则亮度越高。

由于激光的远场发散角 θ 很微小, 所以它所张的立体角可表示为

$$\Delta\Omega = \frac{\pi(\theta R)^2}{R^2} = \pi\theta^2 \quad (3-28)$$

当 $\theta_{1/e^2}=2\times 10^{-3}\text{rad}$ 时, 相应的立体角为 $\Delta\Omega=\pi\times 10^{-6}\text{sr}$ 。所以, 一般的激光器是向着数量级约为 10^{-6}sr 的立体角范围内输出激光光束的。而普通光源发光(如电灯光)是朝向空间各个可能的方向的, 它的发光立体角为 $4\pi\text{sr}$ 。普通光源的发光立体角是激光的约百万倍, 即使两者在单位面积上的发光功率相差不大, 激光的亮度也应比普通光的亮度高出上百万倍。实际上, 激光还可通过一定的办法来提高它的单位面积的辐射功率, 这就使得激光比普通光源的亮度要高得多。例如, 一台较高水平的红宝石巨脉冲激光器, 每平方厘米的输出功率达 10^9W , 发散角接近 1mrad , 它的亮度约为 $10^{15}\text{W}/(\text{cm}^2)$, 这比普通光源中以高亮度著称的高压脉冲氙灯的亮度还要高出几十亿倍。

鉴于高斯光束在激光应用中极其重要的地位, 下面再重复强调一下它与球面波的区别, 并小结一下它的主要特征参量。

高斯光束不像球面波那样在波阵面上具有均匀的振幅分布, 而是呈现出高斯型的振幅分布, 在光束中心处光能十分集中; 不像球面波那样在所有的波阵面具有一个共同的球心, 而是不同的波阵面具有不同的曲率中心; 不像球面波那样向空间均匀地辐射, 而是局限在十分微小的发散角内输出光束, 具有极好的方向性。

高斯光束有许多表示其性质的特征参量, 其中最重要的是束腰半径, 它由激光器发出的光波长和谐振腔的腔长决定, 即



$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} w_s = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}} \quad (3-29)$$

高斯光束的其他重要特征参量有以下几类。

$$\text{波阵面曲率半径:} \quad R_0 = |z| \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (3-30)$$

$$\text{光束有效截面半径:} \quad w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad (3-31)$$

$$\text{镜面光束半径:} \quad w_s = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \quad (3-32)$$

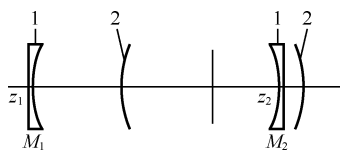
$$\text{远场发散角:} \quad 2\theta = 2 \sqrt{\frac{2\lambda}{\pi L}} = \frac{2\lambda}{\pi w_0} \quad (3-33)$$

3.3.2 稳定球面腔的光束传播特性

(1) 稳定球面腔的等价共焦腔

在介绍高斯光束的等相位面时讨论过，如果在场的任意一个等相位面处放上一块具有相应曲率的反射镜片，则入射在该镜片上的场将准确地沿着原入射方向返回，这样共焦腔中产生的场分布将不会改变。只要该反射镜不在共焦腔原先的反射镜位置上，其曲率半径就与原反射镜不相同，便得到了一个新的谐振腔。该球面腔与原共焦腔等价，产生的行波场与原共焦场完全一致，但是一定不再是共焦的。由于任何一个共焦腔场有无穷多个等相位面，因而存在无穷多个“等价”的球面腔。

反过来，任意一个满足稳定性条件的球面腔只可唯一地与一个共焦腔等价。下面给定稳定球面腔，以双凹腔（图 3-7）为例，来求解与之对应的唯一的一个共焦腔。



1—球面腔；2—等价共焦腔

图 3-7 球面腔的等价共焦腔

假设双凹腔两镜面 M_1 与 M_2 的曲率半径分别为 R_1 和 R_2 ，腔长为 L ，而所要求的等价共焦腔的共焦参数为 f 。以等价共焦腔中点为 z 坐标的原点。 M_1 、 M_2 两镜的 z 坐标为 R_1 和 R_2 。按图 3-7 所示情况，根据 (3-30) 式，波阵面曲率半径 R_1 和 R_2 可以用 f 表示为

$$\begin{cases} R_1 = |z_1| \left[1 + \left(\frac{f}{z_1} \right)^2 \right] \\ R_2 = |z_2| \left[1 + \left(\frac{f}{z_2} \right)^2 \right] \\ |z_1| + |z_2| = 2L \end{cases} \quad (3-34)$$



将此三个方程联立，可唯一地解出一组 z_1 、 z_2 与 f 的数值，即

$$\begin{cases} |z_1| = \frac{L(R_2 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \\ |z_2| = \frac{L(R_1 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \\ f = \frac{\sqrt{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}}{R_1 + R_2 - 2L} \end{cases} \quad (3-35)$$

如果 R_1 、 R_2 、 L 满足 $0 < \left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L}{R_2}\right) < 1$ ，不难证明 $z_1 < 0$ 、 $z_2 > 0$ 、 $f > 0$ ，这说明

给定稳定球面腔可唯一确定一个等价共焦腔。可利用式 (3-35) 与共焦腔的行波场的特征来讨论一般稳定球面腔（腔参数分别为 R_1 、 R_2 、 L ）的行波场的特点。

(2) 稳定球面腔的光束传播特性

这里只讨论基横模也就是相应高斯光束的传播特性，再对稳定球面腔的谐振频率进行讨论。前者与激光束的应用密切相关，后者涉及激光器的选频。

① 等效共焦腔的束腰半径和原球面腔镜面的基横模光束有效截面半径。

将式 (3-35) 中 f 代入式 (3-29)，即可求出等效共焦腔的束腰半径为

$$w_0 = \left[\left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (3-36)$$

这也就是该稳定球面腔输出的基横模高斯光束的束腰半径，它决定了稳定球面腔输出的基横模光束的几乎全部性质。

稳定球面腔镜面上的光斑半径等于它的等价共焦腔在该球面腔镜面处的光斑半径。将式 (3-35) 中 f 与 z_1 代入式 (3-31)，便可得到 M_1 镜面的基模光斑半径 w_{s1} ，将 f 与 z_2 代入式 (3-31)，便可得到 M_2 镜面的基模光斑半径 w_{s2} 。

$$\begin{cases} w_{s1} = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \left[\frac{R_1^2 (R_2 - L)}{L(R_1 - L)(R_1 + R_2 - L)} \right]^{\frac{1}{4}} \\ w_{s2} = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \left[\frac{R_2^2 (R_1 - L)}{L(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)} \right]^{\frac{1}{4}} \end{cases} \quad (3-37)$$

② 谐振频率。

根据前面结论，能够在激光谐振腔中形成谐振输出激光，必须满足谐振条件，即光波在谐振腔中单程总相移必须为 π 的整数倍。假设一般稳定球面腔的两个镜面与光轴的交点处的相位分别为 $\phi(0, 0, z_1)$ 和 $\phi(0, 0, z_2)$ ，则有 $\phi(0, 0, z_1) - \phi(0, 0, z_2) = q\pi$ 。由此式最终可计算出该方形镜一般稳定球面腔的谐振频率为

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{\mu\lambda} = \frac{c}{2\mu L} \left[q + \frac{1}{\pi} (m + n + 1) \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2} \right] \quad (3-38)$$

同理，圆形镜一般稳定球面腔的谐振频率为

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2\mu L} \left[q + \frac{1}{\pi} (m + 2n + 1) \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2} \right] \quad (3-39)$$



任务 3.4 均匀/非均匀增宽型介质激光器的输出功率

连续激光器稳定工作时，由于激光工作物质的光放大作用、谐振腔内的损耗系数分布不均匀、各纵模的驻波效应、光场的横向高斯分布等因素，使得腔内光强分布不均匀。因此，精确计算各点的光强是个非常复杂的问题，由谐振腔内的光强分布出发计算激光器的输出功率也就变得十分复杂。本任务从另一个角度，由增益饱和和效应出发，计算激光器在稳态工作时腔内的平均光强，并在此基础上计算激光器的输出功率。

3.4.1 均匀增宽型介质激光器的输出功率

在谐振腔内工作介质为均匀增宽型物质的激光器内，通常只有一个纵模。这个纵模是满足谐振条件的诸纵模中增益系数最大的那个纵模，也就是谐振频率 ν_q 离中心频率 ν_0 最近的纵模。由于 $|\nu_0 - \nu_q|$ 很小，因此， ν_q 的增益系数 $G(\nu_q)$ 可以近似地用 ν_0 的增益系数代替，项目 2 已经给出：

$$G = \frac{G^0}{1 + \frac{I}{I_s}} \quad (3-40)$$

式中， I 为激光器在稳态工作时腔内的平均光强， I_s 为激光工作介质的饱和光强， G^0 为激光工作介质的小信号增益系数。

1) 稳定出光时激光器内诸参数的表达式

激光器在稳态下工作时，腔内诸参量也都达到了稳定。

(1) 腔内最小光强 $I^+(0)$ ：由部分反射镜 M_1 反射、沿腔轴传播的光强 $I^+(0)$ 是腔内最弱的行波光强。因为随着 $I^+(0)$ 穿过增益介质，它将不断地得到放大，结果腔内任一点的光强都大于 $I^+(0)$ （光强符号的上标“+”表示沿腔轴正方向传播；“-”表示沿腔轴负方向传播）。

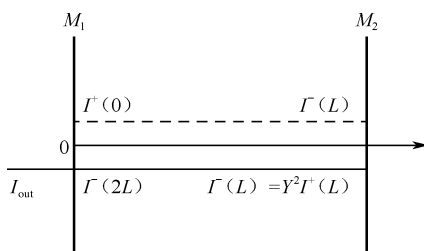


图 3-8 谐振腔内的光强

(2) 腔内最大光强 $I^-(2L)$ ： $I^+(0)$ 在腔内往返放大一周，再回到反射镜 M_1 处时，光强已增大为 $I^-(2L)$ ，如图 3-8 所示，它是腔内行波光强值最大者。它与 $I^+(0)$ 的关系为

$$I^-(2L) = r_2 I^+(0) \exp 2L(G - a_{\text{内}}) \quad (3-41)$$

式中， r_2 为反射镜 M_2 的反射率， L 为腔长， $a_{\text{内}}$ 为谐振腔的内部损耗系数。

(3) 输出光强 I_{out} ：最大光强 $I^-(2L)$ 在部分反射镜 M_1 上被分为三份，其中透射光部分就是激光器的输出光强，其值为

$$I_{\text{out}} = t_1 I^-(2L) = t_1 r_2 I^+(0) \exp 2L(G - a_{\text{内}}) \quad (3-42)$$



式中, t_1 为反射镜 M_1 的透过率。

(4) 镜面损耗 I_h : 激光器的镜面损耗是三份中的另一份。镜面损耗的表达式为

$$I_h = a_1 I^- (2L) = a_1 r_2 I^+ (0) \exp 2L(G - a_{\text{内}}) \quad (3-43)$$

式中, a_1 为反射镜 M_1 的镜面损耗系数。

(5) 最大最小光强、输出光强和镜面损耗之间关系: 剩下的部分被部分反射镜 M_1 反射回增益介质继续放大, 这部分就是腔内的最小光强, 它可以表示为

$$I^+ (0) = r_1 I^- (2L) = r_1 r_2 I^+ (0) \exp 2L(G - a_{\text{内}}) \quad (3-44)$$

式中, r_1 为反射镜 M_1 的反射率。

由能量守恒定律不难看出, 表达式 (3-41) ~ 式 (3-44) 之间的关系为

$$I^- (2L) - I^+ (0) = I_{\text{out}} + I_h = (a_1 + t_1) I^- (2L) \quad (3-45)$$

(6) 平均行波光强

在腔内任一点 z 处都有两束传播方向相反的行波 $I^+(z)$ 和 $I^-(2L-z)$ 。在这两束行波的作用下, 增益介质内的粒子数密度反转分布值会发生饱和效应, 增益系数值也随之饱和。在腔内不同的 z 处, 增益系数的值不同。近似地用平均光强 $2I$ 代替腔内光强 $I^+(z) + I^-(2L-z)$,

用 $G = \frac{G^0}{1 + \frac{2I}{I_s}} = G_{\text{阈}}$ 作为腔内的平均增益系数, 则由增益系数的表达式可以导出腔内平均行波光

强为

$$I = \frac{I_s}{2} \left(\frac{G^0}{G_{\text{阈}}} - 1 \right) = \frac{I_s}{2} \left(\frac{G^0}{a_{\text{总}}} - 1 \right) \quad (3-46)$$

2) 激光器的输出功率

激光器在理想的情况下可以做到介质内部的损耗 $a_{\text{内}} \approx 0$, 还可把全反射镜 M_2 的镜面损耗都折合到部分反射镜 M_1 上。这样一来, 对全反射镜 M_2 有 $r_2 \approx 1$, $t_2 \approx 0$, $a_2 \approx 0$; 对部分反射镜 M_1 有 $r_1 \approx 1 - (a_1 + t_1)$ 。激光器的总损耗变为

$$a_{\text{总}} = a_{\text{内}} - \frac{1}{2L} \ln r_1 r_2 = -\frac{1}{2L} \ln [1 - (a_1 + t_1)] \quad (3-47)$$

如果 $(a_1 + t_1)$ 很小, 可以将 $\ln [1 - (a_1 + t_1)]$ 用级数展开, 取到一级近似, 则有

$$a_{\text{总}} = \frac{a_1 + t_1}{2L} \quad (3-48)$$

在上述条件下, 式 (3-46) 所表示的激光器内行波的平均光强 I 可以化为

$$I = \frac{I_s}{2} \left(\frac{2LG^0}{a_1 + t_1} - 1 \right) \quad (3-49)$$

激光器的输出光强也可表示为

$$I_{\text{out}} = t_1 I = \frac{I_s}{2} t_1 \left(\frac{2LG^0}{a_1 + t_1} - 1 \right) \quad (3-50)$$

若激光束的平均截面积为 A , 则激光器的输出功率为

$$P = AI_{\text{out}} = \frac{1}{2} t_1 I_s A \left(\frac{2LG^0}{a_1 + t_1} - 1 \right) \quad (3-51)$$

式 (3-51) 就是由均匀增宽型增益介质构成的激光器的输出功率 P 与激光器诸参量之间的关



系式。

3) 输出功率与诸参量之间的关系

(1) 输出功率与饱和光强的关系

激光器的输出功率 P 与饱和光强 I_s 成正比。

(2) 输出功率与光束截面的关系

光束截面积 A 大的激光器, 其输出功率 P 也大。高阶横模的光束截面积要比基模的大, 因此, 一般来说, 输出高阶横模的激光器, 其输出功率要比同型号的输出基模的激光器的输出功率大。

(3) 输出功率与输出反射镜的透射率的关系

部分反射镜的透射率 t_1 的选取对激光器输出功率的影响很大。设计激光器时总希望输出功率大, 镜面损耗小, 以使光波在腔中往返一次所获得的光能量绝大部分都用于激光器的输出, 也即希望式 (3-45) 能变成

$$I^-(2L) - I^+(0) = (a_1 + t_1)I^-(2L) \approx t_1 I^-(2L)$$

这就要求把 t_1 选得尽可能大, 把 a_1 控制得尽可能小, 使 $t_1 \gg a_1$ 。但是由式 (3-48) 可以看出, t_1 不能选得过大, 因为 t_1 太大会使增益系数的阈值 $G_{\text{阈}}$ 升高, 如果介质的双程增益系数 $2LG^0$ 不够大, 将会导致腔内光强减小, 反而使输出功率降低, 严重时甚至会使腔内不能形成激光。当然, 透射率 t_1 也不能选得过小, 因为 t_1 太小时, 虽然它使增益系数的阈值降低, 使腔内光强增强, 但是, 随着腔内光强的增高, 镜面损耗 $a_1 I^-(2L)$ 也将增大, 这使光波在介质中往返一次所增加的光能量用于损耗的部分加多, 并未实现增加输出的预期效果。为了让激光器有最大的输出功率, 必须使部分反射镜的透射率取最佳值。最佳值可以通过对式 (3-51) 求极值而得到, 即令 $\frac{dP}{dt_1} = 0$, 则有

$$\frac{1}{2} A I_s \left(\frac{2LG^0}{a_1 + t_1} - 1 \right) + \frac{1}{2} t_1 A I_s \left(-\frac{2LG^0}{(a_1 + t_1)^2} \right) = 0$$

解此方程得

$$t_1 = (2LG^0 a_1)^{\frac{1}{2}} - a_1 = \sqrt{a_1} (\sqrt{2LG^0} - \sqrt{a_1}) \quad (3-52)$$

这就是最佳透射率的表达式, 在此透射率下, 激光器的输出功率为

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} I_s A \sqrt{a_1} \left(\sqrt{2LG^0} - \sqrt{a_1} \right) \left(\frac{2LG^0}{\sqrt{2LG^0 a_1}} - 1 \right) \\ &= \frac{1}{2} I_s A (\sqrt{2LG^0} - \sqrt{a_1})^2 \end{aligned} \quad (3-53)$$

实际工作中总是先用实验方法确定最佳透射率, 再由式 (3-52) 估算镜面损耗的大小。

3.4.2 非均匀增宽型介质激光器的输出功率

在非均匀增宽型介质中, 频率为 ν 的光波只能使速度为 $\pm v_z$ 的粒子数密度反转分布值饱和, 对其他速度的粒子数密度反转分布值几乎无影响。所以增益介质对腔内各纵模的增益系数仅受本纵模光强的影响, 基本上与其他纵模的光强无关。这是非均匀增宽型介质与均匀增宽型介质的不同之处。

光波的频率 ν 不在非均匀增宽介质的中心频率处时会发生“对称烧孔”的现象。频率为 ν



的光波沿腔轴正方向传播时，它将使沿腔轴方向运动的速度为 v_z 的粒子数密度反转分布值饱和，当该光波经反射镜反射后沿着腔轴的反方向传播时，它又使介质中速度为 $-v_z$ 的粒子数密度反转分布值饱和。这样，光波在腔内传播时，将有两部分粒子——速度为 v_z 的粒子和速度为 $-v_z$ 的粒子对它的放大做出贡献。也就是说频率为 ν 的光波， $I^+(\nu, z)$ 和 $I^-(\nu, 2L - z)$ 两束光在增益系数的 $G - \nu$ 曲线上 ν_0 的两侧对称地“烧”了两个孔，如图 3-9 所示。对每个孔起饱和作用的分别是 $I^+(\nu, z)$ 或 $I^-(\nu, 2L - z)$ ，而不是两者之和。

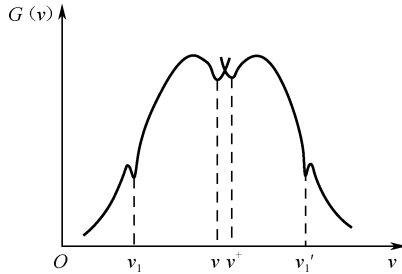


图 3-9 非均匀增宽激光器的“烧孔效应”

经计算得出非均匀增宽型介质的激光器的输出功率为

$$P(\nu_0) = \frac{1}{2} A t_1 I_s \left[\left(\frac{2LG_D^0(\nu_0)}{a_1 + t_1} \right)^2 - 1 \right] \quad (3-54)$$

该激光器对 ν_0 光波的输出功率 $P(\nu_0)$ 要比它对 ν_0 附近各频率光波的输出功率 $P(\nu)$ 还要低。如果使单纵模输出的激光器的谐振频率由小到大逐渐变化，对应每一个频率为 ν_1 的光波，它都在增益系数的 $G - \nu$ 曲线上对称地“烧”两个宽度约为 $\left(1 + \frac{I}{I_s}\right)^{\frac{1}{2}} \Delta\nu$ 的孔，如图 3-9 所示。而在输出功率的 $P(\nu) - \nu$ 曲线上，对应于 ν_1 光波的输出功率为 $P(\nu_1)$ 。随着频率逐渐接近 ν_0 ，输出功率也逐渐增大。当频率 ν 变到

$$\nu_0 - \left(1 + \frac{I}{I_s}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\Delta\nu}{2} < \nu < \nu_0 + \left(1 + \frac{I}{I_s}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\Delta\nu}{2}$$

范围内时，该光波在增益系数的 $G - \nu$ 曲线上对称“烧”的两个孔发生了重叠，这意味着参与对 ν 光波进行增益放大的粒子数开始减少，因此，输出功率将不再随 $G_D^0(\nu)$ 的增加而增加。随着 ν 与 ν_0 距离越来越小， $G - \nu$ 曲线上两个孔的重叠部分也越来越大，输出功率也逐渐减小，直至 $\nu = \nu_0$ 时， $G - \nu$ 曲线上的两个孔完全重合，输出功率降至一个极小值。输出功率曲线 $P(\nu) - \nu$ 如图 3-10 所示。 $P(\nu) - \nu$ 曲线在中心频率 ν_0 处出现一个凹陷，这个凹陷称为“兰姆凹陷”。兰姆凹陷的中心频率为 ν_0 ，宽度大致为均匀增宽的线宽 $\Delta\nu$ 。当激光管内气体压力加大时，碰撞增宽使 $\Delta\nu$ 增大，这将使兰姆凹陷变宽、变浅，甚至会使之消失。图 3-11 是不同气压下输出功率随频率变化的曲线，图中 $P_3 > P_2 > P_1$ 。输出功率的兰姆凹陷常被作为一种稳频的方法而用于稳频技术中，这将在项目 4 的稳频技术部分详细讨论。

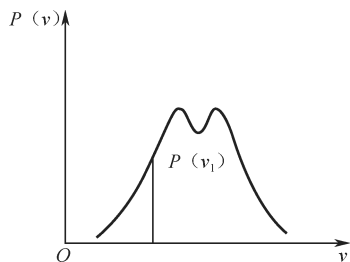
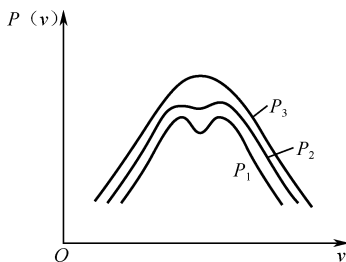
图 3-10 $P(v)-\nu$ 曲线与“兰姆凹陷”

图 3-11 “兰姆凹陷”与管中气压的关系

任务 3.5 线宽极限和品质因子

3.5.1 激光器的线宽极限

普通光源发光的谱线是具有一定的宽度的。造成线宽的原因很多，其中主要包括：能级的有限寿命造成了谱线的自然宽度；发光粒子之间的碰撞造成了谱线的碰撞宽度（或压力宽度）；发光粒子的热运动造成了谱线的多普勒宽度。这三种现象一般是同时出现的，实际的谱线线型是它们共同作用的结果。这样的谱线叫做发光物质的荧光谱线，其线宽叫做荧光线宽。

对一个激光器来说，当它在稳定工作时，其增益正好等于总损耗。这时的理想情况：损耗的能量在腔内的受激过程中得到了补充，而且在受激过程中产生的光波与原来光波有相同的相位，所以新产生的光波与原来的光波相干叠加，使腔内光波的振幅始终保持恒定，相应的就有无限长的波列，故线宽应为“0”。如果激光器是单模输出的话，那么它输出的谱线应该是落在荧光线宽 $\Delta\nu_F$ 范围内的一条“线”，如图 3-12 所示。

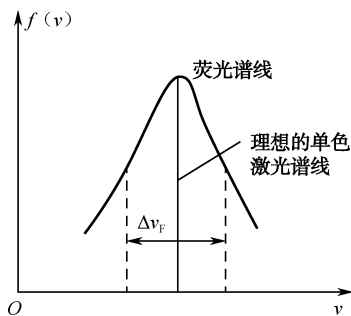


图 3-12 荧光谱线与理想单色谱线

实际上不可能得到等于“0”的线宽。激光的谱线虽然极窄，但仍然有一定宽度。造成激光线宽的原因是多方面的。

(1) 激光线宽的内部原因

在理想的激光器中完全忽略了工作物质的自发辐射，而一个实际的激光器尽管它的自发辐射相对于受激辐射来说是极其微弱的，但它毕竟还是不可避免的存在，而且在激光器的输出功率中也贡献它极其微小的一个份额。这一份额是非相干的辐射功率，而受激辐射过程贡献的则是相干的辐射功率。所以，激光器的增益就应该包括受激过程和自发过程两部分的贡献。在振荡达到平衡时，激光器内的能量平衡，应该是介质的受激辐射增益与自发辐射增益



之和等于腔的总损耗，因而受激辐射的增益应略小于总损耗。这样，对于受激辐射的相干光来说，每一个波列都存在一定的衰减率，正是这种衰减造成了一定的线宽，这是造成激光线宽的内部原因之一。

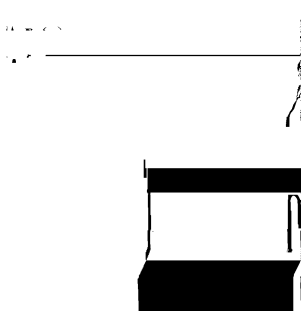


图 3-13 激光的极限线宽

另外，腔内自发辐射又产生一系列前后相位无关的波列，这些波列和相干的波列的光强相叠加，使腔内的光强保持稳定。这样一些一段一段的互相独立的自发辐射的波列也要造成一定的线宽。以上两方面的因素就造成了由于存在自发辐射而引起的激光线宽。如图 3-13 所示，曲线 1 是衰减的相干光的谱线，曲线 2 是自发辐射本身的谱线，曲线 3 是总的谱线。

如果激光器的输出功率增大，就说明腔内辐射场的能量密度也变大了，而受激辐射概率是正比于辐射场能量密度的，自发辐射的概率却不变，因此受激辐射所占的比例也相应增大，激光振荡谱线的宽度也相应变窄。这就是说增加激光器的输出功率可以减小由于自发辐射引起的激光线宽。理论计算表明此激光线宽是和激光器输出功率成反比的。

理论计算还指出，单纯由于腔内自发辐射而引起的激光谱线宽度远小于 1Hz。例如，腔长 $L=1\text{m}$ ，单程损耗 $a_{\text{总}}\approx 1\%$ ，每端输出 1mW 的 He-Ne 激光器发出的 $0.6328\mu\text{m}$ 谱线的宽度约为 $5\times 10^{-4}\text{Hz}$ ，这是个极其微小的线宽，而实验测得的激光线宽却远远大于这个数值。这说明造成激光线宽还有其他较自发辐射影响更大的因素。尽管如此，对于自发辐射造成激光线宽的分析还是十分有意义的。因为自发辐射是在任何激光器中都存在的，所以这种因素造成的激光线宽是无法排除的。也就是说这种线宽是消除了其他各种使激光线宽增加的因素后，最终可以达到的最小线宽，所以叫做线宽极限。

(2) 激光线宽的外部原因

产生激光线宽的其他方面的原因是属于外部方面的，尤其是影响激光稳定性的一些因素，诸如温度的波动、机械的振动、大气压力和湿度的变化、空气的对流、损耗的波动、增益的波动及荧光中心频率漂移等。因为当激光的频率不稳定而发生变化和漂移时，激光振荡就不会是等幅的连续的正弦振荡。它必然会形成一定的频率分布，因而出现一定的谱线宽度。实验表明，稳频度较高的 He-Ne 激光器输出的谱线宽度大约为几十 Hz 的数量级，普通的 He-Ne 激光器可达约 10^4Hz 的数量级（其荧光线宽大约为 10^9Hz 的数量级），而固体激光器和半导体激光器的谱线宽度更宽，一般都在 10^6Hz 以上。

3.5.2 激光光束质量的品质因子 M^2

在激光技术及其应用领域，以及激光器的设计和生产过程中，光束质量是衡量激光光束优劣的一项重要指标。在激光的发展过程中，针对不同的应用目的，曾用多种参数来评价光束质量，如聚焦光斑尺寸、远场发散角等。但由于激光束经过光学系统后，束腰尺寸和发散角均可以发生改变，减小腰斑半径必然会使发散角增大，因此单独使用发散角或者单独使用腰斑尺寸来评价光束质量是不科学的。为了克服常用的光束质量评价方法的局限，近年来国际光学界发展出一种表征激光光束质量的参量——品质因子 M^2 ，并已由国际标准化组织 (ISO) 予以推荐试用。

光束质量是激光束可聚焦程度的度量，描写激光光束品质的 M^2 因子的定义式为