

第2章 通信信道

通信系统的信道可以分为有线信道和无线信道。较常用的有线信道是同轴电缆和光纤。无线信道主要分为电磁波在空中的传播信道和水声在水中的传播信道。有线信道的特征一般都很固定，但无线信道的特征却严重依赖通信环境。由于无线通信环境通常会有很大的变化，因此同一通信系统在不同环境下的系统性能也大不相同。因此，无线信道的建模对系统设计具有非常重要的价值。例如，在理想的自由空间传播，可以用理想的 AWGN 信道来建模信道，但对市区复杂的移动通信信道，在设计宽带无线通信系统时要用多径衰落信道来建模。信道模型直接影响到系统的设计方案。例如，在 AWGN 系统中通信，系统的接收机设计就不需要考虑干扰消除算法，但在宽带移动通信中就必须考虑干扰消除，否则就不能正确地恢复发射的信号。因此，了解各种信道的传输特征，针对不同的通信信道环境和通信系统选择合适的模型来建模信道，对系统设计和系统性能分析与评估无疑是非常重要的也是非常必要的。

2.1 信道中的加性噪声

信号经过信道到达接收机后，接收的信号中除有用的信号分量外，还叠加有无用的分量。无用的信号分量又可以分为干扰和噪声。干扰是由具有确定性存在时间和频率的其他信号导致的无用分量；而噪声是每个通信系统接收信号中均会存在的随机分量。如在无线信道中，各种光、电、声及电磁波信号源发出的、在各种频段出现的信号，经相互作用后会产生环境噪声；又如接收机中电子器件内部粒子运动会产生热噪声。在通信系统中，如

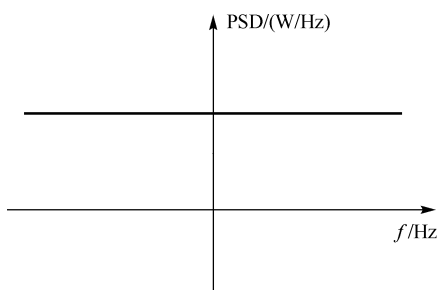


图 2.1 理想白噪声的双边功率谱密度

果不考虑系统的滤波作用，叠加在信号上的各种噪声的总和一般用一个高斯白噪声分量来刻画。

白噪声是指在观察频率范围内功率谱密度为常数的噪声。理想的白噪声在 $(-\infty, \infty)$ 的频率范围内的功率谱密度 (PSD) 为常数，用 $N_0/2$ 表示，如图 2.1 所示。若只考虑 $(0, \infty)$ 的单边带，则对应双边功率谱密度 $N_0/2$ 的单边功率谱密度为 N_0 。功率谱密度的单位为 W/Hz。由于功率谱密度是自相关函数的傅里叶变换，理想白噪声的自相关函数为

$$R(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau) \quad (2-1)$$

高斯噪声是指噪声的取值满足高斯分布。高斯分布的概率密度函数 (PDF) 为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2-2)$$

式中, a 和 σ^2 分别表示噪声的均值和方差。

理想的高斯白噪声满足均值为 0、方差 $\sigma^2 = N_0/2$ 的高斯分布, 也称正态分布。

2.2 有线信道

有线信道是指用有线连接发射机和接收机的信道, 具体来讲就是双绞线、同轴电缆和光纤。这些有线信道也是众所周知的。双绞线是早期的有线信道, 其对信号的衰减较大, 主要用于近距离的通信, 如有线电话、家用电线和近距离数字信号传输。同轴电缆内含有同心轴, 且含有用绝缘材料隔开的两个导体, 内导体为硬铜线, 用于传输信号, 网状结构的外导体及外皮用于保护内层导体传输的信号不受外界电磁波的干扰, 因此同轴电缆比双绞线的带宽更宽, 抗干扰能力更强。与双绞线相比, 同轴电缆的缺点是体积大、重量大、价格高。同轴电缆主要用于近距离的通信。光纤是在同轴电缆之后发展起来的新的有线通信材料, 它是采用光导纤维传输光信号来实现通信的, 因此在光纤的输入端要将电信号转换为光信号; 在其输出端要将光信号再转换为电信号。光纤的主要优点是传输损耗小及传输带宽大, 因此适合中、远距离的宽带信号传输。目前通信网络中有线网络的主干线主要采用光纤来实现。

从信道的角度来看, 有线传输的主要特点是传输路径单一、干扰小、接收信号的功率稳定。由于有线传输信道的这些特点, 在不考虑路径损耗的条件下, 有线传输信道可以用理想的加性高斯白噪声 (AWGN) 信道来建模, 即

$$y(t) = Ax(t) + n(t) \quad (2-3)$$

式中, $x(t)$ 和 $y(t)$ 分别代表发射和接收的信号; A 是一个常数, 表示信道的增益; $n(t)$ 表示接收信号中的 AWGN 分量。

2.3 无线电波及其频谱管理

在数字通信中, 信号从发射机传输到接收机可以通过有线信道, 如同轴电缆或光纤, 也可以通过无线信道。在无线通信中, 尽管可以用光波和声波来传播信号, 但目前应用最为广泛的仍是电磁波。与有线通信相比, 基于电磁波传输的无线通信的主要优点在于, 可以很方便地实现任何距离的通信, 同时避免使用价格昂贵且不易维修的光纤。

根据无线电波在地球表面以上的大气层中进行传播时的传播方式不同, 一般将电磁波分为地波、天波和沿直线传播的波。地波也称地表面波, 沿大地与空气的分界面传播, 传播时可随地球表面的弯曲而改变传播方向。频率较低的电磁波趋于沿弯曲的地球表面传播。天波是由天线向高空辐射的电磁波遇到大气电离层折射后返回地面的无线电波。地球的大气层一般可分为三层, 即对流层、平流层和电离层。距离地面 18km 以内, 大气是互相对流的, 该空间称为对流层; 距离地面 18~60km 的空间, 气体对流现象减弱, 该空间称为平流层; 距离地面 60~20000km 的空间为电离层。沿直线传播的波是指无线电波以直线的传播方式从发射机传播到接收机, 一般出现在空间视距范围内的传输中, 因此也称为空间波或视距 (LoS) 波。

电磁波的传输速率与光波相同, 为 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。由于对应不同频率的电磁波, 其波长 λ 等于波的传播速率 c 与波的频率 f 的比值, 因此既可用波长也可以用频率来表示某种无线电波。表 2.1 给出了按不同波长/频率划分的无线电波波段划分表。下面以长波、中波、短波和超短波为例来说明波长由长变短时, 无线电波传输特征的变化趋势。

表 2.1 无线电波的波段划分表

频段名称	频谱范围	波段名称	波长范围
极低频 (ELF)	3~30Hz	极长波	100~10Mm
超低频 (SLF)	30~300Hz	超长波	10~1Mm
特低频 (ULF)	300~3000Hz	特长波	1000~100km
甚低频 (VLF)	3~30kHz	甚长波	100~10km
低频	30~300kHz	长波	10~1km
中频	300~3000kHz	中波	1~0.1km
高频	3~30MHz	短波	100~10m
甚高频 (VHF)	30~300MHz	超短波	10~1m
特高频 (UHF)	300~3000MHz	特短波	1~0.1m
超高频 (SHF)	3~30GHz	超短波	10~1cm
极高频 (EHF)	30~300GHz	极短波	10~1mm
至高频	300~3000GHz	至短波	10~1dmm

(1) 长波传播: 距离小于 300km 的信号传播主要依靠地波, 远距离 (2000km 以上) 传播主要依靠天波。用长波通信时, 接收点的场强相对较稳定。但与波长较短的波相比, 长波通信要求发射天线尺寸大。长波通信一般用于越洋通信、导航和气象预报等领域。

(2) 中波传播: 中波传播时, 由于白天因天波被电离层吸收严重而衰减大, 因此白天主要靠地波传播; 夜晚天波参加传播, 可以实现较远距离的传播。中波主要用于船舶与导航通信。波长为 2000~200m 的中波主要用于广播通信。

(3) 短波传播: 短波传输时既有地波也有天波。但由于短波的频率较高, 被地面吸收强烈, 因此其中的地波衰减很快, 传播距离仅有几十千米。而天波在电离层中的损耗减少, 因此在短波通信中常利用天波进行远距离通信。短波主要用于电话、电报、广播及业余电台的通信。

(4) 超短波传播: 由于超短波频率很高, 其中的地波分量在传播过程中衰减很大; 此外, 对于超短波传播, 会出现电波穿入电离层很深乃至穿出电离层的现象, 从而使电波不能反射回来。因此超短波通信主要采用空间波传播方式来实现信号传输。超短波传播适用于要求天线尺寸小、传播距离短的通信系统。目前超短波主要用于调频广播、电视、雷达、导航和移动通信等领域。

由于无线电通信涉及广泛的民用和军事应用领域, 按具体系统在设计上的不同来看, 其种类可以说多到不计其数, 且从信号传输的角度来看, 在某个空间范围内, 大量的通信系统可能在相同时间和频段进行通信, 从而导致某个接收机在接收有用信号的同时, 会收到其他无用信号 (也称干扰信号)。由于在时域和空域很难管控大量不同通信系统的共存, 因此从信号检测的角度来看, 降低接收信号中干扰的最有效的手段之一就是对无线电频谱进行管控与划分。此外, 为了使系统、设备和器件在世界范围内具有通用性, 世界各国在

进行频谱划分时也有必要保持全球范围内的一致性。无线电波可用频率一般在 9kHz~3000GHz 范围。附录 A 给出了《中华人民共和国无线电频率划分规定》中的部分频谱划分。

2.4 自由空间传播

最简单也最理想的无线信道是所谓的自由空间信道,在该信道中,发射机和接收机之间没有任何障碍阻挡,信号的传播为视距传播(LoS)。在自由空间环境下,接收信号只受路径传播损耗和 AWGN 的影响,接收信号 P_r 只与发射功率 P_t 和传播距离 d 有关,表示为

$$P_r(d) = kd^{-2} \quad (2-4)$$

其中, k 是与发射功率有关的常数。路径损耗定义为

$$P_L(\text{dB}) = 10 \log_{10} \frac{P_t}{P_r} = P_t(\text{dB}) - P_r(\text{dB}) \quad (2-5)$$

在接收机进行信号检测和信号处理时,路径损耗和 AWGN 对信号的影响集中体现在对 SNR 的影响上,因此也就不会单独考虑路径损耗的大小。基于此原因,式(2-3)也可表示自由空间传播时的接收信号模型。

2.5 衰落信道

在实际的无线通信中,多数无线通信环境非常复杂,信号在到达接收机之前会经过各种反射、折射和散射,使得接收的信号产生时延扩展、频谱扩展、相位畸变和包络波动(功率波动)。在这些情况下,无线信道不能简单地刻画为 AWGN 信道,而是必须针对通信系统本身的参数设计和使用的信道环境来建立更复杂的传输信道模型。

2.5.1 反射、绕射和散射

电磁波入射到尺寸相对于波长大得多的障碍物表面时将发生反射现象。根据反射定律,全部或者至少部分能量的波将返回到原来的介质中。

绕射是指电磁波可以绕过障碍物到达 LoS 传播不到的区域的现象。绕射通常在一个电磁波入射到障碍物锋利的边缘时发生。绕射引起的路径损耗取决于电磁波的特征参数以及障碍物的表面形状和尺寸^[3]。

散射是指当无线电波的传播媒介包含了尺寸小于波长的障碍物,传播的电磁波遇到这样的障碍物时,会引起电磁波向障碍物四周散出的现象^[2]。

2.5.2 单径衰落信道模型

信号经过无线通信信道传播到达接收机时,无线信道中 N 条传播路径的信号如果其相对时延小于符号周期,导致信道的单位冲激响应中只出现一条可分辨的路径,这种信道称为单径信道。进一步讲,假如 N 条路径信号合成后的接收机信号包络恒定,信道对接收信号相位的影响也得到理想的补偿,则这样的单径信道同样可以用理想的 AWGN 信道模型来

描绘。但事实上多径信号即使没有相对时延，但相加后的合成信号也会出现相位畸变和包络波动。

假定共有 N 个信号在同一时刻到达接收端，在时刻 t 将 N 个接收信号合成后可表示为

$$r(t) = \operatorname{Re} \left\{ \left[\sum_{l=0}^{N-1} (\alpha_l(t) e^{-j\varphi_l(t)}) \right] \exp(j2\pi f_c t) \right\} \quad (2-6)$$

式中， $\alpha_l(t)$ 及 $\varphi_l(t)$ 表示在时刻 t 信号分量 l 的幅度和相位； f_c 为载波信号的频率。式 (2-6) 可以进一步改写为

$$r(t) = r_I(t) \cos 2\pi f_c t - r_Q(t) \sin 2\pi f_c t \quad (2-7)$$

式中， $r_I(t)$ 及 $r_Q(t)$ 分别为 $r(t)$ 的同相分量和正交分量：

$$r_I(t) = \sum_{l=0}^{N-1} [\alpha_l(t) \cos \varphi_l(t)] \quad (2-8)$$

$$r_Q(t) = \sum_{l=0}^{N-1} [\alpha_l(t) \sin \varphi_l(t)] \quad (2-9)$$

进一步定义

$$\alpha(t) = \sqrt{r_I^2(t) + r_Q^2(t)} \quad (2-10)$$

$$\theta(t) = \arctan \left(\frac{r_Q(t)}{r_I(t)} \right) \quad (2-11)$$

根据中心极限定理，当 N 值很大时， $r_I(t)$ 和 $r_Q(t)$ 将独立地满足均值为 0、方差为 σ^2 的高斯分布，因此包络 $\alpha(t)$ 是一个满足瑞利分布的随机变量，其概率密度函数为

$$P(z) = \frac{z}{\sigma^2} \exp \left(-\frac{z^2}{2\sigma^2} \right), \quad z \geq 0 \quad (2-12)$$

图 2.2 描绘了一个典型的瑞利衰落包络^[3]，图 2.3 给出了瑞利分布的概率密度函数 (PDF)。进而，式 (2-11) 给出的相位 $\theta(t)$ 可以证明均匀分布在区间 $[-\pi, \pi]$ 上。

在某些通信环境下，除了 N 条非视距传播路径，还存在 LoS 路径，式 (2-7) 应改写为

$$r_R(t) = (A + r_I(t)) \cos 2\pi f_c t - r_Q(t) \sin 2\pi f_c t \quad (2-13)$$

对应的信号包络为

$$\alpha_R(t) = \sqrt{(A + r_I(t))^2 + r_Q^2(t)} \quad (2-14)$$

随机变量 $\alpha_R(t)$ 满足以下的莱斯分布：

$$P(z) = \frac{z}{\sigma^2} \exp \left(-\frac{z^2 + A^2}{2\sigma^2} \right) I_0 \left(\frac{zA}{\sigma^2} \right), \quad z \geq 0 \quad (2-15)$$

式中， A 为正常数，代表 LoS 信号分量的贡献； $I_0(\cdot)$ 代表第一类零阶修正贝塞尔函数。莱斯分布通常用一个称为莱斯因子的参数 K 描述，其定义为

$$K = \frac{A^2}{2\sigma^2} \quad (2-16)$$

一个莱斯因子 K 完全描绘了一个对应的莱斯分布，如图 2.3 所示。事实上，瑞利分布是当 $K = 0$ ($I_0(0)=1$) 时的莱斯分布。

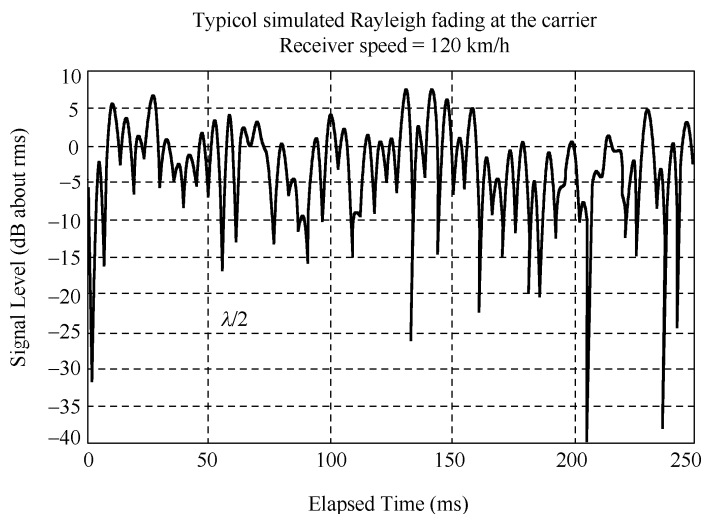


图 2.2 典型的瑞利衰落包络

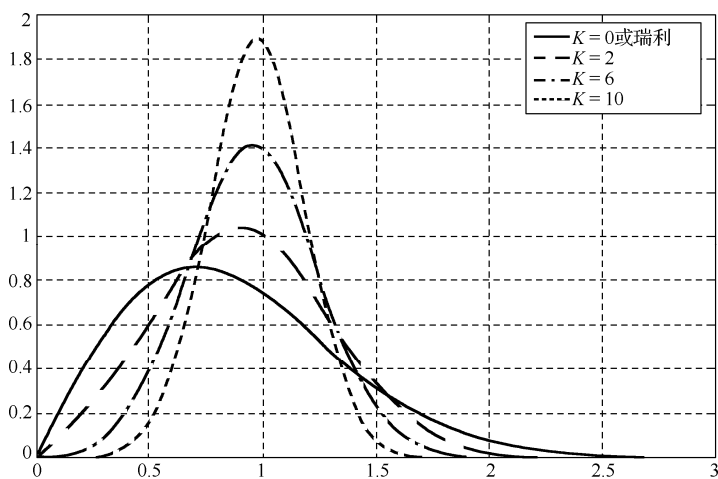


图 2.3 莱斯(含瑞利)概率密度函数^[2]

无论是单径瑞利衰落信道还是莱斯衰落信道，接收信号可以表示为

$$y(t) = \alpha(t)e^{j\theta}x(t) + n(t) \quad (2-17)$$

式中， $x(t)$ 表示发射信号； $\alpha(t)e^{j\theta}$ 表示信道的复增益； $n(t)$ 为 AWGN 分量。

与理想的 AWGN 信道相比，单径衰落信道的主要区别是信道是时变的，而理想 AWGN 信道是时不变信道。

2.5.3 多径衰落信道模型

所谓的多径衰落信道是对应 2.5.2 节中的单径衰落信道而论的。为了说明多径衰落信道，先来讨论图 2.4 所示的信道，即一个具有 3 条可分辨路径系统的离散时间单位冲激响

应。这里的“可分辨路径”是无线信道分析与建模中常用的非常形象的术语，其含义是，把信道当作一个系统，当系统的单位冲激响应在某个采样点的采样值超过了系统设置的判决阈值时，该采样值可等效为由一条具有相应的传输时延的路径传输发射信号后所获得的接收信号的强度。例如，对图 2.4 所表示的传输信道，当输入为 $\delta(\tau)$ 时，系统的输出分别在 $\tau_0=0$ 、 $\tau_1=1$ 和 $\tau_2=2$ 三个采样时间点观察到的响应分量，强度分别为 $h(0)$ 、 $h(1)$ 和 $h(2)$ ，该系统的单位冲激响应可表示为

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^2 h(l) \delta(\tau - \tau_l) \quad (2-18)$$

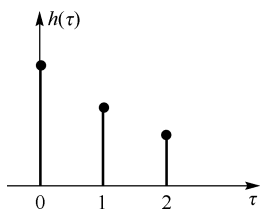


图 2.4 时不变系统单位冲激响应示意图

在这个系统中，总的可分辨路径数为 3，每条路径的时延和增益都是固定的常数值。显然这样的系统是时不变系统。这样的系统对有线传输系统显然是可以实现的，但并无实际意义。对于无线信道，每个可分辨路径都代表很多条具有相同时延的传输子径信号的合作，也就是说，每条可分辨路径的增益都会像 2.5.2 节

中所讨论的那样是时变的，子径信号的包络会出现衰落现象。对于一个含有 L 条可分辨路径的多径衰落信道，接收信号的一般表示为

$$y(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t) e^{j\theta_l} x(t - \tau_l) + n(t) \quad (2-19)$$

式中， $\alpha_l(t)e^{j\theta_l}$ 表示第 l 径信道的复增益，当不存在 LoS 子径传播时， $\alpha_l(t)$ 服从瑞利分布， θ_l 满足 $[-\pi, \pi]$ 范围的均匀分布。

单径瑞利衰落信道也称为频率平坦的瑞利衰落信道；多径瑞利衰落信道也称为频率选择性瑞利衰落信道。所谓频率平坦的衰落，是指从频域上看，对于信号带宽内所有不同的频率分量，信道的增益(谱强度)几乎相等；所谓频率选择性衰落，是指在信号的带宽内，信道的增益(谱强度)不平坦，对某些频率分量的信号衰落较重，而对其他频率分量的信号衰落又相对较轻。导致信道出现频率选择性衰落的原因是信号的带宽大于信道相干带宽，否则只会出现频率平坦的衰落。信道的相干带宽是指在一个通信系统涉及的总频带内，信道的频谱保持平坦的最大允许带宽。如果信号的带宽大于信道相干带宽，接收信号就会出现频率选择性衰落，接收信号在时域上来看就会出现可分辨的多径分量，如式(2-19)所示。从式(2-19)可以看出，如果把式中的连续时间变量当作离散时间变量，也就是说把 $x(t)$ 当作第 t 个符号的采样值，接收信号中明显出现了符号间的干扰(ISI)，即使没有噪声，也会严重影响对发射符号的判决。

对于平坦衰落信道，对应的接收信号要采用信道均衡的数字信号处理技术来消除或者减少信道对发射信号的影响。具体来讲，信道均衡的目的就是对信道相位进行补偿。对于频率选择性衰落信道中的接收机，要采用 ISI 干扰抑制技术来消除 ISI 的影响或者采用分集合并技术来联合开发多径信号对符号判决的贡献。均衡和分集技术可参见文献[2]。

2.6 编码信道

在数字通信系统中,从发射机某个模块的输出端到接收机某个模块的输入端都可以等效为一个广义的传输信道。本章前面讨论的 AWGN 信道和衰落信道模型可以认为是从调制器输出端到解调器输入端的信道模型。若从发射机信道编码器的输出端到接收机解码器的输入端来建立广义的传输信道模型,由于信道的输入和输出都是二进制比特数据,信道对信号的影响通常用图 2.5 所示的模型来分析。

在编码信道中,条件概率 $P(y=y_j|x=x_i)$ 称为转移概率,代表了发射为 $x=x_i$ ($x_i \in \{0,1\}$) 时,接收为 $y=y_j$ ($y_j \in \{0,1\}$) 的概率。若发射机编码器输出(编码信道输入)为“0”或“1”的先验概率 $P(0)$ 和 $P(1)$ 已知,则接收机信道解码器输入(编码信道输出)为“0”或“1”的概率可由下列矩阵计算获得:

$$\begin{bmatrix} P(y=0) \\ P(y=1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(0|0) & P(0|1) \\ P(1|0) & P(1|1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(0) \\ P(1) \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

编码信道输出的误码率为

$$P_e = P(1|0)P(0) + P(0|1)P(1) \quad (2-21)$$

在针对数字调制技术性能的研究中,理论上的误码率分析可以采用模拟信道模型来建立接收信号与发射信号的关系,再利用等效的编码信道模型并采用式(2-21)来分析系统的误码率。但在仿真计算误码率时,仿真中只用到调制信道,误码率是通过首先统计总的解调器输出的错误比特数,再计算其与总比特数的比值来获得的。

如果要研究数字通信系统中的信道编码技术的性能,则可以将图 2.5 所示的信道模型用于从信道编码器输入端到接收机信道解码器输出端的广义信道,由于理论上分析该广义信道传输误码率非常困难,故一般采用仿真的方法来统计误码率。仿真计算误码率时,要将接收机信道解码器输出的比特与发射机信道编码器输入的比特进行比较来判断解码后的输出是否正确。针对同一个系统,如果将该广义信道传输的误码率与编码信道传输的误码率进行比较,那么就可以分析编码和解码算法的有效性。

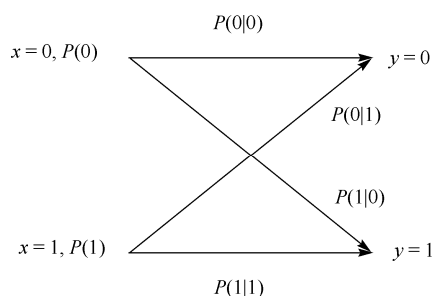


图 2.5 编码信道模型

2.7 本章小结

本章主要介绍了有线和无线信道的特征,讨论了有线和无线信道的建模。对于有线信道,其信道条件比无线信道要好,一般等效为理想的 AWGN 信道。在无线传输中,将理想的自由空间传播也建模为理想的 AWGN 信道,但实际中这样的通信信道环境非常少。实际

的无线信道环境存在多径传播。所谓多径传播是根据信道单位冲激响应中可分辨的路径数来判定的。在低速率的无线系统中,可能只存在一条可分辨路径,但接收信号的功率会出现衰落。在没有视距传播的环境中,这种信道应该建模为平坦的瑞利衰落信道;当存在视距传播时,信道应该建模为莱斯衰落信道。

当信号的带宽大于信道的相干带宽时,信道应该建模为频率选择性衰落信道。频率选择性衰落也称多径衰落,它会导致接收信号中出现符号间干扰。

从广义信道的概念来讲,任何从发射机模块的输出端到接收机某个模块的输入端都可以看作一个广义信道。在通信系统中主要有调制信道和编码信道。调制信道是指调制器输出端到接收机解调器输入端的信道,属于模拟信道,主要用来建模解调器的接收信号。编码信道是从编码器输出到接收机解码器输入端的等效信道模型,属于数字信道。在分析某种调制技术的误码率理论值时,一般要联合采用编码信道和调制信道。

本章还给出了不同信道模型下接收信号的表示,并讨论了不同信道模型所适用的环境。

习 题 2

2.1 一个离散的信道模型如图 2.6 所示, 写出该系统离散时间形式的单位冲激响应, 并判断是否能实现无失真传输。假设输入符号序列为 $\{x(n)\}$, 输出符号序列为 $\{y(n)\}$, 求对应输入符号 $x(5)$ 时的响应。

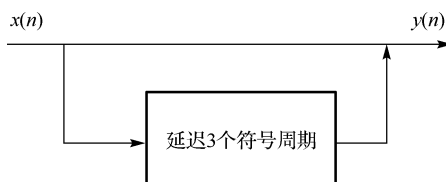


图 2.6 习题 2.1 中的信道模型

2.2 对一个具有 3 条可分辨路径的无线传输信道, 若每条路径的信道衰落系数分别为 α_0 、 α_1 和 α_2 , 路径时延分别为 τ_0 、 τ_1 和 τ_2 , 写出系统的单位冲激响应。

2.3 对于在自由空间传播的信号, 假设在离信源 1m 处为平面波传播, 若在 1m 处接收信号的功率为 1mW, 求在 100m 处接收信号的功率。

2.4 对于对称的二进制编码信道, 假设发射机发射“0”时, 误判为“1”的概率为 0.01, 发射机发射“0”码的概率为 0.4, 求该信道的误码率。

2.5 采用 Jakes 模型仿真产生瑞利衰落系数, 归一化的最大多普勒频率为 0.001, 仿真分析其自相关函数与概率密度函数。

2.6 理想的高斯随机信号通过一个中心频率为 ω_c 的理想带通滤波器后, 输出噪声可以表示为 $n(t) = n_1(t)\cos\omega_c t - n_Q(t)\sin\omega_c t$, 其中 $n_1(t)$ 和 $n_Q(t)$ 分别满足独立的均值为 0、方差为 σ^2 的高斯分布, 试分析 $n(t)$ 的包络 $A(t) = \sqrt{n_1^2(t) + n_Q^2(t)}$ 及相位 $\theta(t) = \arctan(n_Q(t)/n_1(t))$ 分别满足什么样的分布。