

第 1 章 薄膜光学特性计算基础

1.1 引言

光学薄膜是附着在光学零件表面的厚度薄而均匀的介质膜层。光学薄膜的光学性能集中表现为薄膜界面的分振幅多光束干涉能力。

1. 极薄平板介质的分振幅多光束干涉

根据波动光学理论,平行平板介质的分振幅多光束干涉将导致反射、透射的光强分布分别为

$$I_r = \frac{F \sin^2 \theta}{1 + F \sin^2 \theta} I_i \quad (1.1-1)$$

$$I_t = \frac{1}{1 + F \sin^2 \theta} I_i \quad (1.1-2)$$

式中
$$F = \frac{4\sqrt{R_1 R_2}}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2}, \quad \theta = \frac{2\pi}{\lambda} nh - (\varphi_1 + \varphi_2)/2 \quad (1.1-3)$$

据此得到的单色光反射、透射光强分布是亮暗相间的条纹图案。但是:

(1) 如果平行平板介质的厚度 h 与所用单色光波长 λ 同量级,则中心亮条纹的角半径大于 70° ,即中心亮条纹将占据几乎全部视场,看不到亮暗相间的空间干涉条纹。

(2) 如果平板介质的厚度 h 与所用光波长 λ 同量级,且入射光为非单色光,则由位相 θ 的表达式可以看到,不同的波长将有不同的透射、反射光强,即光强分布有了波长选择性。

因此,薄膜状平板介质的分振幅多光束干涉将不产生亮暗相间的空间干涉条纹,但将产生光强在波长、频率域中的强弱相间分布的干涉结果。

2. 多层介质膜组合系统的光学性能

直接利用平行平板的分振幅多光束干涉公式,只能计算只有两个界面的平板介质的反射、透射光强分布。

目前广泛使用的光学薄膜器件大多数是由多层介质组成的多界面系统,其光学性能的计算,只能借助于界面两侧电磁场的边值关系,通过电磁场传播始、终场强之间的联系,按照菲涅耳 (Fresnel) 建立振幅反射、透射系数公式的思想,建立多界面系统振幅反射、透射系数计算公式。

1.2 单一界面的反射率和透射率

1. 光波与光学导纳

按照波动光学理论,光波是电磁横波,光波在空间任意位置的电场强度和磁场强度与所在介质性能之间的联系是通过 Maxwell 方程和物质方程建立的。

在介质中,光波的电场强度和磁场强度可以表示为

$$E = E_0 \exp \left\{ i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} \right) \right\}$$

$$\mathbf{H} = H_0 \exp \left\{ i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} \right) \right\}$$

将它们代入 Maxwell 方程组中的 $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$, 并利用物质方程中的 $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, 可得到 $\mathbf{H}$ 与 $\mathbf{E}$ 之间的关系式

$$\mathbf{H} = \frac{N}{\mu c} (\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}) = \frac{N\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}}{\mu_r} (\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E})$$

引入中间变量 $Y = N\sqrt{\mu_0/\varepsilon} = N\gamma_0$, Y 称作介质的光学导纳, γ_0 是自由空间光学导纳。在国际单位制中 $\gamma_0 = 1/377 \text{ S}$ 。在光波段, $\mu_r \approx 1$ 。所以

$$\mathbf{H} = Y(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}) \quad (1.2-1)$$

注意式(1.2-1)的物理意义及其约束条件:

- (1) $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{k}_0$ 相互垂直, 并符合右旋法则——光波是电磁横波;
- (2) $Y = H/E$, 介质中沿 $\mathbf{k}_0$ 方向传播的电磁波的磁场强度与电场强度之比等于所在介质的光学导纳。

2. 菲涅耳公式

按照波动光学理论, 电磁波在两种介质形成的界面反射和透射时的振幅反射因数和透射因数^①分别为

$$r = E_r/E_i, \quad t = E_t/E_i$$

根据电动力学理论中电磁场的边界条件关系可知^②:

- (1) 当电磁波垂直入射到一个界面时[图 1.2-1(a)示意了电磁场符号意义], 有

$$E_i + E_r = E_t, \quad H_i + H_r = H_t$$

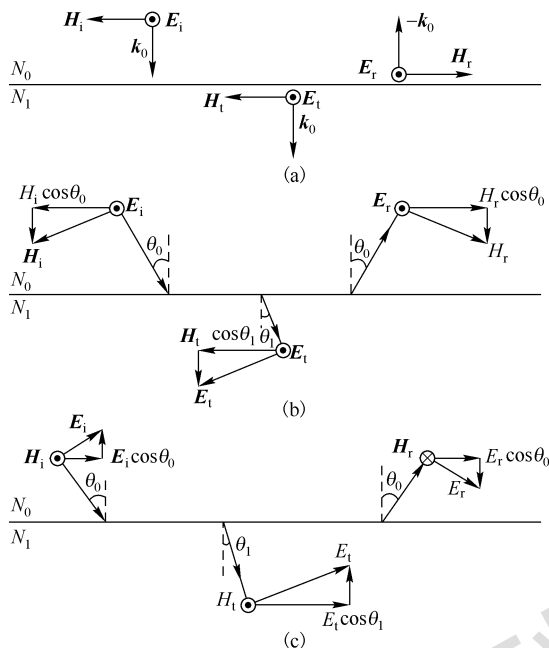


图 1.2-1 单一界面两侧的电磁场方向

① 依据国标 GB 3101—93, 量纲为 1 时, 应称为因数。

② 在下面用到的电磁场的边界条件关系式中的电场强度、磁场强度都是与界面平行的分量。

结合

$$\mathbf{H}_i = Y_0(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_i), \quad \mathbf{H}_r = Y_0(-\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_r), \quad \mathbf{H}_t = Y_1(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_t)$$

可得

$$E_i + E_r = E_t, \quad Y_0 E_i - Y_0 E_r = Y_1 E_t$$

所以

$$r = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Y_0 - Y_1}{Y_0 + Y_1} = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \quad (1.2-2)$$

$$t = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Y_0}{Y_0 + Y_1} = \frac{2N_0}{N_0 + N_1} \quad (1.2-3)$$

(2) 当电磁波倾斜入射到一个界面时[图 1.2-1(b)和(c)示意了电磁场符号意义]:

对于 TE 波,即 S 偏振波入射,这时 $\mathbf{E}$ 与界面平行,所以

$$E_i + E_r = E_t, \quad H_i \cos \theta_0 + H_r \cos \theta_0 = H_t \cos \theta_1$$

$$Y_0 E_i \cos \theta_0 - Y_0 E_r \cos \theta_0 = Y_1 E_t \cos \theta_1$$

可得

$$r_s = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Y_0 \cos \theta_0 - Y_1 \cos \theta_1}{Y_0 \cos \theta_0 + Y_1 \cos \theta_1} \quad (1.2-4)$$

$$t_s = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Y_0 \cos \theta_0}{Y_0 \cos \theta_0 + Y_1 \cos \theta_1} \quad (1.2-5)$$

对于 TM 波,即 P 偏振波入射,这时 $\mathbf{H}$ 与界面平行,所以

$$H_i + H_r = H_t, \quad E_i \cos \theta_0 + E_r \cos \theta_0 = E_t \cos \theta_1$$

$$Y_0 E_i - Y_0 E_r = Y_1 E_t$$

可得

$$r_p = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Y_0 \cos \theta_1 - Y_1 \cos \theta_0}{Y_0 \cos \theta_1 + Y_1 \cos \theta_0} \quad (1.2-6)$$

$$t_p = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Y_0 \cos \theta_0}{Y_0 \cos \theta_1 + Y_1 \cos \theta_0} \quad (1.2-7)$$

实际上,如果将电磁波倾斜入射到一个界面时的磁场强度切向分量与电场强度切向分量的比值看作电磁波倾斜入射时的有效光学导纳,那么,对于 S 偏振波入射和 P 偏振波入射,就有两个不同的有效光学导纳:

$$Y_s = H/E = Y \cos \theta = y_0 N \cos \theta \quad (1.2-8)$$

$$Y_p = H/E = Y / \cos \theta = y_0 N / \cos \theta \quad (1.2-9)$$

将式(1.2-8),式(1.2-9),代入式(1.2-4)、式(1.2-5)、式(1.2-6)、式(1.2-7)中,得

$$r_s = \frac{Y_0 \cos \theta_0 - Y_1 \cos \theta_1}{Y_0 \cos \theta_0 + Y_1 \cos \theta_1} = \frac{Y_{0s} - Y_{1s}}{Y_{0s} + Y_{1s}} = \frac{N_0 \cos \theta_0 - N_1 \cos \theta_1}{N_0 \cos \theta_0 + N_1 \cos \theta_1}$$

$$t_s = \frac{2Y_0 \cos \theta_0}{Y_0 \cos \theta_0 + Y_1 \cos \theta_1} = \frac{2Y_{0s}}{Y_{0s} + Y_{1s}} = \frac{2N_0 \cos \theta_0}{N_0 \cos \theta_0 + N_1 \cos \theta_1}$$

$$r_p = \frac{Y_0 \cos \theta_1 - Y_1 \cos \theta_0}{Y_0 \cos \theta_1 + Y_1 \cos \theta_0} = \frac{Y_{0p} - Y_{1p}}{Y_{0p} + Y_{1p}} = \frac{N_0 \cos \theta_1 - N_1 \cos \theta_0}{N_0 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_0}$$

$$t_p = \frac{2Y_0 \cos \theta_0}{Y_0 \cos \theta_1 + Y_1 \cos \theta_0} = \frac{2Y_{0s}}{Y_{0p} + Y_{1p}} = \frac{2N_0 \cos \theta_0}{N_0 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_0}$$

为计算方便,引入修正导纳

$$\eta_s = N \cos \theta \quad (1.2-10)$$

$$\eta_p = N / \cos \theta \quad (1.2-11)$$

则菲涅耳公式可以简化为

$$r = \frac{\eta_0 - \eta_1}{\eta_0 + \eta_1} \quad (1.2-12)$$

$$t = \frac{2\eta_0}{\eta_0 + \eta_1} \cdot K \quad (1.2-13)$$

使用式(1.2-12)和式(1.2-13)计算 r_s 和 t_s 时,式中的 η 应代入 η_s , $K=1$; 计算 r_p 和 t_p 时,

式中的 η 应代入 $\eta_p, K = \cos\theta_0 / \cos\theta_1$ 。

3. 单一界面的反射率计算与等效界面思想

(1) 单一界面的反射率和透射率

按照波动光学理论,两种介质形成的界面对光波的能量反射率和透射率分别为

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \frac{|E_r|^2}{|E_i|^2} = |r|^2 = \left| \frac{\eta_0 - \eta_1}{\eta_0 + \eta_1} \right|^2 \quad (1.2-14)$$

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{N_1 \cos\theta_1}{N_0 \cos\theta_0} \frac{|E_t|^2}{|E_i|^2} = \frac{\eta_{1s}}{\eta_{0s}} |t|^2 = \frac{4\eta_0 \eta_1}{|\eta_0 + \eta_1|^2} \quad (1.2-15)$$

$$T + R + A = 1$$

式中, A 是能量吸收率。对于无吸收的全介质薄膜系统, $T + R = 1$ 。

因此,只要知道了两种介质的折射率和光线入射角,就可以得到相应的光学导纳,利用式(1.2-14)、式(1.2-15)就可以计算单一界面的反射率和透射率。

(2) 等效界面

在众多的薄膜光学性能计算方法中,等效界面思想是其共同点。即将一个多界面的薄膜系统,等效地看作一个单一界面。其中,将等效界面看作入射介质与薄膜、基底组合形成的等效介质之间的界面。即等效界面两侧的介质分别是入射介质和等效介质。入射介质的折射率仍旧是 N_0 ,等效介质具有等效光学导纳 Y 。因此,薄膜系统的反射率就是等效界面的反射率,等效界面的反射率计算公式为

$$R = \left| \frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \right|^2 \quad (1.2-16)$$

任何一个复杂薄膜系统的反射率都可以通过其等效界面对应的等效光学导纳进行计算。当然,必须首先建立等效光学导纳与薄膜系统之间的关系。

1.3 单层介质膜的反射率

按照等效界面思想,单层介质膜的反射率就等于其等效界面的反射率。利用式(1.2-16),计算等效界面反射率的关键是要知道等效光学导纳与单层介质薄膜之间的关系。

1.3.1 单层介质膜与基底组合的等效光学导纳

先找到单层介质膜与基底组合的等效光学导纳 Y 与介质膜层及基底结构参数之间的定量关系式。依图 1.3-1 的等效界面示意图(注意:图中箭头方向是电磁波的传播方向)分析如下。

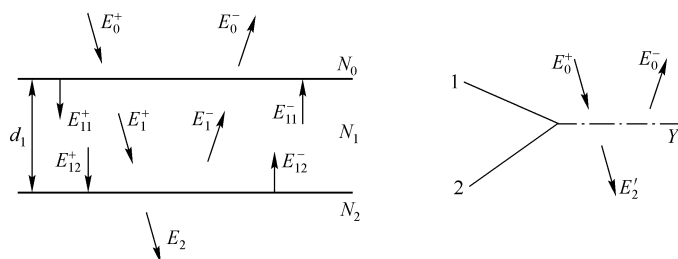


图 1.3-1 等效界面示意图

(1) 在等效界面两侧:

① 等效光学导纳 Y 应当满足 $H'_2 = Y(k_0 \times E'_2)$, 式中, k_0 是垂直于界面且与入射光同方向的单位波矢;

② 根据电磁场的边界条件 $H'_2 = H_0, E'_2 = E_0$, 所以

$$\mathbf{H}_0 = Y(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0) \quad (1.3-1)$$

即通过电磁场的边界条件,将等效光学导纳 Y 与入射介质中电磁场的强度 E_0 及 H_0 建立起了联系。

特别说明:公式 $\mathbf{H} = Y(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E})$ 中的 4 个量的物理含义是:在具有光学导纳 Y 的介质中的同一点、同一时刻、同一光波矢量 $\mathbf{k}_0$ 所对应的电场强度矢量和磁场强度矢量为 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 。因此,对于任何介质中,在任何时刻,其中传播的光波的电场强度和磁场强度矢量间都存在这样的关系。例如,在入射介质中传播的光波的电场强度和磁场强度矢量间就存在关系

$$\mathbf{H}_0^+ = \eta_0(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0^+), \quad \mathbf{H}_0^- = \eta_0(-\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0^-)$$

而电磁场的边界条件公式 $\mathbf{H}'_2 = \mathbf{H}_0, \mathbf{E}'_2 = \mathbf{E}_0$ 中的电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 和磁场强度矢量 $\mathbf{H}$,它们不但分别是界面两侧同一点、同一时刻、所有电场强度的矢量和,以及所有磁场强度的矢量和,而且还只是其和矢量的切向分量。

(2) 在实际单层介质膜系统中,同样可以利用电磁场边界条件,将 N_1, d_1, N_2 与入射介质中电磁场的强度 E_0 和 H_0 建立起联系。

因此,就有可能通过入射介质中的电磁场强度 E_0 和 H_0 ,建立等效光学导纳 Y 与介质膜层及基底结构参数 N_1, d_1, N_2 之间的定量关系式。

具体做法如下:

① 使用电磁场边界条件公式,将同一界面两侧的电磁场联系起来;

② 利用与电磁场传播相伴随的位相差,将同一介质中不同位置的电磁场联系起来。

在界面 1,有

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0 &= \mathbf{E}_0^+ + \mathbf{E}_0^- = \mathbf{E}_{11}^+ + \mathbf{E}_{11}^- \\ \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0 &= \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{11}^+ + \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{11}^- \\ \mathbf{H}_0 &= \mathbf{H}_0^+ + \mathbf{H}_0^- = \mathbf{H}_{11}^+ + \mathbf{H}_{11}^- \\ \mathbf{H}_0 &= \eta_1(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{11}^+ - \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{11}^-) \end{aligned}$$

在界面 1 和 2 的内侧,不同纵坐标、相同横坐标的两点电磁场的复振幅强度之间的关系完全由其空间距离引入的位相差相联系,即

$$\mathbf{E}_{12}^+ = \mathbf{E}_{11}^+ e^{-i\delta_1}, \quad \mathbf{E}_{12}^- = \mathbf{E}_{11}^- e^{i\delta_1}, \quad \delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} N_1 d_1 \cos\theta_1$$

所以

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0 &= (\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^+) e^{i\delta_1} + (\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^-) e^{-i\delta_1} \\ \mathbf{H}_0 &= (\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^+) \eta_1 e^{i\delta_1} - (\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^-) \eta_1 e^{-i\delta_1} \end{aligned}$$

写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{H}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{i\delta_1} & e^{-i\delta_1} \\ \eta_1 e^{i\delta_1} & -\eta_1 e^{-i\delta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^+ \\ \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^- \end{bmatrix} \quad (1.3-2)$$

在界面 2,则有

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{12}^+ + \mathbf{E}_{12}^- &= \mathbf{E}_2, \quad \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^+ + \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^- = \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{H}_{12}^+ + \mathbf{H}_{12}^- &= \mathbf{H}_2, \quad \eta_1(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^+ - \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^-) = \mathbf{H}_2 \end{aligned}$$

$$\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^+ = \frac{1}{2}(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_2) + \frac{1}{2\eta_1} \mathbf{H}_2$$

$$\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^- = \frac{1}{2}(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_2) - \frac{1}{2\eta_1} \mathbf{H}_2$$

写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^+ \\ \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{12}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2\eta_1} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2\eta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \quad (1.3-3)$$

将式(1.3-3)代入式(1.3-2),可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{H}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{i\delta_1} & e^{-i\delta_1} \\ \eta_1 e^{i\delta_1} & -\eta_1 e^{-i\delta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2\eta_1} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2\eta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta_1 & \frac{i}{\eta_1} \sin\delta_1 \\ i\eta_1 \sin\delta_1 & \cos\delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \quad (1.3-4)$$

结合式(1.3-1)和 $H_2 = \eta_2(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_2)$, 式(1.3-4)可简化为

$$(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0) \begin{bmatrix} 1 \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta_1 & \frac{1}{\eta_1} \sin\delta_1 \\ i\eta_1 \sin\delta_1 & \cos\delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} (\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_2)$$

$$\text{令} \quad \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta_1 & \frac{i}{\eta_1} \sin\delta_1 \\ i\eta_1 \sin\delta_1 & \cos\delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \quad (1.3-5)$$

则

$$(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0) \begin{bmatrix} 1 \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} (\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_2)$$

$$\text{解得} \quad Y = C/B \quad (1.3-6)$$

需要说明的是:

① $\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$ 是完全由膜系和基底参数决定的二阶矩阵。当膜层参数已知后,其矩阵元就确定了,由其便可以求出等效光学导纳 Y ,进而可由式(1.2-16)求得单层介质膜的光学特性。因此,这个二阶矩阵被称为该膜层与基底组合的特征矩阵。

② 矩阵 $\begin{bmatrix} \cos\delta_1 & \frac{i}{\eta_1} \sin\delta_1 \\ i\eta_1 \sin\delta_1 & \cos\delta_1 \end{bmatrix}$ 由膜层参数唯一确定,这个矩阵称为该膜层的特征矩阵。

③ δ_1 是膜层的有效位相厚度, $N_1 d_1 \cos\theta_1$ 是膜层的有效光学厚度。

注意:

a. 对应 S 偏振和 P 偏振的膜层厚度(位相厚度、光学厚度)是相同的;

b. δ_1 是波长的函数,不同的波长有不同的 δ_1 。

④ 等效光学导纳 Y 是 δ_1 的函数,即随波长变化的函数。因此,等效光学导纳 Y 的色散要比实际膜层折射率的色散严重得多。

1.3.2 单层介质膜的光学特性

将式(1.3-6)代入式(1.2-16),即可得到单层介质膜的反射率计算公式

$$R = \left| \frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \right|^2 = \left| \frac{\eta_0 B - C}{\eta_0 B + C} \right|^2 = \frac{(\eta_0 - \eta_2)^2 \cos^2 \delta_1 + \left(\frac{\eta_0 \eta_2}{\eta_1} - \eta_1 \right)^2 \sin^2 \delta_1}{(\eta_0 + \eta_2)^2 \cos^2 \delta_1 + \left(\frac{\eta_0 \eta_2}{\eta_1} + \eta_1 \right)^2 \sin^2 \delta_1} \quad (1.3-7)$$

对式(1.3-7)进行分析可知:

(1) 因为 $R = f(\cos^2 \delta_1, \sin^2 \delta_1)$, 而 $\cos^2 \delta_1 = \cos^2(\delta_1 \pm m\pi)$, $\sin^2 \delta_1 = \sin^2(\delta_1 \pm m\pi)$, 所以 $R(\delta_1) = R(\delta_1 \pm m\pi)$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ 。此即表明:位相厚度相差为 π 的整数倍的同一材料的单层介质膜,对同一波长的反射率是相同的。换言之,光学厚度相差为 $\lambda/2$ 的整数倍的同一材料的单层介质膜,对同一波长有相同的反射率。即

$$R(N_1 d_1 \cos\theta_1) = R\left(N_1 d_1 \cos\theta_1 \pm m \frac{\lambda}{2}\right), \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

(2) 由方程 $\frac{dR}{d(N_1 d_1 \cos\theta_1)} = 0$, 可解得当 $N_1 d_1 \cos\theta_1 = m\lambda/4$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ 时, R 有极值。

① 当 m 是奇数时,则有 $R = \frac{(\eta_0 \eta_2 - \eta_1^2)^2}{(\eta_0 \eta_2 + \eta_1^2)^2}$ 。所以,若 $\theta_0 = 0$, $N_0 = 1$, 则由 $\frac{d^2 R}{(d^2(N_1 d_1 \cos\theta_1))}$ 的性

质可判知:当 $N_1 < N_2$ 时, $R = R_{\min}$; 当 $N_1 > N_2$ 时, $R = R_{\max}$ 。

② 当 m 是偶数时, $R = \frac{(\eta_0 - \eta_2)^2}{(\eta_0 + \eta_2)^2}$, 与 N_1 无关。此时的膜层如同虚设, 称为虚设层。但是仍旧

可以由 $\frac{d^2 R}{d^2(N_1 d_1 \cos \theta_1)}$ 的性质判知: 当 $N_1 < N_2$ 时, $R = R_{\max}$; 当 $N_1 > N_2$ 时, $R = R_{\min}$ 。

注意:

a. 因为 R 是 λ 的函数, 所以, 这里所说的“极值”“虚设层”都是对特定波长 (满足 $N_1 d_1 \cos \theta_1 = m\lambda/4$ 的波长) 而言的。

b. “极值”是同一膜层对某一波长的反射率相对其邻近波长的反射率而言的, 由此不难理解“虚设层”的极值。

(3) 由式(1.3-7)的计算结果可得单层介质膜的反射率随光学厚度的变化关系曲线, 如图 1.3-2 所示。

有膜面反射率 R_F 、透射率 T_F 与无膜面反射率 R_2 、透射率 T_2 的高低关系取决于膜层折射率 N_1 和基底折射率 N_2 :

① 当 $N_1 > N_2$ 时, $R_F > R_2$, $T_F < T_2$, 膜层的作用是提高了反射率;

② 当 $N_1 < N_2$ 时, $R_F < R_2$, $T_F > T_2$, 膜层的作用是增加了透射率。

至此, 通过对式(1.3-7)进行的上述(1)、(2)、(3)点的数学分析, 我们明确了单层介质膜对确定波长的反射率随膜层光学厚度是呈周期性变化的, 见图 1.3-2。

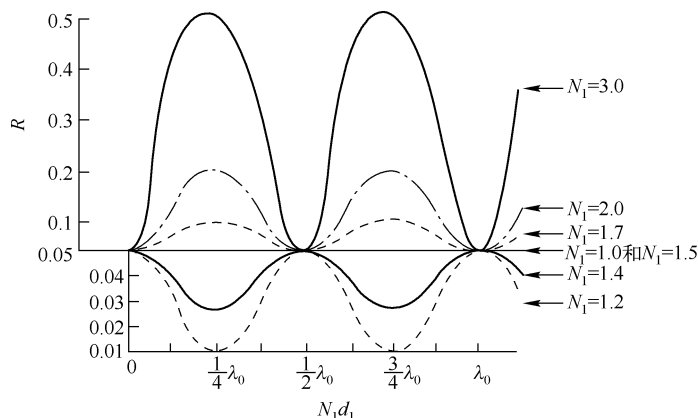


图 1.3-2 单层介质膜的反射率与膜层光学厚度的关系曲线

(4) 因为 $\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} N_1 d_1 \cos \theta_1$, 所以, 单层介质膜反射率随膜层位相厚度的周期性变化, 也可能是波长 λ 变化所致的。即波长 λ 变化时, 反射率 R 也可能出现周期性重复。

为方便叙述, 将 $\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} N_1 d_1 \cos \theta_1$ 中的波长 λ 通过关系式 $\lambda = C/\nu$ 转化为频率 ν 的函数, 则

$$\delta_1 = \frac{2\pi\nu}{C} N_1 d_1 \cos \theta_1$$

很明显, 由于光频率 ν 与光学厚度 $N_1 d_1$ 在上式中具有完全相同的数学地位, 因此, 如果忽略折射率色散, 那么, 一个确定厚度的单层介质膜的反射率将是光频率 ν 的周期性函数。即单层介质膜将在频率间隔相等的多个不同频率点具有相同的反射率。显然, 频率周期为 $\Delta\nu = \frac{C}{2N_1 d_1 \cos \theta_1}$ 。

所以, 单层介质膜反射率的周期性具有双重性: 既可以在膜层厚度增加时, 对同一波长出现周期性的反射率重复再现; 也可以在膜层厚度一定时, 对不同频率反射率出现周期性的重复再现。

1.4 多层介质膜的反射率和透射率

在没有个人计算机之前,人们为了计算反射率和透射率,采用过菲涅耳系数递推法、菲涅耳系数矩阵法,也采用过导纳递推法和导纳矩阵法。在个人计算机普及的今天,几乎所有的膜系设计软件,都采用导纳矩阵法。

采用导纳矩阵法推导多层介质膜与基底组合的等效光学导纳 Y 与介质膜层及基底结构参数之间的定量关系式,其方法与单层介质膜时等效光学导纳的求法完全相同,即基本思想仍是等效界面思想。

多层介质膜中的电磁场如图 1.4-1 所示。

基本方法仍是:① 在每一界面运用电磁场边界条件公式,将同一界面两侧的电磁场联系起来;② 利用与电磁场传播相伴的位相差,将同一膜层中上下两界面内侧的电磁场联系起来。

由此可得第 j 层膜上界面外侧场 $E_{j-1,j}, H_{j-1,j}$ 与其下界面外侧场 $E_{j+1,j+1}, H_{j+1,j+1}$ 之间的关系为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{j-1,j} \\ \mathbf{k}_0 \times \mathbf{H}_{j-1,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_j & \frac{i}{\eta_j} \sin \delta_j \\ i \eta_j \sin \delta_j & \cos \delta_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j+1,j+1} \\ \mathbf{H}_{j+1,j+1} \end{bmatrix}$$

而在第 j 个界面

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{j-1,j} \\ \mathbf{k}_0 \times \mathbf{H}_{j-1,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{j,j} \\ \mathbf{k}_0 \times \mathbf{H}_{j,j} \end{bmatrix}$$

所以,对由 k 层膜组成的膜系,对每一界面和每一膜层应用上述关系,经过连续的线性变换,最后可得入射介质与出射介质中的电磁场的关系方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{H}_0 \end{bmatrix} = \left\{ \prod_{j=1}^k \begin{bmatrix} \cos \delta_j & \frac{i}{\eta_j} \sin \delta_j \\ i \eta_j \sin \delta_j & \cos \delta_j \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{k+1} \\ \mathbf{H}_{k+1} \end{bmatrix}$$

与单层介质膜时的处理方法相同,结合式(1.3-1)可知

$$\mathbf{H}_0 = Y(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0), \quad \mathbf{H}_{k+1} = \eta_{k+1}(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{k+1})$$

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \prod_{j=1}^k \begin{bmatrix} \cos \delta_j & \frac{i}{\eta_j} \sin \delta_j \\ i \eta_j \sin \delta_j & \cos \delta_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_{k+1} \end{bmatrix}$$

可得

$$(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0) \begin{bmatrix} 1 \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} (\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_{k+1})$$

所以

$$Y = C/B$$

该 k 层膜系的能量反射率 R 和透射率 T 为

$$R = \left(\frac{\eta_0 B - C}{\eta_0 B + C} \right) \left(\frac{\eta_0 B - C}{\eta_0 B + C} \right)^* \quad (1.4-1)$$

$$T = \frac{4\eta_0 \eta_{k+1}}{(\eta_0 B + C)(\eta_0 B + C)^*} \quad (1.4-2)$$

$$\varphi = \arctan \left[\frac{i\eta_0(CB^* - BC^*)}{\eta_0^2 BB^* - CC^*} \right] \quad (1.4-3)$$

式中, φ 是由 $r = |r| e^{i\varphi} = \frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y}$ 求得的反射相移, $\varphi < 0$ 表示位相滞后, $\varphi > 0$ 表示位相超前。应当注

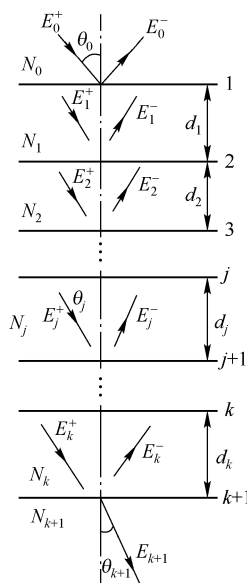


图 1.4-1 多层介质膜中的电磁场

意的是,式中有 η_p 和 η_s 之分,但 δ 却没有 δ_s 和 δ_p 之分。

更重要的是,式(1.4-1)、式(1.4-2)、式(1.4-3)虽然是针对介质膜系($N=n$)推导出的,但是可以证明,对于含有吸收膜层($N=n-ik$)的多层膜系,这些公式仍然适用。

考虑到当 $\theta_0=0$ 时, $Nd=m\frac{\lambda}{2}$ 对应于 R 或 T 的极值,在膜层制造中可以将其作为膜层厚度控制的判据。所以,多层膜系设计中,膜层厚度取 $\lambda_0/4$ 为设计首选。因此,在薄膜光学中,常将膜层光学厚度以 $\lambda_0/4$ 为单位来表示。例如 $G|M2HL|A$ 就表示:在玻璃基底 G 上镀有折射率分别为 N_M, N_H, H_L , 光学厚度分别为 $\lambda_0/4, \lambda_0/2, \lambda_0/4$ 的三层膜层,入射介质是空气。

而当一个膜系中所有膜层的光学厚度均为 $\lambda_0/4$ 时, $\cos\delta_j=0, \sin\delta_j=1$, 各层膜的特征矩阵皆为 $\begin{bmatrix} 0 & i/\eta_j \\ i\eta_j & 0 \end{bmatrix}$ 。所以,当膜层总数 k 为奇数时,整个膜系对于波长 λ_0 的组合导纳(k 层膜, $\eta_{k+1}=\eta_s=\eta_G$)为

$$Y = \frac{\eta_1^2 \eta_3^2 \cdots \eta_k^2}{\eta_2^2 \eta_4^2 \cdots \eta_{k-1}^2 \eta_{k+1}} \quad (1.4-4)$$

当膜层总数 k 为偶数时

$$Y = \frac{\eta_1^2 \eta_3^2 \cdots \eta_{k-1}^2 \eta_{k+1}}{\eta_2^2 \eta_4^2 \cdots \eta_k^2} \quad (1.4-5)$$

关于多层膜系光学特性的重要结论:

(1) 膜系的透射率与光的传播方向无关,而且,无论膜层有无吸收,总有 $T_L=T_R$ 。但是,有吸收膜系的反射率与方向有关,无吸收膜系的反射率与光的传播方向无关。

(2) 膜系性能的不变性:

- ① 膜系中所有折射率(含 N_{k+1}, N_0)同乘以一个常数,其 R, T, φ 不变;
- ② 膜系中所有折射率(含 N_{k+1}, N_0)用其各自的倒数取代,其 R, T 不变,但 φ 有 π 变化。

(3) 膜系等效定理:

- ① 任意一个多层介质膜系都可以等效成两层膜;
- ② 只有对称结构的多层介质膜系可以等效成一个单层膜。

需要说明的是,这里的等效既是物理效果的,也在数学上存在严格的等效关系。既存在等效的反射、透射光谱特性,也存在等效折射率和等效位相厚度。

1.5 金属薄膜的光学特性

金属膜层作为光学薄膜器件的组成部分之一,被广泛用作反射镜、中性分束镜、偏振分束镜和窄带滤光片膜系。在这些应用当中,金属膜层以两种不同的原理发挥作用:一种是以简单的块状金属替代者原理,将金属膜层镀制在容易获得高光洁度基底表面,起抛光金属面的高反射作用;第二种是以干涉薄膜的原理工作。前者膜层厚度以反射率达到最高为宜,后者膜层厚度影响透射率和反射率。像介质膜层一样,改变其前后匹配膜层将改变系统的透射率和反射率。含有金属膜层的膜系的反射率也使用与全介质膜系完全相同的公式,即式(1.4-1)计算。

按照能量守恒定律,对于含有金属吸收膜层的膜系,存在关系: $T+R+A=1$, 因此,对于一层确定的金属膜层,由金属膜层光学常数和厚度确定的 A 一定, $R+T$ 也就一定。但是,实践中却发现,对于同一个确定的金属膜层,当将其与不同的膜层组合成膜系时,其 $R+T$ 不但并非不变,而且变化惊人。

既然 $T+R+A=1$ 必须成立,那么 $R+T$ 的改变也就意味着吸收 A 在改变。

为了研究和描述金属膜层的吸收与其组合膜系之间的关系,1957年,Bning和Turner对吸收膜系提出了一个势透射率的概念。他们把一束透过膜系的光能量的透射率 T 与进入膜系的光能量 $(1-R)$ 的比定义为该膜系的势透射率 ψ ,即

$$\psi = T/(1-R) \quad (1.5-1)$$

式中, T 和 R 是整个膜系的透射率和反射率。

势透射率的概念在金属-介质组合膜系的性能最优化技术中是一个非常有用的概念。

将式(1.5-1)代入 $T+R+A=1$,可得

$$A = (1-R)(1-\psi) \quad (1.5-2)$$

此式表明,对于给定的 R ,势透射率越大,则膜系的吸收 A 越小,实际的透射率 T 也会越高。所以,势透射率实际就是膜系的潜在的或者可能的透射率。对应一个确定的吸收膜系,存在一个确定的最大势透射率 $\psi_{\max}$ 。

根据上述定义,金属薄膜光学的研究结果表明:

(1) 势透射率(或者膜系的可能透射率)取决于金属薄膜的光学常数和出射介质的导纳,而与入射介质无关。

(2) 最大势透射率仅取决于金属薄膜的光学常数。金属薄膜的光学常数确定以后,膜系最大势透射率也就确定了。实现最大势透射率的出射介质导纳,就是这种情况下的最佳匹配导纳,或称最佳负载导纳。

(3) 膜系的实际透射率不仅与势透射率有关,还和入射介质有关,即和整个膜系的反射率相关,其值为 $(1-R)\psi$ 。当 $\psi = \psi_{\max}$, $R=0$ 时,实际透射率达到最大势透射率, $T = \psi_{\max}$ 。这时就称把吸收膜系潜在的最大透射率诱导出来了。

需要说明的是,最佳匹配导纳只是对有限的几个分离的波长同时存在。因此,利用最佳匹配导纳实现最大势透射率,可以实现深抑制背景的窄波段高透射窄带滤光片。

1.6 光学零件的反射率和透射率

由于光学薄膜的特征之一就是“镀制在载体(基底)上的非自持性异质薄层”,因此,光学薄膜器件必然有两个表面。对于大多数光学系统(激光系统除外),这两个表面多次反射光束之间的叠加是非相干的。

1. 非相干叠加光的反射率和透射率

这里只研究无吸收光学薄膜器件前后两个表面上非相干光的叠加。采用如图1.6-1所示的符号。光波在前后两个表面上多次反射,反射光的强度总和为

$$R = R_a^+ + T_a^+ R_b^+ T_a^- [1 + R_a^- R_b^+ + (R_a^- R_b^+)^2 + \dots] = R_a^+ + \frac{T_a^+ T_a^- R_b^+}{1 - R_a^- R_b^+}$$

由于 T_a^+ 和 T_a^- 总是相等的,因此

$$R = \frac{R_a^+ + R_b^+ (T_a^2 - R_a^+ R_a^-)}{1 - R_a^- R_b^+}$$

在没有吸收的情况下, $R_a^+ = R_a^- = R_a$, $T_a^+ = T_a^- = T_a$ 并且 $R_a + T_a = 1$,所以,上式可简化为

$$R = \frac{R_a + R_b - 2R_a R_b}{1 - R_a R_b} \quad (1.6-1)$$

同理可得

$$T = \frac{T_a T_b}{1 - R_a R_b} \quad (1.6-2)$$

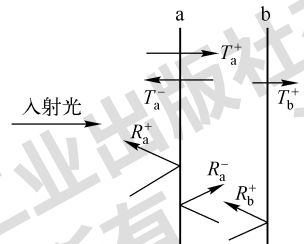


图 1.6-1 平行平板各界面的透反射

或

$$T = \frac{1}{\frac{1}{T_a} + \frac{1}{T_b} - 1} \quad (1.6-3)$$

显然, T 总是大于 $T_a T_b$ 。

2. 光学零件的实测反射率与膜层的折射率

这里的目的是提供一种利用光学零件的实测反射率来计算膜层折射率的方法。

测量薄膜器件反射和透射光谱,最常用和最方便的方法是使用分光光度计。

图 1.6-2 所示是由分光光度计测得的单面有膜平板玻璃($N_G = 1.61$)的光谱透射率曲线。由图可以看出:被测零件对波长 600 nm 有极大值透射率(90%),对波长 480 nm 和 800 nm 有极小值透射率(78%)。

由于单面有膜平行平板玻璃的透射率是由薄膜干涉和玻璃两表面间光波的非相干叠加共同导致的,即在公式 $T = \frac{T_a T_b}{1 - R_a R_b}$ 中,如果 T_a 和 R_a 是有膜面的透射率和反射率, T_b 和 R_b 是无膜面的透射率和反射率,且 λ_0 与膜层光学厚度之间满足关系:

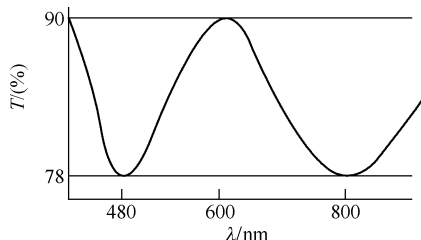


图 1.6-2 单面有膜平板玻璃的光谱透射率曲线

$$N_1 d_1 = (2m+1)\lambda_0/4, \quad m=0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{则} \quad R_a(\lambda_0) = \left| \frac{N_0 - N_1^2/N_G}{N_0 + N_1^2/N_G} \right|^2, \quad T_a = 1 - R_a; \quad R_b = \left| \frac{N_0 - N_G}{N_0 + N_G} \right|^2, \quad T_b = 1 - R_b$$

而对于与膜层光学厚度之间满足关系 $N_1 d_1 = m\lambda'_0/2, m=0, 1, 2, 3, \dots$ 的波长 λ'_0 , 则有

$$R_a = R_b = \left| \frac{N_0 - N_G}{N_0 + N_G} \right|^2, \quad T_a = T_b = 1 - R_b$$

所以,通过计算、对比、判断光谱透射率曲线图中哪些极值波长对应 λ_0 , 哪些极值波长对应 λ'_0 可知,只有那些对应极值波长 λ_0 的透射率和反射率才与膜层的折射率有关,通过上述关系式就可以求得膜层的折射率。

例 1-1 在测得上述透射率曲线后,由

$$R_b = \left| \frac{N_0 - N_G}{N_0 + N_G} \right|^2 \approx 0.0546, \quad T_b = 1 - R_b \approx 0.9454$$

对应 λ'_0 膜层为虚设层

$$R_a = R_b \approx 0.0546, \quad T_a = T_b \approx 0.9454$$

所以

$$T(\lambda'_0) = T_a T_b / (1 - R_a R_b) \approx 0.896$$

显然,曲线图中对应的 $\lambda'_0 = 600 \text{ nm}$, λ_0 则对应的是 480 nm 和 800 nm。将 λ_0 对应的 $T \approx 0.78$, 无膜基底单面的 $R_b \approx 0.0546, T_b \approx 0.9454$ 代入 $T = T_a T_b / (1 - R_a R_b)$ 中,可得有膜面的反射率为

$$R_a = \frac{T - T_b}{T R_b - T_b} \approx 0.1832$$

代入

$$R_a(\lambda_0) = \left| \frac{N_0 - N_1^2/N_G}{N_0 + N_1^2/N_G} \right|^2$$

得

$$N_1 = \sqrt{N_G \frac{1 + \sqrt{R_a}}{1 - \sqrt{R_a}}} \approx 2.005$$

另外,曲线图中的波长 λ_0 应满足

$$N_1 d_1 = (2m+1)800/4 = (2m+3)480/4$$

可以解得膜层的厚度 $N_1 d_1 = 600 \text{ nm}$, $d_1 \approx 300 \text{ nm}$ 。

图 1.6-2 给出的透射率曲线上的两个极小值同为 0.78, 这说明这个膜层的折射率在该波段没有色散。但是对于大多数薄膜材料来说, 折射率色散是不可避免的, 直接表现为如图 1.6-3 所示的测量结果, 多个波长对应的极值不再相同。在这种情况下, 可以对每一个极值波长采用上述方法计算出相应的折射率。

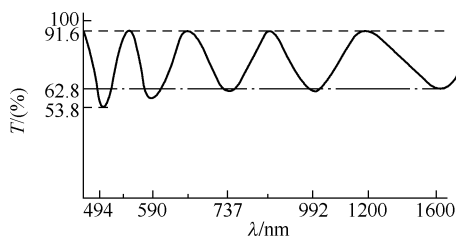


图 1.6-3 单面镀单层有色散膜层平板玻璃的光谱透射率

1.7 光学薄膜的色度表征与计算

1.7.1 光学薄膜的透、反射率光谱与颜色

光学薄膜的透、反射率光谱和颜色是薄膜器件同时存在的两个特性。

1. 透、反射率光谱是光学薄膜器件反射率、透射率随波长的变化关系。

其特点是:

全面——一目了然地看到全波段的反射率、透射率分布特性。

准确——每一波长对应的反射率、透射率值准确呈现。

唯一——标准的测量和表达方式, 没有歧义。

2. 颜色是可见光光源照明时, 薄膜器件对人眼展现出的视觉特征。

其特点是:

直观——是人眼看到的真实感觉(感性)。

片面——只表现薄膜器件对可见光的透、反射特性。

多变——色随光变: 换了光源薄膜器件就变了颜色; 因人而异: 不同的人可看出不同的色感; 一色多谱: 同一个颜色可以对应不同的光谱。

我们即将明确:

(1) 薄膜器件的透、反射率光谱和颜色之间有对应关系, 即一谱一色; 反之, 这种关系“不唯一”, 表现为一色多谱。因此, 薄膜的透、反射率光谱特性和颜色特性需要分别表征, 不可相互替代。

(2) 使用干涉薄膜实现装饰色应用需要明确颜色与光谱之间的换算关系。

(3) 薄膜颜色的表征需要科学、规范、统一的标准化方法。

3. 薄膜颜色特性的表述依据的是国家标准 GBT3977-2008。

国家标准规定: 表述颜色的基本依据是 CIE1931 和 CIE1964 标准色度系统。

1.7.2 CIE1931 标准色度系统简介

CIE(Commission International de l'Eclairage(法语), 国际照明委员会)是一个创始于 1900 年的非营利性国际标准化组织。

标准色度系统指由标准色度观察者看到和表述颜色特性的科学体系。

1. 标准色度观察者

标准色度观察者指 CIE1931 标准规定选择的, 具有标准光谱光视效率(见图 1.7-1) $V(\lambda)$ 的

理想观察者(真人对同一颜色的感觉是因人而异的)。其观察结果是 251 位正常颜色视觉者测定的响应灵敏度平均值(标准色度观察者是真实的)。

实际上,标准色度观察者是一台标准色度测量仪器——色度计,它能够像人眼一样观察到颜色,并能够用标准化的数字参数形式描述颜色特性。

说它是“色度观察者”,是因为它能够看到并识别颜色;说它是“标准”,是因为它用数字参数形式表述颜色特性,含义准确,众所周知,没有歧义。

显然,标准色度观察者是比人更高级的颜色观察者。

标准色度观察者常用色度参数:三刺激值(X 、 Y 、 Z);色品坐标(x 、 y);亮度(%);主波长;补色波长;色纯度。

2. 三基色

三基色指能够合成所有颜色的三种颜色。

CIE1931 仿照人眼的颜色感知机理和人眼测试实验统计结果,选择规定:CIE1931 标准色度系统的三基色为红(X)、绿(Y)、蓝(Z),对应具有 CIE 标准光谱三刺激值特性曲线(图 1.7-2)。

CIE 标准三基色(X)、(Y)、(Z)与人眼视网膜上红视锥、绿视锥和蓝视锥所敏感的颜色相一致;三基色中任何一个颜色不能由另外两个合成;(X)、(Y)、(Z)是 CIE 规定的,不可改变。

3. 三刺激值

三刺激值指由三基色(X)、(Y)、(Z)合成一种新颜色(C)所需要的三基色色度值 X 、 Y 、 Z (以色度学单位表达,无量纲)。

颜色匹配方程(用于表示颜色匹配的代数式)为

$$C[C] = X[X] + Y[Y] + Z[Z]$$

式中: X 、 Y 、 Z 就是颜色(C)的三刺激值。

三刺激值 X 、 Y 、 Z 的单位是 $[X]$ 、 $[Y]$ 、 $[Z]$, X 、 Y 、 Z 的值是相对光通量数,是用色度学单位表示的光通量。 X 、 Y 、 Z 表示的就是色度学单位。

色度学单位——三基色合成标准白(E 光源)所需要的三基色的光度量(l_x 、 l_y 、 l_z)。

选用色度学单位的优点在于将三基色(X)、(Y)、(Z)各自作为一个整体。

合成标准白 $[E] = [X] + [Y] + [Z]$ 所需要的三基色的光度量 l_x 、 l_y 、 l_z 是不相等的,但是其相对光通量数 $X=Y=Z=1$ 。

在 CIE1931 标准色度系统中规定:用 Y 刺激值同时表示颜色的亮度和色度,而 X 和 Z 刺激值只表示色度,不代表亮度。

4. 光谱三刺激值与光谱三刺激函数

$\bar{x}_\lambda$ 、 $\bar{y}_\lambda$ 、 $\bar{z}_\lambda$ 是匹配单位通量的单色光 λ 的颜色方程 $[F_\lambda] = \bar{x}_\lambda[X] + \bar{y}_\lambda[Y] + \bar{z}_\lambda[Z]$ 中的色匹配系数,称之为光谱色 λ 的三刺激值。

光谱色是单色光对应的颜色,也是饱和色,是色纯度最高的颜色。

光谱三刺激函数 $\bar{x}(\lambda)$ 、 $\bar{y}(\lambda)$ 、 $\bar{z}(\lambda)$ 是所有单色光三刺激值的集合,也叫色匹配函数。

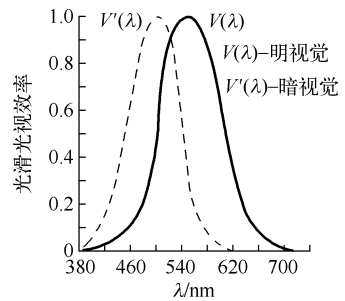


图 1.7-1 标准光谱光视效率

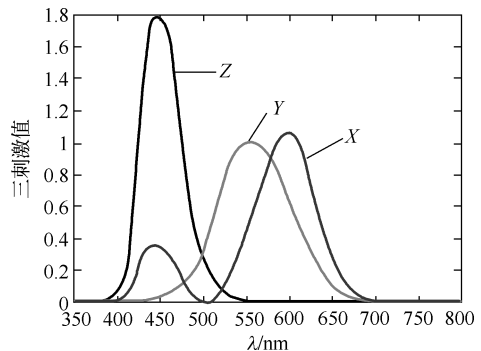


图 1.7-2 CIE 标准光谱三刺激值特性曲线

5. 三刺激值计算

设颜色 F 由 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_n$ 共 n 个单色光组成, 每个单色光的光通量分别为 $f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_n$, 波长为 λ_i 的第 i 个单色光的颜色方程为

$$f_i[F_{\lambda_i}] = f_i\{\bar{x}_{\lambda_i}[X] + \bar{y}_{\lambda_i}[Y] + \bar{z}_{\lambda_i}[Z]\} \quad (1.7-1)$$

这 n 个单色光组成的 F 色光的颜色方程为

$$\begin{aligned} F[F] &= X[X] + Y[Y] + Z[Z] = \sum_{i=1}^n \{f_i[F_{\lambda_i}]\} \\ &= \sum_{i=1}^n f_i \cdot \bar{x}_{\lambda_i}[X] + \sum_{i=1}^n f_i \cdot \bar{y}_{\lambda_i}[Y] + \sum_{i=1}^n f_i \bar{z}_{\lambda_i}[Z] \end{aligned} \quad (1.7-2)$$

F 色光的三刺激值为

$$X = \sum_{i=1}^n f_i \cdot \bar{x}_{\lambda_i}, \quad Y = \sum_{i=1}^n f_i \cdot \bar{y}_{\lambda_i}, \quad Z = \sum_{i=1}^n f_i \cdot \bar{z}_{\lambda_i} \quad (1.7-3)$$

设 F 色光的光谱分布函数为 $P(\lambda_i)$ ——单位波长区间的平均光通量, 则波长区间 $\Delta\lambda$ 的光通量为

$$f_i = P(\lambda_i) \cdot \Delta\lambda$$

F 色光的三刺激值为

$$X = \sum_{i=1}^n P(\lambda_i) \cdot \bar{x}_{\lambda_i} \cdot \Delta\lambda, \quad Y = \sum_{i=1}^n P(\lambda_i) \cdot \bar{y}_{\lambda_i} \cdot \Delta\lambda, \quad Z = \sum_{i=1}^n P(\lambda_i) \cdot \bar{z}_{\lambda_i} \cdot \Delta\lambda \quad (1.7-4)$$

当 $\Delta\lambda \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ 时, 有

$$X = \int_{\text{vis}} P(\lambda) \cdot \bar{x}(\lambda) \cdot d\lambda, \quad Y = \int_{\text{vis}} P(\lambda) \cdot \bar{y}(\lambda) \cdot d\lambda, \quad Z = \int_{\text{vis}} P(\lambda) \cdot \bar{z}(\lambda) \cdot d\lambda \quad (1.7-5)$$

式中, $P(\lambda)$ 是光度计测得的色光 F 的光谱分布函数。

对于光源色, $P(\lambda)$ 就是光谱仪测到的光源的发射光谱分布函数。

对于非光源色, 决定物体色的不仅仅是光源发射的光谱 $P(\lambda)$, 而且还决定于物体的反射或透射光谱特性 $R(\lambda), T(\lambda)$ 。

决定物体色三刺激值的是物体的光谱反射或透射函数 $\varphi(\lambda)$:

$$\varphi_T(\lambda) = P(\lambda) \cdot T(\lambda), \quad \varphi_R(\lambda) = P(\lambda) \cdot R(\lambda) \quad (1.7-6)$$

所以, 物体色的三刺激值计算公式为

$$X = \int_{\text{vis}} \varphi(\lambda) \cdot \bar{x}(\lambda) \cdot d\lambda, \quad Y = \int_{\text{vis}} \varphi(\lambda) \cdot \bar{y}(\lambda) \cdot d\lambda, \quad Z = \int_{\text{vis}} \varphi(\lambda) \cdot \bar{z}(\lambda) \cdot d\lambda \quad (1.7-7)$$

6. 色品和色品图

(1) 色品坐标

色品是三刺激值各自在三刺激值总量 ($X+Y+Z$) 中所占的比例, 即

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}, \quad y = \frac{Y}{X+Y+Z}, \quad z = \frac{Z}{X+Y+Z} \quad (1.7-8)$$

显然, ① 色品 x, y, z 是合成单位色度颜色 ($c=1$) 的三刺激值;

② 色品具有 $x+y+z=1$ 的特性;

③ 色匹配方程可以写成 $[C] = x[X] + y[Y] + z[Z]$ 。

以色品 x, y 为变量构成的正交坐标平面是色品坐标平面, 每一个颜色在这个平面中都对应一个确定的点。由于 $x+y+z=1$, 在 x, y, z 三个变量中只有两个是独立的, 所以, 在 x, y 色品坐标平面上的一个点, 实际对应一组 x, y, z 值。

(2) 色品图

依据 CIE1931 标准色度系统规定的三基色, 将由方程 (1.7-8) 计算得到的一切可能的色品点绘制在色品坐标平面上, 形成图 1.7-3 所示的彩色区域图叫作色品图。

色品图中的特殊点、线及其意义:

① 三基色 (X)、(Y)、(Z) 的色品坐标为 (1,0)、(0,1)、(0,0)。

以三基色色品点为顶点的直角三角形 (如图 1.7-4 所示, Maxwell 颜色三角形) 内的任意一色品点的颜色, 都可以用三基色 (X)(Y)(Z) 以不同比例混合得到。

② 标准白 E 的色品坐标是 (0.33, 0.33) (依据其相对光通量数 $X=Y=Z=1$ 得到)。

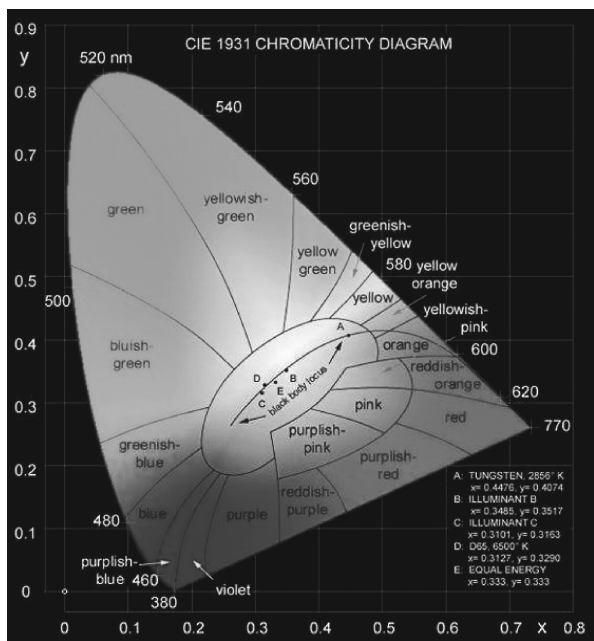


图 1.7-3 CIE1931 标准色品图

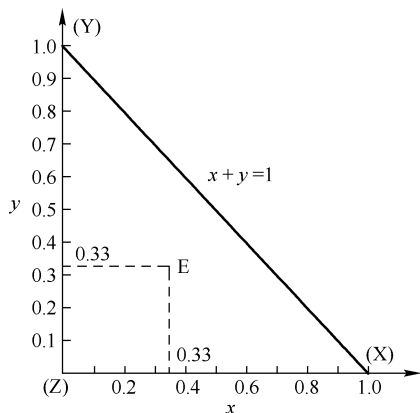


图 1.7-4 Maxwell 颜色三角形

③ 光谱色品轨迹: 按照色品坐标的定义式 (1.7-8) 可以写出光谱色的色品坐标公式

$$x(\lambda) = \frac{\bar{x}_\lambda}{\bar{x}_\lambda + \bar{y}_\lambda + \bar{z}_\lambda}, \quad y(\lambda) = \frac{\bar{y}_\lambda}{\bar{x}_\lambda + \bar{y}_\lambda + \bar{z}_\lambda} \quad (1.7-9)$$

依据此公式, 对可见光区所有波长逐一代入计算, 可得到所有光谱色的色品坐标, 再逐一描绘在色品坐标平面上, 得到图 1.7-5 所示的马蹄形曲线——光谱色品轨迹。

光谱色品轨迹的意义:

① 由 (X)(Y)(Z) 三基色能够合成且可以实现的物理色都位于马蹄形之内。

② 马蹄形曲线上各点色的饱和度最高, 白光的

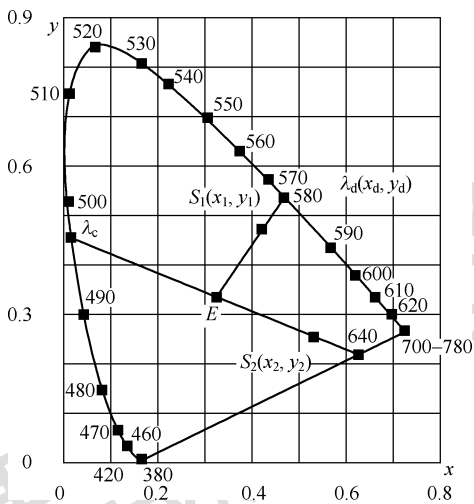


图 1.7-5 CIE1931 光谱色品轨迹图

饱和度最低,其他各点的色饱和度与其距标准白 E 点的距离成正比。

③ 光谱色品轨迹中,位于直线段上的色品点可以由直线段两端的两个光谱色合成。

④ 色品图中的任意两点色都能合成位于这两点连线上的任意色品。

⑤ 过标准白 E 点的任何直线上的两点色都能合成标准白。过标准白 E 点的任何直线上的两点色互为互补色。

7. CIE 标准照明体和标准光源

颜色是物体在特定照明条件下的物理表现,因此,表述颜色特性必先明确照明光源特性。CIE 标准中明确规定了一些标准照明体和标准光源,这些照明体和光源的特性多与黑体接近,因此,其特性可以简单地采用色温或相关色温来描述。

(1) 黑体的色温与光源的相关色温

黑体是完全理想化的辐射体,它能够发射和吸收所有频率的电磁波。黑体的光谱吸收率恒等于 1。

当温度确定时,黑体向外的辐射光谱分布是确定的,可以使用普朗克黑体辐射公式计算。就是说,依据普朗克黑体辐射公式,黑体的温度与其辐射光谱是完全对应的。因此,黑体的辐射特性完全可以用温度一个指标明确表征。

当光源的色品与某一温度下的黑体色品相同时,则将黑体的温度称为此光源的颜色温度,简称色温。

当某种光源的色品与某一温度下的黑体色品接近时,则将黑体的温度称为此光源的相关色温。

当某种光源的光谱分布只在可见光区与某一温度下的黑体辐射光谱相同时,则将黑体的温度称为此光源的分布温度。

(2) 标准照明体和标准光源

CIE 标准中所说的“光源”是指能发光的物理辐射体,如灯、太阳;CIE 中所规定的标准照明体是特定的光谱分布。

CIE 标准照明体有 A,B,C,D₅₀,D₅₅,D₆₅,D₇₅,E 等,其特性是由相对光谱分布定义的,以表格函数形式给出,可以在计算色度特性时查阅引用。CIE 同时还规定了部分标准光源来实现标准照明体的光谱特性。当然也有部分标准照明体没有标准光源可用。

图 1.7-3 中的 A,B,C,D,E 示意的就是 CIE 标准照明体的色品坐标。

1.7.3 薄膜颜色的色度学表征

光学薄膜的颜色显然是由薄膜对照明光波的透反射光谱特性决定的。由于存在一谱一色的对应关系,因此,对于透反射光谱特性确定的光学薄膜,其颜色特性是确定的,其色度特性参数可以依据薄膜的透反射光谱特性来计算。

常用的薄膜颜色特性参数有:色品坐标(x,y);亮度(%);主波长;补色波长;色纯度。在有些应用中,也有用色温作为薄膜的色度指标的。

依据 CIE1931 标准规定的色度学计算公式,光学薄膜的颜色特性参数计算如下。

1. 色品坐标(x,y)

依据前面对色品坐标的定义和特性的描述,我们已经清楚了色品坐标的实质含义——表征颜色的视觉感官特征,借助图 1.7-3 的 CIE1931 标准色品图,既可以在只有色品坐标而未见样

品的情况下,预知颜色的视觉特征,又可以对已有样品的颜色的视觉特征进行准确的定量表述。

薄膜的色品坐标可以按照以下步骤进行计算:

(1) 选择一种适用的标准照明体,查到 CIE 标准提供的标准照明体光谱分布数据表,得到照明光源发射光谱分布函数 $P(\lambda)$;

(2) 查到 CIE 标准提供的 CIE1931 标准色度观察者光谱三刺激值数据表,得到 $\bar{x}(\lambda_i), \bar{y}(\lambda_i), \bar{z}(\lambda_i)$;

(3) 使用分光光度计测得被测样品的光谱反射率 $R(\lambda)$ 、透射率 $T(\lambda)$ 。

(4) 取 $\Delta\lambda = 5 \text{ nm}$, 将得到的数据代入以下各式,得到被测样品的色坐标 (x, y) 。

$$\varphi_T(\lambda_i) = P(\lambda_i) \cdot T(\lambda_i), \quad \varphi_R(\lambda_i) = P(\lambda_i) \cdot R(\lambda_i) \quad (1.7-10)$$

$$X = \sum_{i=1}^n \varphi(\lambda_i) \cdot \bar{x}(\lambda_i) \cdot \Delta\lambda, \quad Y = \sum_{i=1}^n \varphi(\lambda_i) \cdot \bar{y}(\lambda_i) \cdot \Delta\lambda, \quad Z = \sum_{i=1}^n \varphi(\lambda_i) \cdot \bar{z}(\lambda_i) \cdot \Delta\lambda \quad (1.7-11)$$

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}, \quad y = \frac{Y}{X+Y+Z} \quad (1.7-12)$$

2. 亮度

CIE1931 标准色度系统中规定:只用 Y 刺激值表示颜色的亮度;计算样本亮度时,光源的亮度值(Y 刺激值)应当取作 100;标准色度观察者的光谱刺激值就是标准色度观察者的光谱光视效率,即 $\bar{y}(\lambda_i) = V(\lambda_i)$ 。

依据上述规定,薄膜的颜色亮度值,是在“光源的 Y 刺激值为 100”的前提下,由标准色度观察者感知到的颜色亮度。因此,光源的 Y 刺激值计算公式为

$$Y = k \cdot \sum_{i=1}^n P(\lambda_i) \cdot V(\lambda_i) \cdot \Delta\lambda = 100 \quad (1.7-13)$$

$$\text{解得} \quad k = \frac{100}{\sum_{i=1}^n P(\lambda_i) V(\lambda_i) \Delta\lambda} \quad (1.7-14)$$

$$\text{将式(1.7-4)代入} \quad Y_T = k \sum_{i=1}^n P(\lambda_i) T(\lambda_i) V(\lambda_i) \Delta\lambda$$

$$\text{得到薄膜透射色亮度} \quad Y_T = \frac{100}{\sum_{i=1}^n P(\lambda_i) V(\lambda_i) \Delta\lambda} \sum_{i=1}^n P(\lambda_i) T(\lambda_i) V(\lambda_i) \Delta\lambda \quad (1.7-15)$$

$$\text{将式(1.7-4)代入} \quad Y_R = k \sum_{i=1}^n P(\lambda_i) R(\lambda_i) V(\lambda_i) \Delta\lambda$$

$$\text{得到薄膜反射色亮度} \quad Y_R = \frac{100}{\sum_{i=1}^n P(\lambda_i) V(\lambda_i) \Delta\lambda} \sum_{i=1}^n P(\lambda_i) R(\lambda_i) V(\lambda_i) \Delta\lambda \quad (1.7-16)$$

显然,薄膜的色亮度与薄膜的透射率或反射率成正比。

3. 主波长和补色波长

虽然色品坐标作为表征颜色视觉特征的技术指标在色度学系统中被广泛使用,但是,对于并不熟悉 CIE1931 标准色品图的薄膜工作者而言,将颜色的色调特征用波长来表征,可能更加熟悉和便于想象。

主波长是一个薄膜的反射或透射光谱中对人眼刺激最大的那个波长,补色波长就是与主波

长光波混合后可以得到标准白的那个波长。

在 CIE1931 标准色品图上,主波长和补色波长分别是样品色品坐标点 (x,y) 与标准白 E 坐标点 (x_E,y_E) 连线的延长线与光谱色色品轨迹曲线的两个交点对应的波长。

具体计算方法是:

① 计算出色品坐标点 (x,y) 与标准白 E 坐标点 (x_E,y_E) 连线的斜率 k

$$k = \frac{x-x_E}{y-y_E}, \quad \text{或} \quad k = \frac{y-y_E}{x-x_E} \quad (1.7-17)$$

② 取两个斜率中绝对值较小的一个,在“CIE1931 色度图标准光源主波长表”中查得主波长或补色波长的值。

4. 色纯度

色纯度是表征颜色接近主波长光谱色程度的指标。

用主波长表征色调,用色纯度表征彩度,两者组合表征颜色的视觉特征,在一定程度上比色品坐标更加直观一些。

(1) 刺激纯度/兴奋纯度 P_e : 是主波长三刺激值总和 $X_\lambda + Y_\lambda + Z_\lambda$ 与样品色三刺激值总和 $X + Y + Z$ 的比值。

$$P_e = \frac{X_\lambda + Y_\lambda + Z_\lambda}{X + Y + Z} \quad (1.7-18)$$

(2) 亮度纯度/色度纯度 P_c :

$$P_c = \frac{Y_\lambda}{Y} = P_e \frac{y_\lambda}{y} \quad (1.7-19)$$

式中, Y_λ, Y 分别是主波长的 Y 刺激值和样品色的 Y 刺激值; y_λ, y 分别是主波长和样品色的色品坐标。

5. 相关色温

McCamy 在 1992 年提出了由样品的色坐标 (x,y) 计算样品相关色温 T 的简便计算方法,即

$$T = -437n^3 + 3601n^2 - 6861n + 5514.31 \quad (1.7-20)$$

其中 $n = (x - 0.3320) / (y - 0.1858)$, T 的单位是 K 。

思考题与习题

1.1 已知 F-P 干涉仪两反射镜的反射率同为 98%, 使用波长为 500nm 的单色扩展面光源分别照射两个间隔层距离分别是 5mm 和 500nm 的 F-P 干涉仪, 求在透射侧看到的干涉图形的中央亮斑的角直径, 以及相邻干涉条纹的角间距。

1.2 使用可见光准直后照射与上题同样的两个 F-P 干涉仪, 得到的透射光干涉现象与上题有哪些不同?

1.3 图题 1.3 所示是镀有单层 HfO_2 膜层平板 K9 玻璃的实测光谱透射率曲线, 其中曲线 1 是在光线垂直入射条件下测得的, 曲线 2 是在光线以 30° 入射条件下测得的。请分析两条曲线的差别, 说明产生差异的原因。

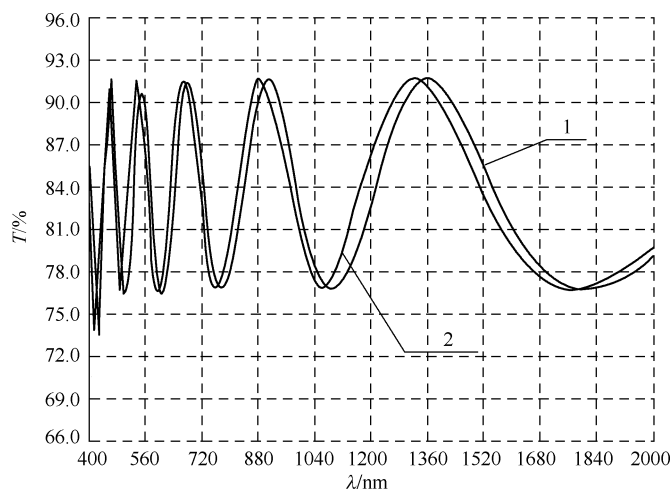
1.4 依据图题 1.3 中的透射率极大值和极小值, 计算玻璃基底和膜层的折射率。

1.5 请根据图题 1.3 中的信息, 计算此膜层的几何厚度和折射率。

1.6 请根据图题 1.3 解释单层膜透射率随光波频率变化的周期特性。

1.7 请根据图题 1.3 解释单层膜透射率随膜层厚度变化的周期特性。

1.8 K9 平板玻璃单面镀制单层光学厚度为 280nm 的 MgF_2 膜层后, 对波长分别为 1120nm、560nm 的入射光的反射率各是多少? (光线 0° 入射, $n_g = 1.52, n_f = 1.38$)



图题 1.3

1.9 依据导纳矩阵法编写多层介质膜系反射率和透射率的计算程序,要求既可以输出反射率随波长的变化曲线,也可以输出反射率随入射角的变化曲线。

使用编写的程序分别计算并绘制:单面镀有一层光学厚度为 600nm 的 HfO_2 膜层的 K9 平板玻璃,当入射角分别为 0° 、 15° 、 30° 、 45° 、 60° 时,被镀面在 400~2400nm 波段的光谱透射率曲线。

对比计算结果与题 1.3 给出的实测曲线,说说二者的区别。

1.10 使用你所熟悉的软件,编制能够以波长和入射角为自变量、反射率为因变量,绘制因变量与自变量关系的三维视图的计算程序。试将 1.9 题的单层膜性能用三维图展现出来。

电子工业出版社有限公司
版权所有
盗版必究