第一章

集合与常用逻辑用语

考纲要求

1．理解集合的概念，掌握集合的表示法，掌握集合之间的关系（子集、真子集、相等），掌握集合的交、并、补运算．

2．理解符号$\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\supseteq$，$\not\subseteq$，$\not\supseteq$，$\subsetneq$，$\supsetneq$，$\cap$，$\cup$，$\complement_U A$，$\Rightarrow$，$\Leftrightarrow$的含义，并能用这些符号表示元素与集合，集合与集合，命题与命题之间的关系．

3．理解子集与推出的关系，能准确地区分充分、必要和充要条件．

4．了解命题的有关概念．

5．了解量词的有关概念，理解全称量词和存在量词的意义，并会用相应的符号表示．

6．理解逻辑联结词“且”“或”“非”的意义．

7．理解符号$\forall$，$\exists$，$\wedge$，$\vee$，$\neg$的含义．

命题分析

本章的考题主要以选择题的形式出现，主要考点有元素与集合的关系，集合与集合的关系，集合之间的运算，充分、必要、充要条件的判断，命题与逻辑联结词．一般高考题本章都是考 3 道选择题，分值共 9 分，2015 年填空题的最后一题是根据集合运算改编的搭桥题，难度较大，充分体现了高考对集合运算的考查较深；2016 年填空题的最后一题是一元二次函数、一元二次不等式与数理逻辑用语相结合的题目，难度较大；2017 年只考了两道题，命题与充分必要条件相结合出了一道综合题，难度不大；2018 年三道考题，集合运算、充分必要条件判断、复合命题真值判断，考查点明确、规范、难度适中．

§1.1　集合及其表示方法

知识梳理

一、集合的概念

1．集合：一般地，我们把一些能够确定的对象构成的一个整体称为集合，也简称集．构

成集合的对象称为这个集合的元素．通常用大写的英文字母 A，B，C，…表示集合，用小写的英文字母 a, b, c…表示元素．

2．构成集合的元素必须具有两个特性：确定性、互异性．另外集合的元素没有先后顺序，还具有无序性．

3．元素与集合之间的关系是从属关系，只能用符号“$\in$”或“$\notin$”之一连接，例如：$a\in A$，读作“a 属于 A”；$b\notin A$，读作“b 不属于 A”．

4．常用数集的符号：$\mathbf{N}$={自然数}，$\mathbf{N}_+$={正整数}，$\mathbf{Z}$={整数}，$\mathbf{Q}$={有理数}，$\mathbf{R}$={实数}．注：$0\in\mathbf{N}$．

5．集合的分类：按照集合中元素的多少，可以将集合分为有限集和无限集，含有有限个元素的集合称为有限集；含有无限个元素的集合称为无限集．

例 1．下列说法正确的是（　　）．

A．集合$\{a, b, c\}$与集合$\{c, b, a\}$表示不同的集合

B．公园里好看的花的全体构成一个集合

C．集合$\{1, 3, 3, 5\}$中有 4 个元素

D．正偶数的全体构成一个集合

解析：该题考查集合的定义及元素的性质，根据集合元素的确定性和唯一性，答案选 D.

例 2．已知集合 $M=\{a, b, c\}$中的元素对应着某三角形的三条边长，那么这个三角形一定不是（　　）．

A．直角三角形　　B．锐角三角形　　C．等腰三角形　　D．钝角三角形

解析：由集合中元素的互异性可知 a，b，c 必是三个互不相等的数，答案选 C.

例 3．下列六个关系式：① $\frac{1}{2}\in\mathbf{Q}$；② $0\in\mathbf{N}$；③ $\sqrt{2}\notin\mathbf{Z}$；④ $0\in\mathbf{N}_+$；⑤ $\pi\in\mathbf{Q}$；⑥ $-2\notin\mathbf{N}_+$，其中正确的是（　　）．

A．①②③⑥　　B．③⑤⑥　　C．①③④　　D．①③⑤

解析：本题考查元素与集合的关系以及数集的表示符号，答案选 A.

二、集合的表示方法

1．**列举法**：将集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，这种表示集合的方法称为列举法．集合的元素不多时可一一列举，做到不重不漏．集合的元素较多或为无限集时，在不发生误解的情况下，只列出几个代表元素，其他的元素用省略号表示．

2．**性质描述法**：用集合的特征性质表示集合的方法称为性质描述法．其形式是：在大括号内先写出这个集合的元素的一般形式，再画一条竖线，在竖线右边写上集合中元素具有的特征性质，例如：$\{x\,|\,x\in U\}$．此方法一般用于表示元素较多的有限集或无限集．

其形式有①完全形式：$\{x\in\mathbf{R}\,|\,x>5\}$；②省略形式：$\{x\,|\,x>5\}$；③语言描述形式：{有理数}、{实数}．

注：实数集记为 $\mathbf{R}$，不能写成$\{\mathbf{R}\}$，也不能写成{全体实数}．

例 4．用列举法表示方程 $x^2+2x-3=0$ 的根，其中正确的是（　　）．

A．$\{-3\}$　　B．$\{1\}$　　C．$\{1, -3\}$　　D．$\{(1, -3)\}$

解析：该题考查解一元二次方程和列举法的定义，答案选 C.

例 5．用性质描述法表示正偶数，其中正确的是（　　）.

A．$\{x \mid x=2n\}$　　B．$\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{N}\}$

C．$\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{N}_+\}$　　D．$\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{Z}\}$

解析：该题考查正偶数的特征性质，根据正偶数的定义可知选项 C 正确.

题型归纳

1．下列各题中构成集合的是（　　）.

A．所有的技术人才　　B．全国著名的工程师

C．公园内好看的花　　D．奇数的全体

解析：该题考查集合的定义，根据集合元素的确定性，答案选 D.

2．下列关系式错误的是（　　）.

A．$5 \in \{x \mid x<8\}$　　B．$\{6\} \in \{x \mid x<9\}$　　C．$2 \in \{x \mid x<7\}$　　D．$4 \in \{x \mid x>3\}$

解析：根据元素与集合的关系，答案选 B.

3．用符号“$\in$”或“$\notin$”填空.

（1）2____$\{x \mid -1<x<5\}$；（2）$\frac{1}{3}$____$\mathbf{Z}$；（3）4____$\mathbf{N}_+$；（4）π____$\mathbf{Q}$.

答案：（1）$\in$　　（2）$\notin$　　（3）$\in$　　（4）$\notin$

4．用适当的方法表示下列集合.

（1）方程 $x(x+4)=0$ 的根构成的集合为_____.

（2）大于 3 小于 9 的有理数构成的集合为_____.

（3）正奇数构成的集合为_____.

（4）方程组$\begin{cases} x+4y=3 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$ 的解集构成的集合为_____.

答案：（1）$\{0, -4\}$　　（2）$\{x \in \mathbf{Q} \mid 3<x<9\}$

（3）$\{x \mid x=2n+1, n \in \mathbf{N}\}$　　（4）$\{(-1, 1)\}$

基础训练

1．英语单词 propose 的所有字母构成的集合的元素个数是（　　）.

A．7 个　　B．6 个　　C．5 个　　D．4 个

2．下列表示集合的方法中，正确的是（　　）.

A．不等式 $x^2+2 \geqslant 0$ 的解集是 $\{\mathbf{R}\}$

B．方程 $x^2+1=0$ 的解集是 $\{\varnothing\}$

C．集合 $A=\{x \mid x^2=2x\}$ 用列举法可表示为 $\{2, 0\}$

D．方程组$\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$的解集为 $\{3,1\}$

3．大于 3 且小于 8 的整数构成的集合是（　　）.

A．{3, 4, 5, 6, 7, 8}　　B．{3, 4, 5, 6, 7}

C．{4, 5, 6, 7}　　D．{4, 5, 7}

4．偶数全体构成的集合为（　　）.

A．$\{x \mid x=2n\}$　　B．$\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{Z}\}$

C．$\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{N}\}$　　D．$\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{N}_+\}$

5．奇数全体构成的集合（　　）.

A．$\{x \mid x=2n+1\}$　　B．$\{x \mid x=2n+1, n\in\mathbf{Z}\}$

C．$\{x \mid x=2n+1, n\in\mathbf{N}\}$　　D．$\{x \mid x=2n+1, n\in\mathbf{N}_+\}$

提升训练

1．满足不等式 $x-1>7$ 的整数解构成的集合为（　　）.

A．$\{x\in\mathbf{Q} \mid x>8\}$　　B．$\{x\in\mathbf{Z} \mid x-1>8\}$

C．$\{x \in \mathbf{N} \mid x-1>7\}$　　D．$\{x\in\mathbf{R} \mid x-1>7\}$

2．下列各关系表达正确的是（　　）.

A．$3\in\{0, 1, 2\}$　　B．$2 \subsetneqq \{0, 1, 2\}$　　C．$\varnothing \in\{0, 1, 2\}$　　D．$\varnothing \subsetneqq \{0, 1, 2\}$

3．若集合 $M=\{0\}$，则下列关系中正确的是（　　）.

A．$M=\varnothing$　　B．$0 \in M$　　C．$0 \notin M$　　D．$0 \in \varnothing$

4．设 $M=\{x \mid x\geqslant 2\}$，$a=\sqrt{2}$，则下列关系中正确的是（　　）.

A．$\{a\} \subseteq M$　　B．$a \notin M$

C．$a \subseteq M$　　D．$a \in M$

5．已知集合 $A=\{x, y\}$，$B=\{2x, 2\}$，且 $A=B$，则 x, y 的值分别为（　　）.

A．$x=1$，$y=2$　　B．$x=2$，$y=4$

C．$x=4$，$y=2$　　D．$x=2$，$y=1$

§1.2　集合之间的关系及运算

知识梳理

一、集合与集合间的关系

1．**子集**：对于两个集合 A 和 B，如果集合 A 中的任意一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 称为集合 B 的子集，记作 $A\subseteq B$，读作“A 包含于 B”．$A\subseteq B$ 有两种可能：①A 是 B 的一部分；②A 与 B 是同一集合，任何一个集合是它本身的子集，即 $A\subseteq A$．当集合 A 不包含于集合 B，或集合 B 不包含集合 A 时，则记作：$A\not\subseteq B$ 或 $B\not\supseteq A$.

2．**真子集**：如果集合 A 是集合 B 的子集，并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A，那么集合 A 称为集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$．读作“A 真包含于 B，或 B 真包含 A”．空集是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集.

3．**集合相等**：如果两个集合的元素完全相同，那么我们就说这两个集合相等．集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$．

例 1．集合 $A=\{0, 1, 2\}$的所有的子集及真子集为_____．

解析：集合 $A=\{0, 1, 2\}$的所有子集为∅, {0}, {1}, {2}, {0, 1}, {0, 2}, {1, 2}, {0, 1, 2}．真子集为∅, {0}, {1}, {2}, {0, 1}, {0, 2}, {1, 2}．当一个集合有 n 个元素时，它有 2^n 个子集，有 2^n-1 个真子集．

例 2．已知集合 $M=\{2, 6, 4\}$，则 M 的非空真子集的个数为（　　）．

A．4 个　　B．6 个　　C．7 个　　D．8 个

解析：真子集个数为 $2^3-2=6$，答案选 B.

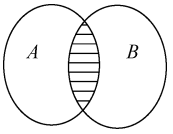
例 3．满足关系式$\{1, 2\}\subseteq A\subseteq\{1, 2, 3, 4\}$集合 A 的个数为（　　）．

A．2 个　　B．3 个　　C．4 个　　D．6 个

解析：根据子集的定义有 $A=\{1, 2\}$ $\{1, 2, 3\}$ $\{1, 2, 4\}$ $\{1, 2, 3, 4\}$，答案选 C.

二、集合的运算

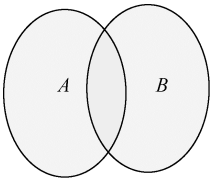
1．**交集**：一般地，给定两个集合 A、B，由属于 A 且属于 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$，读作“A 交 B”，如右图所示．



交集的性质：

①$A\cap B=B\cap A$ ；②$A\cap A=A$；③$A\cap\varnothing=\varnothing$；（4）如果 $A\subseteq B$，那么 $A\cap B=A$.

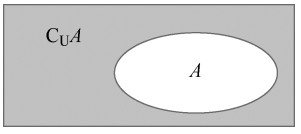
2．**并集**：一般地，给定两个集合 A、B，由属于 A 或属于 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”．如右图所示．



并集的性质：

①$A\cup B=B\cup A$；②$A\cup A=A$；③$A\cup\varnothing=A$；④如果 $A\subseteq B$，那么 $A\cup B=B$.

3．**补集**：一般地，如果在讨论的问题中，每一个集合都是某一个给定集合 U 的子集，那么就称 U 为这些集合的全集．如果 A 是全集 U 的一个子集，由全集 U 中所有不属于 A 的元素构成的集合，称为 A 在 U 中的补集，记作$\complement_U A$，即
$\complement_U A=\{x\mid x\in U\text{ 且 }x\notin A\}$．如右图所示．



补集的性质：

①$A\cup\complement_U A=U$；②$A\cap\complement_U A=\varnothing$；③$\complement_U(\complement_U A)=A$.

例 4．设全集 $U=\{a, b, c, d, e, f\}$，$A=\{a, c, d\}$，$B=\{b, d, e\}$，

则$\complement_U A$ =_____，$\complement_U B$ =_____，$A\cap B$=_____，

$A\cup B$=_____，$\complement_U(A\cap B)$=_____，$\complement_U(A\cup B)$=_____.

解析：此题根据交、并、补的定义得出答案为$\{b, e, f\}$, $\{a, c, f\}$, $\{d\}$, $\{a, b, c, d, e\}$, $\{a, b, c, e, f\}$, $\{f\}$.

题型归纳

1．设集合 $A=\{a, b\}$，$B=\{b, c, d\}$，$C=\{a, c, d\}$，则（$A\cup B$）$\cap C$ 等于（　　）.

A．$\{a, b\}$　　B．$\{b, c, d\}$　　C．$\{c, d\}$　　D．$\{a, c, d\}$

解析：此题考查离散型集合的交、并运算，答案选 D.

2．已知集合 $A=\{x\mid x-1>0\}$，$B=\{x\mid x-3<0\}$，则下列正确的是（　　）.

A．$A\cup B=\{x\mid x<3\}$　　B．$A\cup B=\{x\mid 1<x<3\}$

C．$A\cap B=\{x\mid x>1\}$　　D．$A\cap B=\{x\mid 1<x<3\}$

解析：此题考查连续型集合的交运算，答案选 D.

3．若集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 4\}$，$B=\{x\mid x^2-2x-3<0\}$，则 $A\cup B=$（　　）.

A．$\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 4\}$　　B．$\{x\mid -1<x\leqslant 4\}$

C．$\{x\mid 0\leqslant x<3\}$　　D．$\{x\mid -1<x<3\}$

解析：此题是通过解一元二次不等式求出集合的元素，再进行连续型集合并运算，答案选 B.

4．已知集合 $A=\{x\mid x=2n, n\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=4n, n\in\mathbf{Z}\}$，则 A 与 B 的关系是（　　）.

A．$A\subseteq B$　　B．$B\subsetneqq A$　　C．$A\subsetneqq B$　　D．$A=B$

解析：此题是判断集合相互之间的关系，答案选 B.

5．已知集合 $M=\{3, 4, x^2-3x-1\}$，$N=\{2x, -3\}$，且 $M\cap N=\{-3\}$，则 x 的值为（　　）.

A．1 或 2　　B．1　　C．2　　D．−1 或−2

解析：此题考查集合元素的性质，由 $x^2-3x-1=-3$ 得 $x=1$，$x=2$，当 $x=2$ 时 $2x=4$，M 中有 4 故不合适，只能取 $x=1$，答案选 B.

6．满足关系式$\{2, 3\}\subsetneqq M\subsetneqq\{1, 2, 3, 4, 5\}$的集合 M 的个数为（　　）.

A．2 个　　B．3 个　　C．4 个　　D．6 个

解析：此题考查集合之间的关系，根据集合子集的个数计算方法可得答案选 D.

基础训练

1．若全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，集合 $M=\{2, 3\}$，$N=\{3, 4\}$，则集合$\complement_U(M\cup N)$等于（　　）.

A．$\{1, 3\}$　　B．$\{1, 5\}$　　C．$\{3, 5\}$　　D．$\{4, 5\}$

2．设全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$，$A=\{1, 2, 4\}$，$B=\{2, 3, 4, 5\}$，则$\complement_U A\cap\complement_U B$ 等于（　　）.

A．$\{1, 2, 3, 4, 5\}$　　B．$\{6\}$　　C．$\{3, 5\}$　　D．$\{2, 4, 6\}$

3．设集合 $U=\mathbf{R}$，$M=\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$，则$\complement_U M=$（　　）.

A．$\{x\mid x<-1$ 或 $x\geqslant 2\}$　　B．$\{x\mid x\leqslant -1\}$

C．$\{x\mid x\leqslant -1$ 或 $x>2\}$　　D．$\{x\mid x\geqslant 2\}$

4．满足关系式 $M\subseteq\{1, 2, 3\}$的集合 M 的个数为（　　）.

A．5 个　　B．6 个　　C．7 个　　D．8 个

5．设 $A=[-4,1)$，$B=(-\infty,2)$，则 $A\cup B$ 等于（　　）.

A．$[-4,1)$　　B．$[-4,2)$　　C．$(-\infty,1]$　　D．$(-\infty,2)$

6．已知 $A=\{x\mid x<-1$或$x>1\}$，$B=\{x\mid x<3\}$，则下列关系式正确的是（　　）．

A．$A\cap B=\{x\mid x<-1\}$　　B．$A\cap B=\{x\mid 1<x<3\}$

C．$A\cup B=\{x\mid x<-1$或$x>3\}$　　D．$A\cup B=\mathbf{R}$

7．设集合 $A=\{(x,y)\mid xy<0\}$，则集合 A 表示的点在（　　）．

A．第一象限　　B．第二或第四象限

C．第三象限　　D．第一或第三象限

8．已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$，则 A 的非空真子集的个数是（　　）．

A．4 个　　B．6 个　　C．7 个　　D．8 个

9．已知全集 $U=\{a,b,c,d,e\}$，集合 $M=\{b,c\}$，$\complement_U N=\{d,c\}$，则 $\complement_U M\cap N=$（　）．

A．$\{e\}$　　B．$\{b,c,d\}$　　C．$\{a,c,e\}$　　D．$\{a,e\}$

10．设集合 $A=\{0,1,a\}$，$B=\{1,2\}$，且 $A\cup B=\{0,1,2,3\}$，则 $a=$（　　）．

A．1　　B．2　　C．3　　D．0

提升训练

1．若集合 $M=\{x\mid x^2=0\}$，则下列关系中正确的是（　　）．

A．$0\in M$　　B．$0\notin M$　　C．$0\in\varnothing$　　D．$M=\varnothing$

2．已知集合 $M=\{x\mid x^2-x=0\}$，集合 $N=\{x\mid x-1=0\}$，那么 $M\cup N$ 等于（　　）．

A．$\{0\}$　　B．$\{1\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{-1,0\}$

3．已知集合 $A=\{(x,y)\mid 4x+y=6\}$，$B=\{(x,y)\mid 3x+2y=7\}$，则 $A\cap B=$（　　）．

A．$\{(-1,2)\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{(1,2)\}$　　D．$\{-1,2\}$

4．设集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid -3\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid -2<x\leqslant 2\}$，则 $A\cap B=$（　　）．

A．$\{\ \ 1,0,1,2,3\}$　　B．$\{0,1,2\}$

C．$\{\ \ 1,0,1,2\}$　　D．$\{1,2\}$

5．设集合 $M=\{1,2,m^2-3m-1\}$，$P=\{-1,3\}$，$M\cap P=\{3\}$，则 m 的值是（　　）．

A．4　　B．-1　　C．1 或-4　　D．4 或-1

6．设集合 $M=\{a,-1\}$，$N=\{0,1\}$，且 $M\cap N=\{1\}$，则 $M\cup N=$（　　）．

A．$\{a,-1,0,1\}$　　B．$\{1,-1,0,1\}$

C．$\{-1,0,1\}$　　D．不确定

7．设全集 $U=\{1,2,a\}$，集合 $A=\{3,b\}$，且 $\complement_U A=\{1\}$，则 a，b 的值等于（　　）．

A．2，3　　B．3，2　　C．1，2　　D．3，1

8．已知数集 $M=\{x\mid x+5=0\}$，$N=\{x\mid \mid x\mid =5\}$，则 M 与 N 的关系是（　　）．

A．$M\in N$　　B．$M=N$　　C．$M\subseteq N$　　D．$N\in M$

9．已知集合 $A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$，$B=\{x\mid x-a>0\}$，若 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值范围为（　　）．

A．$(1,+\infty)$　　B．$(-\infty,1)$　　C．$[1,+\infty)$　　D．$(-\infty,1]$

10．已知集合 $A=\{(x,y)\mid 2x+y=4\}$，集合 $B=\{(x,y)\mid x-y+1=0\}$，则集合 $A\cap B=$（　　）．

A．{(1, −2)}　　B．{(1, 2)}　　C．{1, −2}　　D．{1, 2}

§1.3　充分必要条件的判断

知识梳理

1．**推出**：“如果 p，那么 q”是真命题，则称 p 推出 q，记作“$p\Rightarrow q$”.

2．**充分条件、必要条件**：如果 $p\Rightarrow q$，则称 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件.

3．**充要条件**：如果 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$，则称 p 是 q 的充要条件，或 q 是 p 的充要条件，或 p、q 等价，记作 $p\Leftrightarrow q$.

4．**子集与推出的关系**：对于集合 $A=\{x\mid p\}$，$B=\{x\mid q\}$．如果 $A\subseteq B$，则 x 具有性质 p 推出 x 具有性质 q，记作 $p\Rightarrow q$．反之，如果 $p\Rightarrow q$，那么集合 A 一定是集合 B 的子集.

即①“如果 p，那么 q”是正确的命题；②$p\Rightarrow q$；③p 是 q 的充分条件；④q 是 p 的必要条件，这四句话的含义是相同的.

如果 $A=B$，那么 $p\Leftrightarrow q$；如果 $p\Leftrightarrow q$，那么 $A=B$．即 $A=B$ 与 $p\Leftrightarrow q$ 等价.

例 1．$x>5$ 是 $x>3$ 的（　　）.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

解析：因为 $x>5\Rightarrow x>3$，答案选 A.

例 2．已知 p 是 q 的必要条件，s 是 r 的充分条件，p 是 s 的充要条件，则 q 是 r 的（　　）.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

解析：因为 $q\Rightarrow p$，$s\Rightarrow r$，$p\Leftrightarrow s$，所以 $q\Rightarrow p\Leftrightarrow s\Rightarrow r$，即 $q\Rightarrow r$ 答案选 A.

例 3．已知集合 $M=\{x\mid p\}$，$N=\{x\mid q\}$，且 $M\subseteq N$，则（　　）.

A．p 是 q 的充分条件

B．p 是 q 的必要条件

C．p 是 q 的充要条件

D．p 既不是 q 的充分条件也不是 q 的必要条件

解析：由子集与推出的关系可知 $p\Rightarrow q$，答案选 A.

题型归纳

1．$|x|=|y|$ 是 $x=y$ 的（　　）.

A．充分且不必要条件　　B．必要且不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

解析：根据绝对值的意义可知 $x=y\Rightarrow|x|=|y|$，答案选 B.

2．条件甲：“$a=1$”，条件乙：“$a^2-a=0$”，则甲是乙的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

解析：如果 $a=1$，那么 $a^2-a=1-1=0$，因此 $a=1\Rightarrow a^2-a=0$，但如果 $a^2-a=0$，则 $a=1$ 或者 $a=0$，未必推出 $a=1$，所以甲是乙的充分不必要条件，答案选 A.

3．设条件甲：$ac^2>bc^2$，条件乙：$a>b$，则甲是乙的（　　）
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

解析：如果 $ac^2>bc^2$，因为 $c^2>0$ 所以根据不等式的性质，可以推出 $a>b$；如果 $a>b$，当 $c^2=0$ 时 $ac^2=bc^2$，所以甲是乙的充分不必要条件，答案选 A.

基础训练

1．$x>0$ 是 $xy^2>0$ 的（　　）.
A．充分且不必要条件　　B．必要且不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

2．命题 $x=1$ 是命题 $x^3=1$ 的（　　）.
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 为非零的平面向量，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$ 是 $\vec{b}=\vec{c}$ 的（　　）.
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．设 a，$b\in\mathbf{R}$，则 $ab>0$ 是 $a>0$ 的（　　）.
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．设 a，$b\in\mathbf{R}$，则 $a^2+b^2=0$ 的充要条件是（　　）.
A．$a=0$　　B．$b=0$　　C．$a=0$ 或 $b=0$　　D．$a=0$ 且 $b=0$

6．$a+b=0$ 是 $|a|=|b|$ 的（　　）条件.
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．已知命题 p：$x^2=y^2$，命题 q：$|x|=|y|$，则 p 是 q 的（　　）.
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

8．$x>y$ 是 $x^2>y^2$ 的（　　）条件
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

9．设 A，B 是集合，“$A\subseteq B$”是“$A\cup B=B$”的（　　）.
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

10．$xy=0$ 是 $x^2+y^2=0$ 的（　　）.

A．充分条件　　B．必要条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

提升训练

1．设 a，$b\in\mathbf{R}$，则“$a>0$，$b>0$”是“$ab>0$”的（　　）.

A．充分条件　　B．必要条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

2．设 a，b 是实数，则 $a^2+b^2\neq 0$ 的充要条件是（　　）.

A．$a\neq 0$　　B．$b\neq 0$

C．$a\neq 0$ 且 $b\neq 0$　　D．$a\neq 0$ 或 $b\neq 0$

3．$x=-3$ 且 $y=2$ 是 $(x+3)^2+(y-2)^2=0$ 的（　　）.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．$x^2-2x-3=0$ 是 $x+1=0$ 的（　　）.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．“x 是有理数”是“x 是分数”的（　　）.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．$\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 是 $x=60°$ 的（　　）.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．$a\neq 0$ 是 $ab\neq 0$ 的（　　）.

A．充分且不必要　　B．必要且不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

8．$b=\dfrac{a+c}{2}$ 是 a，b，c 成等差数列的（　　）.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

9．$b=\pm\sqrt{ac}$ 是 a，b，c 成等比数列的（　　）条件.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

10．设 x，$y\in\mathbf{R}$，则 $x=3$ 且 $y=0$ 是 $|3-x|+y^2=0$ 的（　　）.

A．充分条件　　B．必要条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

§1.4　常用逻辑用语

知识梳理

1．**命题**：能够判断真假的语句称为命题．

2．**命题的真值**：

（1）当命题给出的判断正确或符合客观实际时称该命题为真，否则称该命题为假．“真、假”常被称为命题的真值．

（2）没有真假意义的语句都不是命题如感叹句、疑问句、祈使句等．

（3）有的语句，尽管现在或将来也未必能判断真假，但它们所作判断是否符合客观实际这一点是确定的，也把它们算作命题．

例 1．判断下列语句是否为命题？若是命题判断其真假．

（1）$x+y=5$；

（2）有的三角形的内角和大于 180°；

（3）∃一个实数 $x\in\mathbf{R}$，使 $x^2-2=0$；

（4）若 $x=2$，则 $2x+1<0$；

（5）请你到教室里去！

解析：（1）不是命题；（2）是命题，假命题；（3）是命题，真命题；（4）是命题，假命题；（5）不是命题．

3．**量词**：

（1）常用的量词有全称量词和存在量词，用符号表示为∀和∃．

（2）含有全称量词的命题，称为全称性命题；含有存在量词的命题，称为存在性命题．

例 2．命题：“$\exists\, x\in\mathbf{R}$，$x^2+2\leqslant 0$”的非命题是（　　）．

A．$\forall\, x\in\mathbf{R}$，$x^2+2\geqslant 0$　　B．$\exists\, x\in\mathbf{R}$，$x^2+2\geqslant 0$

C．$\forall\, x\in\mathbf{R}$，$x^2+2>0$　　D．$\exists\, x\in\mathbf{R}$，$x^2+2>0$

解析：根据两个量词的关系可知答案为 C．

4．**命题联结词**：常用的命题联结词有且、或、非，符号分别为∧、∨、¬．

5．**复合命题**：由简单命题和逻辑联结词构成的命题称为复合命题，常见的四种复合命题真值表如下所示．

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p\wedge q$	$p\vee q$
真	真	假	假	真	真
真	假	假	真	假	真
假	真	真	假	假	真
假	假	真	真	假	假

例 3．若“$p\wedge q$”是假命题，则下列结论正确的是（　　）．

A．$p\vee q$ 是真命题　　B．p 和 q 都是真命题

C．$\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题　　D．$\neg p \vee \neg q$ 是真命题

解析：由复合命题真值表可知 p，q 中必有一个为假命题，答案选 D.

题型归纳

1．写出下列命题的非，并判断（1）（2）（3）的真假.

（1）p：∃实数 x，使 $x \leqslant 2$；　　（2）q：对∀实数 x，都有 $|x+1|>1$；

（3）r：对∀实数 x，$3x+2 \neq 0$；　　（4）s：某班至少有一个学生姓李；

（5）t：明天刮风且下雨.

解析：要判断一个全称命题是真命题，必须对限定集合 M 中的每一个元素 x，验证 $p(x)$ 都成立；但要判定一个全称命题是假命题，只要指出限定集合 M 中的一个元素 x_0，使得 $p(x_0)$ 不成立即可. 要判定存在性命题是真命题，只要能在限定集合 M 中找到一个元素 x_0，使得 $q(x_0)$ 成立即可.

（1）$\neg p$：对∀实数 x，都有 $x>2$；假命题；

（2）$\neg q$：∃实数 x，使 $|x+1| \leqslant 1$；真命题；

（3）$\neg r$：∃实数 x，使得 $3x+2=0$；真命题；

（4）$\neg s$：某班学生都不姓李；

（5）$\neg t$：明天不刮风或不下雨.

2．已知 p：2 是偶数，q：2 是质数，写出命题“$p \wedge q$”“$p \vee q$”“$\neg p$”，并判断真假.

解析：首先正确地把复合命题表述完整，然后再根据真值表进行判断.

$p \wedge q$：2 是偶数且是质数；$p \vee q$：2 是偶数或是质数；$\neg p$：2 不是偶数.

因为“2 是偶数”为真命题，“2 是质数”是真命题，所以，“$p \wedge q$”“$p \vee q$”是真命题，“$\neg p$”是假命题.

3．若“p 或 q”为真，“p 且 q”为假，则下列结论正确的是（　　）.

A．p，q 都为假　　B．p，q 都为真

C．p，$\neg q$ 真值不同　　D．p，$\neg q$ 真值相同

解析：根据复合命题的真值表知，p 或 q 为真，p 且 q 为假，则 p 和 q 中必有一个为真，一个为假，答案选 D.

基础训练

1．下列句子中不是命题的是（　　）.

A．地球是太阳系的行星　　B．$10-4\times3=10$

C．$3x-2=0$　　D．等腰三角形的两底角相等

2．下列句子是真命题的是（　　）

A．5 不能被 2 整除且 5 能被 3 整除　　B．5 能被 2 整除或 5 能被 3 整除

C．5 能被 2 整除且 5 能被 5 整除　　D．5 能被 2 整除或 5 能被 5 整除

3．如果命题“p 或 q”为真，命题“p 且 q”为真，则（　　）.

A．命题 p 和命题 q 都是假命题　　B．命题 p 和命题 q 都是真命题

C．命题 p 和命题“非 q”真值不同　　D．命题 p 和命题“非 q”真值相同

4．如果命题 p：π是无理数，命题 q：$(\sqrt{2})^0$ 是无理数，则下列命题为真命题的是（　　）．

A．$p\wedge q$　　B．$\neg p\wedge q$　　C．$\neg p\vee\neg q$　　D．$\neg p\vee q$

5．设 p，q 是两个命题，并且 $\neg p\wedge q$ 是真命题，则下列命题为真命题的是（　　）．

A．$p\wedge q$　　B．$\neg p\wedge\neg q$　　C．$\neg(p\vee q)$　　D．$\neg p\vee\neg q$

6．设命题 p：$\varnothing=0$；q：$2\geqslant 3$，则（　　）．

A．$p\vee q$ 为真　　B．$p\wedge q$ 为真　　C．p 为假　　D．$\neg p$ 为假

7．设命题 p：π 是有理数，q：$3>2$，则下列命题是真命题的是（　　）．

A．$p\vee q$　　B．$p\wedge q$　　C．$\neg q$　　D．$\neg p\wedge\neg q$

8．已知 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2<0$，q：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x+1>0$，则下列命题是真命题的是（　　）．

A．$p\vee q$　　B．$p\wedge q$　　C．$\neg p\wedge q$　　D．$\neg p\wedge\neg q$

9．若 p 为真命题，q 为假命题，则下列命题中是假命题的是（　　）．

A．$p\vee q$　　B．$p\wedge q$　　C．$\neg(p\wedge q)$　　D．$\neg q$

10．设 M，N 表示集合，x 表示元素，下列命题错误的是（　　）．

A．若 $x\in M\cap N$，则 $x\in M$ 且 $x\in N$

B．若 $x\in M\cup N$，则 $x\in M$ 或 $x\in N$

C．若 $M\subseteq N$，则 $M\cap N=M$ 且 $M\cup N=N$

D．$M\cap N=\varnothing$，则 $M=\varnothing$ 或 $N=\varnothing$

提升训练

1．下列命题为真命题的是（　　）．

A．3 是 9 的约数或 5 是 8 的约数　　B．$5>3$ 且 $2<1$

C．∃一个实数 x，使 $x^2<0$　　D．对∀实数 x，都有 $x+1>0$

2．设命题 p：$a^2+b^2<0$，q：$a^2+b^2\geqslant 0$，下列命题正确的是（　　）．

A．$p\vee q$ 为真　　B．$p\wedge q$ 为真　　C．$\neg p$ 为假　　D．$\neg q$ 为真

3．设命题“$p\vee q$”与命题“$\neg p$”都是真命题，则必有（　　）．

A．p 真 q 假　　B．p 假 q 真　　C．p 真 q 真　　D．p 假 q 假

4．设命题 p:$\varnothing=\{0\}$，q:$7>3$，则下列命题：

① $p\vee q$；② $p\wedge q$；③ $\neg p$；④ $\neg q$．

其中，是真命题的是（　　）．

A．①④　　B．②③　　C．①③　　D．②④

5．设命题“$p\vee q$”为假，“$p\wedge q$”为假，则（　　）．

A．p 和 q 都假　　B．p 和 q 都真

C．p 和 $\neg q$ 真假相同　　D．$\neg p$ 和 $\neg q$ 真假不同

6．“$x\cdot y=0$”的含义是（　　）．

A．$x=0$ 或 $y=0$　　B．$x=0$ 且 $y=0$

C．$x\neq 0$ 且 $y\neq 0$　　D．$x\neq 0$ 或 $y\neq 0$

7．设命题“$\neg p\vee\neg q$”是假命题，则①$p\wedge q$ 为真命题；②$p\wedge q$ 为假命题；③$p\vee q$ 为真命题；④$p\vee q$ 为假命题，其中说法正确的是（　　）．

A．①③　　B．②④　　C．①④　　D．②③

8．已知 p 为真命题，q 为假命题，则真命题的是（　　）．

① $\neg p\vee q$；② $p\wedge q$；③ $p\wedge\neg q$；④$\neg q$

A．①②　　B．①③　　C．③④　　D．②④

9．设 p，q 为两个命题，若“$\neg p\wedge q$”是真命题，则必有（　　）．

A．p，q 都为假命题　　B．p，q 都为真命题

C．p 为假命题，q 为真命题　　D．p 为真命题，q 为假命题

10．命题：对∀实数 x，都有 $x^2-4=0$ 的非命题是（　　）．

A．∀一个实数 x，使 $x^2-4<0$　　B．∃一个实数 x，使 $x^2-4>0$

C．∀一个实数 x，使 $x^2-4\neq0$　　D．∃一个实数 x，使 $x^2-4\neq0$

§1.5　高 考 链 接

1．（2010 年）若集合 $M=\{0\}$，则下列关系中正确的是（　　）．

A．$M=\varnothing$　　B．$0\in M$　　C．$0\notin M$　　D．$0\in\varnothing$

2．（2010 年）集合$\{x\mid -2\leqslant x<3\}$用区间表示为（　　）．

A．$(-2, 3)$　　B．$[-2, 3]$　　C．$[-2, 3)$　　D．$(-2, 3]$

3．（2010 年）已知集合 $M=\{x\mid p\}$，$N=\{x\mid q\}$，且 $M\subseteq N$，则（　　）．

A．p 是 q 的充分条件

B．p 是 q 的必要条件

C．p 是 q 的充要条件

D．p 既不是 q 的充分条件也不是 q 的必要条件

4．（2011 年）已知集合 $U=\{a, b, c\}$，集合 $M=\{a, b\}$，集合 $N=\{b, c\}$，则集合$(M\cap N)\cup\complement_U M$等于（　　）．

A．$\{a, b\}$　　B．$\{a, c\}$　　C．$\{b, c\}$　　D．$\{a, b, c\}$

5．（2011 年）下列四个命题中真命题是（　　）．

A．$x>3$ 是 $x>5$ 的充分条件　　B．$x^2=1$ 是 $x=1$ 的充分条件

C．$a>b$ 是 $ac^2>bc^2$ 的必要条件　　D．$\alpha=\dfrac{\pi}{2}$是 $\sin\alpha=1$ 的充要条件

6．（2011 年）已知命题 p: ∃ $x\in\mathbf{R}$，使 $x-1=0$；q：∀ $x\in\mathbf{R}$，都有 $x^2>0$．下列命题中真命题是（　　）．

A．$p\wedge q$　　B．$p\vee q$　　C．$\neg p\wedge\neg q$　　D．$\neg p\vee q$

7．（2012 年）已知全集 $U=\{1, 2, 3\}$，集合 $M=\{1, 2\}$，则$\complement_U M$ 等于（　　）．

A．$\{1\}$　　B．$\{3\}$　　C．$\{1, 2\}$　　D．$\{1, 2, 3\}$

8．（2012 年）如果$\neg p$ 是真命题，$p\vee q$ 也是真命题，那么下列说法正确的是（　　）．

A．p，q 都是真命题　　B．p 是真命题，q 是假命题

C．p，q 都是假命题　　D．p 是假命题，q 是真命题

9．（2012 年）若 M、N 表示两个集合，则 $M\cap N=M$ 是 $M\subseteq N$ 的（　　）．

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必要条件

10．（2013 年）若集合 $M=\{1,2,3,4\}$，$N=\{1,2,3\}$，则下列关系中正确的是（　　）．

A．$M\cap N=M$　　B．$M\cup N=N$　　C．$N\subsetneqq M$　　D．$N\supsetneqq M$

11．（2013 年）若 p 是假命题，q 是真命题，则下列命题为真命题的是（　　）．

A．$p\vee\neg q$　　B．$\neg p\wedge q$　　C．$\neg(p\vee q)$　　D．$p\wedge q$

12．（2013 年）“$a+c=2b$”是“a，b，c 成等差数列”的（　　）．

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

13．（2014 年）若集合 $M=\{x\mid x-1=0\}$，$N=\{1,2\}$，则 $M\cup N$ 等于（　　）．

A．$\{1\}$　　B．$\{2\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{-1,1,2\}$

14．（2014 年）设命题 p：对$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2>0$，则$\neg p$ 是（　　）．

A．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2<0$　　B．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2\leqslant 0$

C．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2<0$　　D．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2\leqslant 0$

15．（2014 年）“$a>0$”是“$a^2>0$”的（　　）．

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

16．（2015 年）集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,3\}$，则 $A\cap B$ 等于（　　）．

A．$\{1,2,3\}$　　B．$\{1,3\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{2\}$

17．（2015 年）“圆心到直线的距离等于圆的半径”是“直线与圆相切”的（　　）．

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

18．（2015 年）对于命题 p，q，若 $p\wedge q$ 是假命题，$p\vee q$ 是真命题，则（　　）．

A．p，q 都是真命题　　B．p，q 都是假命题

C．p，q 一个是真命题一个是假命题　　D．无法判断

19．（2016 年）已知集合 $A=\{1,3\}$，$B=\{2,3\}$，则 $A\cup B$ 等于（　　）．

A．$\varnothing$　　B．$\{1,2,3\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{3\}$

20．（2016 年）已知集合 A、B，则“$A\subseteq B$”是“$A=B$”的（　　）．

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必要条件

21．（2016 年）设命题 p：函数 $f(x)=x^2+(a-1)x+5$在（$-\infty$,1]上是减函数;

命题 q：$\forall x\in\mathbf{R}$，$\lg(x^2+2ax+3)>0$.

若 $p\vee\neg q$ 是真命题，$p\wedge\neg q$ 是假命题，则实数 a 的取值范围是_____.

22．（2017 年）已知全集 $U=\{1,2\}$，集合 $M=\{1\}$，则 $\complement_U M$ 等于（　　）

A．$\varnothing$　　B．$\{1\}$　　C．$\{2\}$　　D．$\{1,2\}$

23.（2017 年）对于命题 p，q，“$p\vee q$ 是真命题”，是“p 是真命题”的（　　）.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

24.（2018 年）已知集合 $M=\{a, b\}$，$n=\{b, c\}$，则 $M\cap N$ 等于（　　）.

A．$\varnothing$　　B．$\{b\}$　　C．$\{a, c\}$　　D．$\{a,b,c\}$

25.（2018 年）已知 $a, b\in\mathbf{R}$，则“$a>b$”是“$2^a>2^b$”的（　　）.

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必要条件

26.（2018 年）设命题 p: $5\geqslant 3$，命题 q：$\{1\}\subseteq\{0,1,2\}$,则下列命题中为真命题的是（　　）.

A．$p\wedge q$　　B．$\neg p\wedge q$　　C．$p\wedge\neg q$　　D．$\neg p\vee\neg q$