

## 第3章 热辐射的基本规律

### 引言

热辐射是自然界中普遍存在的现象，它不依赖任何外界条件而存在。一切物体，只要其温度高于热力学零度，就会产生不同程度的辐射，如太阳对大地的照射、高炉内发出的炙热火焰等都是最常见的热辐射现象。热辐射遵循一定的规律，迄今为止，人类已经建立了完整的热辐射理论，包括基尔霍夫定律和普朗克辐射定律，并在此基础上推导出了普朗克辐射定律的特殊形式——维恩位移定律和斯蒂芬-玻尔兹曼定律。这些定律是研究物体红外热成像特性的基本依据，对红外热成像技术的发展具有十分重要的意义。

本章内容：（1）讨论任意物体在热平衡条件下的辐射规律，即基尔霍夫定律；（2）讨论黑体的辐射规律，即普朗克辐射定律、维恩位移定律、斯蒂芬-玻尔兹曼定律；（3）通过确定某温度下物体的光谱发射率，可得出任意物体的辐射特性，并将其与黑体辐射联系起来。

### 3.1 物体发光类型

物体的发光过程（物体的辐射）实际上是消耗能量的过程，消耗的能量一般有两种：一种是物体本身的能量；另一种是物体从外界获得的能量。根据能量供给方式的不同，可将物体发光分为以下几种类型。

（1）化学发光：物体的发光是由物体内部的化学变化所引起的，如腐木的辉光、磷在空气中渐渐氧化的辉光等，都属于化学发光。在这种情况下，辐射能的发射与物质成分的变化和物质内能的减少是同时进行的。

（2）光致发光：物体的发光是由预先照射或不断照射所引起的。在这种情况下，要想维持发光，必须以光的形式把能量不断地传输给发光物体，即消耗的能量是由外光源来提供的。

（3）电致发光：物体发出的辉光是由电的作用直接引起的。这类常见的辉光一般是气体或金属蒸气在放电作用下产生的。放电可以有多种形式，如辉光放电、电弧放电、火花放电等。在这些情况下，辐射所需要的能量是由电能直接转化而来的。除此之外，用电场加速电子并轰击某些固体材料也可产生辉光，如变像管、显像管、荧光屏的发光就属于这类情况。

（4）热辐射：物体在一定温度下发出电磁辐射。显然，要使物体发出辐射，就必须给物体加热。热辐射的性质可由热力学来预测和解释，且如果理想热辐射体的表面温度已知，那么其热辐射性质就可以完全确定。一般的钨丝灯发光表面上看似为电致发光，其实，因为所供给灯丝的电能并不直接转化为辐射能，而是首先转化为热能，使钨丝灯的温度升高，导致发光，所以钨丝灯的辐射属于热辐射。

除了极高温的情况，热辐射一般处于红外波段，所以又称为红外辐射。在所有的发光中，只有热辐射是一种能量交换过程，即平衡辐射。

## 3.2 基尔霍夫定律

物体在向周围发射辐射能的同时，也在吸收周围物体所释放的辐射能。若物体吸收的辐射能大于同一时间所发射的辐射能，则其总能量将增大，温度升高；反之，总能量减小，温度降低。

当辐射能入射到物体表面时，将发生三种过程：一部分能量被物体吸收；一部分能量被物体表面反射；一部分能量被透射。对于不透明的物体来说，一部分能量被吸收，另一部分能量从表面反射出去。

1885年，由德国物理学家基尔霍夫（Gustav Robert Kirchhoff，如图3-1所示）提出了基尔霍夫定律，该定律是热辐射理论的基础之一。它不仅定量地描述了物体发射的能量和吸收的能量间的关系，而且指出一个好的吸收体必然是一个好的发射体。

### (1) 基尔霍夫定律

如图3-2所示，任意物体A置于一等温腔内，腔内为真空。物体A在吸收腔内辐射的同时又在发射辐射，直至物体A与腔壁达到同一温度T，这时称物体A与等温腔达到了热平衡状态。在热平衡状态下，物体A发射的辐射功率等于它所吸收的辐射功率，否则物体A的温度将不能保持在T。于是有

$$M = \alpha E \quad (3-1)$$

式中，M是物体A的辐射出射度， $\alpha$ 是物体A的吸收率，E是物体A上的辐射照度。则式(3-1)可表示为

$$\frac{M}{\alpha} = E \quad (3-2)$$

这是基尔霍夫定律的另一种表达式，即在热平衡条件下，物体的辐射出射度与其吸收率的比值等于空腔中的辐射照度，这与物体的性质无关。物体的吸收率越大，它的辐射出射度就越大，即好的吸收体必然是好的发射体。



图3-1 德国物理学家基尔霍夫

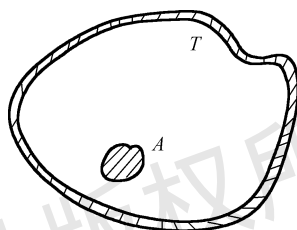


图3-2 等温腔内的物体

对于不透明的物体，透射率为0，则 $\alpha = 1 - \rho$ ，其中 $\rho$ 是物体的反射率。这表明好的发射体必是弱的反射体。

式(3-2)用光谱量可表示为

$$\frac{M_\lambda}{\alpha_\lambda} = E_\lambda \quad (3-3)$$

## (2) 密闭空腔中的辐射为黑体辐射

所谓黑体 (或绝对黑体), 是指在任何温度下都能够全部吸收任何波长入射辐射的物体。按此定义, 黑体的反射率和透射率均为 0, 吸收率为 1, 即

$$\alpha_{\text{bb}} = \alpha_{\lambda\text{bb}} = 1 \quad (3-4)$$

式中, 下角标 bb 代表黑体。

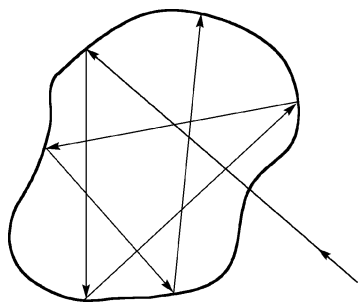


图 3-3 黑体模型

黑体是一个抽象或理想化的概念, 自然界中并不存在真正的黑体。然而, 一个开有小孔的空腔可视为一个黑体模型。如图 3-3 所示, 在一个密封的空腔上开一个腔孔, 当一束入射辐射由腔孔进入空腔后, 在腔体表面上要经过多次反射, 每反射一次, 辐射就被吸收一部分, 最后只有极少量的辐射从腔孔逸出。例如, 腔壁的吸收率为 0.9, 进入空腔内的辐射功率只进行三次反射, 就可吸收入射辐射功率的 99.9%, 此时可认为进入空腔的辐射被完全吸收。因此, 腔孔的辐射相当于一个面积等于腔孔面积的黑体辐射。

现在来证明, 密闭空腔中的辐射是黑体辐射, 若在图 3-2 中, 真空腔体中放置的物体  $A$  是黑体, 则由式 (3-3) 可得

$$E_{\lambda} = M_{\lambda\text{bb}} \quad (3-5)$$

即黑体的光谱辐射出射度等于空腔容器内的光谱辐射照度。而空腔在黑体上产生的光谱辐射照度可由大面源所产生的辐照公式  $E_{\lambda} = M_{\lambda} \sin^2 \theta_0$  求得。由于黑体对大面源空腔所张的半视场角  $\theta_0 = \pi/2$ , 因此  $\sin^2 \theta_0 = 1$ , 于是得到  $E_{\lambda} = M_{\lambda}$ , 即空腔在黑体上的光谱辐射照度等于空腔的光谱辐射出射度。与式 (3-5) 联系, 可得

$$M_{\lambda} = M_{\lambda\text{bb}} \quad (3-6)$$

即密闭空腔的光谱辐射出射度等于黑体的光谱辐射出射度。所以, 密闭空腔中的辐射即为黑体的辐射, 而与构成空腔的材料性质无关。

## (3) 辐射亮度与能量密度的关系

以均匀的辐射场为例来说明。首先确定辐射到达某给定立体角元  $d\Omega$  的那部分场对能量密度的贡献, 然后把所有可能方向对能量密度的贡献相加。为此, 在辐射场中取一面元  $dA$ , 如图 3-4 所示。  $dA$  在与其法线夹角为  $\theta$  的方向上, 在立体角元  $d\Omega$  内的辐射功率为

$$d^2P = L dA \cos \theta d\Omega \quad (3-7)$$

式中,  $L$  为  $dA$  的辐射亮度。在  $dt$  时间内, 通过  $dA$  的能量为

$$d^3Q = L dA \cos \theta d\Omega dt \quad (3-8)$$

由于该能量包含在以  $dA$  为底, 以  $cdt \cos \theta$  为高的体积内 ( $c$  为光速), 因此包含的能量密度为

$$d\omega = \frac{d^3Q}{d^3V} = \frac{L dA \cos \theta d\Omega dt}{dA c dt \cos \theta} = \frac{L d\Omega}{c} \quad (3-9)$$

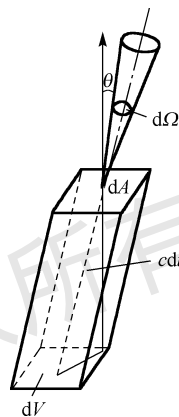


图 3-4 辐射亮度与能量密度的关系

场内所有方向对  $d\omega$  的贡献为

$$\omega = \int d\omega = \frac{4\pi L}{c} \quad (3-10)$$

或

$$L = \frac{c\omega}{4\pi} \quad (3-11)$$

因为能量密度  $\omega$  与光子数密度  $n$  的关系为  $\omega = nh\nu$ ，辐射亮度  $L$  与光子辐射亮度  $L_p$  的关系为  $L/h\nu = L_p$ ，所以有

$$L_p = \frac{cn}{4\pi} \quad (3-12)$$

#### (4) 黑体为朗伯辐射体

前面已经证明了密闭等温空腔中的辐射为黑体辐射，在此将推证黑体辐射遵循朗伯体辐射规律。

如图 3-5 所示，在一密闭等温空腔中取一假想的  $dA$ ，其辐射亮度为  $L$ ，根据立体角投影定理可知， $dA$  在腔壁上的辐射照度为

$$dE = L \cos\theta d\Omega \quad (3-13)$$

利用式 (3-13) 对  $2\pi$  立体角求积分，可得腔壁上的总辐射照度为

$$E = \int_{2\pi} L \cos\theta d\Omega \quad (3-14)$$

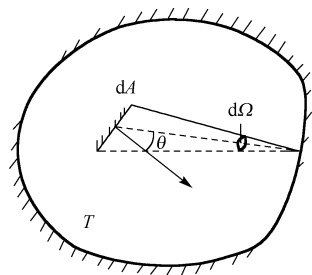


图 3-5 腔壁的辐射照度

由空腔的等温性可知，其能量密度是均匀的，按式 (3-11)，辐射亮度应为常数，与方向无关，于是有

$$E = \pi L = \frac{c\omega}{4} \quad (3-15)$$

假如在腔壁上开一个腔孔，腔内辐射将通过腔孔向外辐射。腔孔的辐射出射度就等于腔壁的总辐射照度，即  $M = E = \pi L$ 。这说明腔孔的辐射遵循朗伯体辐射规律，或称腔孔为朗伯源。

### 3.3 普朗克辐射定律

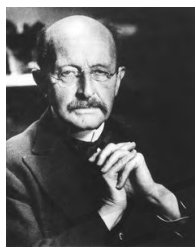


图 3-6 马克斯·普朗克

基尔霍夫定律指出黑体辐射出射度与波长和温度有关，因此寻找黑体辐射出射度的具体函数关系式成为研究热辐射理论的最基本的问题。历史上曾进行了很长时间的理论和实验研究，然而用经典理论得到的公式始终不能完全解释实验事实。直到 1900 年，德国物理学家、量子物理学的创始人马克斯·普朗克 (Max Planck，如图 3-6 所示) 提出了一种与经典理论完全不同的学说，才建立了与实验完全符合的辐射出射度公式。

普朗克公式是确定黑体辐射光谱分布的公式，又称为普朗克辐射

定律。它是黑体辐射理论的基本定律,在近代物理学发展中具有极其重要的作用。马克斯·普朗克首先将微观粒子能量不连续的假设用于普朗克公式的推导上,并借助空腔与谐振子理论,确定了物体的波长和温度与黑体的辐射出射度之间的关系,并得到了与实验结果一致的结论,从而奠定了量子论的基础。

### (1) 普朗克公式的推导

由于普朗克公式可解决基尔霍夫定律提出的普适函数问题,因此它是黑体辐射理论的最基本公式之一,在此采用半经典的推导方法进行此公式的推导。以空腔为黑体模型,将空腔壁的原子视为电磁振子,发射的电磁波在空腔内叠加而形成驻波。当空腔处于热平衡状态时,空腔中形成稳定的驻波。首先确定空腔中的驻波数,即模式数;然后利用普朗克假设和玻尔兹曼分布规律确定每种模式的平均能量;最后求出单位体积和波长间隔内的辐射能量,可得到普朗克公式。

① 光子的状态和状态数。在经典力学中,质点的运动状态完全由其坐标  $(x, y, z)$  和动量  $(p_x, p_y, p_z)$  确定。若采用由广义笛卡儿坐标  $(x, y, z, p_x, p_y, p_z)$  组成的六维空间来描述质点的运动状态,则将这六维空间称为相空间。相空间内的点表示质点的一种运动状态。由于受量子力学的测不准关系的制约,光子的运动状态和经典宏观质点的运动状态有着本质的区别。测不准关系表明:微观粒子的坐标和动量不能同时被准确测定。在三维运动情况下,测不准关系为

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z = h^3 \quad (3-16)$$

式中,  $h$  为普朗克常数。

在相空间中,一个光子对应的相空间体积元为  $h^3$ ,该相空间体积元称为相格。光子的运动状态在相空间中对应的不是一个点,而是一个相格。从式(3-16)可得出一个相格所占的坐标空间体积为

$$\Delta x \Delta y \Delta z = \frac{h^3}{\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z} \quad (3-17)$$

现在考虑一个体积为  $V$  的空腔内的光子的集合。设空腔线度远远大于光子的波长,光子频率连续分布,光子的行进方向按  $4\pi$  立体角均匀分布。该空腔内的光子集合所包含的所有可能状态是与相空间一定的相体积对应的。动量绝对值位于  $p \sim p + dp$  范围内的光子集合所对应的体积为

$$V_{\text{相}} = 4\pi p^2 \Delta p V \quad (3-18)$$

利用关系  $p = mc = h\nu/c$  ( $m$  为光子的运动质量,  $c$  为光速,  $\nu$  为光子的频率),将式(3-18)转化为频率  $\nu \sim \nu + d\nu$  范围内的光子集合所对应的相体积

$$V_{\text{相}} = 4\pi \frac{h^3}{c^3} \nu^2 \Delta \nu V \quad (3-19)$$

由于一个光子状态对应的相空间体积元为  $h^3$ ,因此按式(3-19)可得空间  $V$  内频率处于  $\Delta \nu$  内的光子集合所对应的状态数为

$$g_{\Delta \nu} = 4\pi \frac{V^2}{c^3} \Delta \nu V \quad (3-20)$$

若进一步考虑光子的偏振特性,则式(3-20)可表示为

$$g_{\Delta\nu} = 8\pi \frac{\nu^2}{c^3} \Delta\nu V \quad (3-21)$$

② 电磁波的模式数。根据经典的电磁理论，单色平面波函数是麦克斯韦方程的一种特解，而麦克斯韦方程的通解可表示为一系列单色平面波的线性叠加。在自由空间内，具有任意波矢  $k$  的单色平面波都可以存在。但在一个有边界条件限制的空间  $V$  内，只能存在一系列独立的具有特定波矢  $k$  的平面单色驻波。这种能够存在的驻波称为电磁波的模式，在  $V$  内能够存在的平面单色驻波数即为模式数或状态数。

现在来确定空腔内的模式数。设对于空腔体积为  $V = \Delta x \Delta y \Delta z$  的立方体，空腔线度远大于电磁波的波长  $\lambda$ 。沿 3 个坐标轴传播的波分别满足驻波条件，即

$$\Delta x = m \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta y = n \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta z = q \frac{\lambda}{2} \quad (3-22)$$

式中， $m$ 、 $n$ 、 $q$  为正整数。而波矢  $k$  ( $k = 2\pi/\lambda$ ) 应满足的条件为

$$k_x = m \frac{\pi}{\Delta x}, \quad k_y = n \frac{\pi}{\Delta y}, \quad k_z = q \frac{\pi}{\Delta z} \quad (3-23)$$

一组正整数  $m$ 、 $n$ 、 $q$  对应腔内的一种模式。

如果在以  $k_x$ 、 $k_y$ 、 $k_z$  为轴的直角坐标系（波矢空间）中表示波的模式，那么每种模式都对应波矢空间的一个点。在 3 个坐标方向上，每种模式与相邻模式的间隔为

$$\Delta k_x = \frac{\pi}{\Delta x}, \quad \Delta k_y = \frac{\pi}{\Delta y}, \quad \Delta k_z = \frac{\pi}{\Delta z} \quad (3-24)$$

因此，每种模式在波矢空间中占有的一个体积元为

$$\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \frac{\pi^3}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{\pi^3}{V} \quad (3-25)$$

在  $k$  空间，波矢绝对值位于  $k \sim k + \Delta k$  范围内的体积为  $4\pi k^2 \Delta k / 8$ ，即在该体积内的模式数为

$$g_{\Delta k} = \frac{1}{8} \times 4\pi k^2 \Delta k \frac{V}{\pi^3} \quad (3-26)$$

利用  $k = 2\pi/\lambda = 2\pi\nu/c$  和  $\Delta k = 2\pi\Delta\nu/c$  关系式，可将式(3-26)转化为频率位于  $\nu \sim \nu + \Delta\nu$  范围内的模式数

$$g_{\Delta\nu} = 4\pi \frac{\nu^2}{c^3} \Delta\nu V \quad (3-27)$$

考虑同一  $k$  有两种不同的偏振，则式(3-27)应为

$$g_{\Delta\nu} = 8\pi \frac{\nu^2}{c^3} \Delta\nu V \quad (3-28)$$

将式(3-28)与式(3-21)进行比较，可看出光子态和电磁波模式是等效的，光子的状态数与电磁波的模式数是相同的。

③ 普朗克公式。普朗克假设在一个等温空腔内，电磁波每种模式的能量是不连续的，只能取  $E_n = nh\nu$  ( $n=1,2,3,\dots$ ) 中的任意一个值。而腔内电磁波的模式与光子态相对应，即

光子态的能量也不能取任意值, 而只能取一系列不连续的值。

根据普朗克的这一假设, 每种模式的平均能量为

$$\bar{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-nh\nu/K_B T}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/K_B T}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} \quad (3-29)$$

式中,  $T$  为空腔的热力学温度 (K);  $K_B$  为玻尔兹曼常数,  $K_B = 1.380\ 649 \times 10^{-23}$  J/K;  $x = h\nu/K_B T$ 。

因为  $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = 1/(1-e^{-x})$ , 所以式 (3-29) 可写为

$$\begin{aligned} \bar{E} &= h\nu(1-e^{-x}) \sum_{n=0}^{\infty} ne^{-nx} = -h\nu(1-e^{-x}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d}{dx} e^{-nx} \\ &= -h\nu(1-e^{-x}) \frac{d}{dx} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} \\ &= h\nu(1-e^{-x}) \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{1-e^{-x}} \right) \\ &= h\nu \frac{e^{-x}}{1-e^{-x}} \\ &= \frac{h\nu}{e^x - 1} \\ &= \frac{h\nu}{e^{h\nu/K_B T} - 1} \end{aligned} \quad (3-30)$$

因为频率  $\nu \sim \nu + \Delta\nu$  范围内的模式数为  $g_{d\nu} = 8\pi\nu^2 V d\nu / c^3$ , 所以这个范围内的总能量为

$$E_{d\nu} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} V \cdot \frac{1}{e^{h\nu/K_B T} - 1} d\nu \quad (3-31)$$

将式 (3-31) 除以  $V$ , 可得单位体积和  $d\nu$  范围内的能量为

$$\omega_\nu d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/K_B T} - 1} d\nu \quad (3-32)$$

式中,  $\omega_\nu$  为单位体积和单位频率间隔内的辐射能量, 即为辐射场的光谱能量密度, 单位是  $J/(m^3 \cdot Hz)$ 。

另外, 也可根据  $\omega_\nu d\nu = \omega_\lambda (-d\lambda)$ 、 $\lambda = c/\nu$  和  $d\lambda = -c d\nu/\nu^2$ , 由式 (3-32) 求得单位体积和单位波长间隔的辐射能量

$$\omega_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda K_B T} - 1} \quad (3-33)$$

(2) 普朗克公式的意义

前面已推导出以波长为变量的黑体辐射普朗克公式如式 (3-33) 所示。按光谱辐射亮度

与光谱能量密度的关系  $L_\lambda = c\omega_\lambda/4\pi$ ，以及黑体所遵循的朗伯辐射规律  $M_\lambda = \pi L_\lambda$ ，可得黑体的光谱辐射出射度为

$$M_{\lambda\text{bb}} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda K_B T} - 1} = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \quad (3-34)$$

式中， $M_{\lambda\text{bb}}$  是黑体的光谱辐射出射度 [ $\text{W}/(\text{cm}^2 \cdot \mu\text{m})$ ];  $\lambda$  是波长 ( $\mu\text{m}$ );  $T$  是热力学温度 (K);  $c$  是光速 (m/s),  $c_1$  是第一辐射常数, 且  $c_1 = 2\pi hc^2 = 3.741\,774\,9 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$ ,  $c_2$  是第二辐射常数, 且  $c_2 = hc/K_B = 1.438\,769 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ ;  $K_B$  是玻尔兹曼常数。式 (3-34) 即为描述黑体辐射光谱分布的普朗克公式, 也称为普朗克辐射定律。

普朗克公式揭示了物体热辐射的基本规律, 波长范围包括紫外线、可见光、红外线和毫米波的波长。如图 3-7 所示为在 500~900K 温度范围内黑体的光谱辐射出射度随波长的变化曲线, 图中的虚线表示  $M_{\lambda\text{bb}}$  取极大值的位置。

由图 3-7 可以看出, 黑体辐射揭示了以下几条规律。

① 黑体的光谱辐射出射度随波长的变化而连续变化, 且每条曲线只有一个极大值, 极大值的连线近似为一条直线。

② 光谱辐射出射度曲线随黑体温度的升高而整体提高。在任意指定波长处, 与较高温度对应的光谱辐射出射度也较大, 反之亦然。因为每条曲线下包围的面积正比于全辐射出射度, 所以上述特性表明黑体的全辐射出射度随温度的升高而迅速增大。

③ 光谱辐射出射度曲线彼此不相交, 所以温度越高, 在所有波长上的光谱辐射出射度越大。

④ 每条光谱辐射出射度曲线的峰值  $M_{\lambda_m}$  所对应的波长称为峰值波长  $\lambda_m$ 。随着温度的升高, 峰值波长越来越小。也就是说, 随着温度的升高, 黑体的辐射中短波成分所占的比例在增大。

⑤ 黑体的辐射只与黑体的热力学温度有关。

(3) 普朗克公式的近似

下面讨论普朗克公式 (3-34) 在以下两种极限条件下的情况。

① 当  $c_2/\lambda T \gg 1$ , 即  $hc/\lambda \gg K_B T$  时, 此时对应短波或低温情形, 普朗克公式中的指数项远大于 1, 将分母中的 1 忽略, 则普朗克公式变为

$$M_{\lambda\text{bb}} = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \quad (3-35)$$

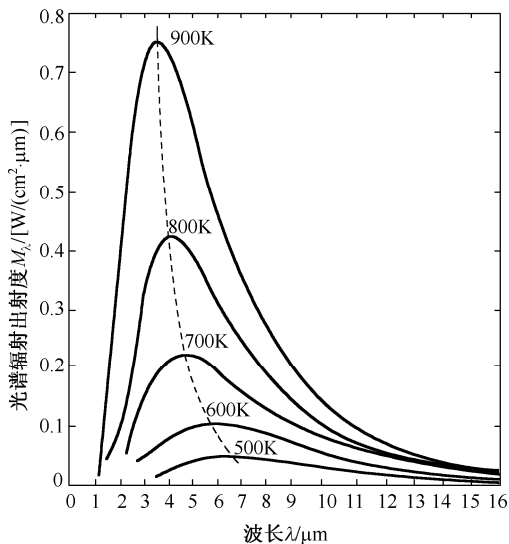


图 3-7 500~900K 温度范围内黑体的光谱辐射出射度随波长的变化曲线



这就是维恩公式, 它仅适用于黑体辐射的短波部分。

② 当  $c_2/\lambda T \ll 1$ , 即  $hc/\lambda \ll K_B T$  时, 此时对应长波或高温情形, 将普朗克公式中的指数项展开成级数形式, 并取前两项  $e^{\frac{c_2}{\lambda T}} = 1 + c_2/\lambda T + \dots$ , 则普朗克公式变为

$$M_{\lambda,bb} = \frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{T}{\lambda^4} \quad (3-36)$$

这就是瑞利-普金公式, 它仅适用于黑体辐射的长波部分。

#### (4) 用光子数表示的普朗克公式

对于光子探测器来说, 将普朗克公式直接用于其性能的研究过程中并不合适, 必须将其以光子的形式给出, 这对于研究该类探测器的性能是很有用的。将普朗克公式 (3-34) 除以一个光子的能量  $h\nu = hc/\lambda$ , 就可得到用光谱光子辐射出射度表示的普朗克公式

$$M_{p\lambda,bb} = \frac{c_1}{hc\lambda^4} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} = \frac{c'_1}{\lambda^4} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \quad (3-37)$$

式中,  $c'_1 = 2\pi c = 1.883\ 65 \times 10^{27} \mu\text{m}^3 / (\text{s} \cdot \text{m}^2)$ ;  $M_{p\lambda,bb}$  表示单位时间内, 黑体单位面积单位波长间隔向空间半球内发射的光子数, 单位是  $1/(\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \mu\text{m})$ 。

#### (5) 用其他变量表示的普朗克公式

普朗克公式除可用波长作为变量来表示外, 还可用其他变量来表示, 如频率  $\nu$ 、圆频率  $\omega$ 、波数  $\tilde{\nu}$ 、波矢  $k$ 、归一化辐射变量  $x$  ( $x = h\nu/K_B T$ ) 等。这些变量 (包括波长) 称为光谱变量, 它们之间存在以下关系

$$\nu = c\tilde{\nu} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{2\pi} k = \frac{K_B T}{h} x = \frac{c}{\lambda} \quad (3-38)$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{1}{\tilde{\nu}} = 2\pi c \frac{1}{\omega} = 2\pi \frac{1}{k} = \frac{hc}{K_B T} \cdot \frac{1}{x} \quad (3-39)$$

由式 (3-38) 和式 (3-39) 可得光谱变量之间的微分关系

$$d\nu = c d\tilde{\nu} = \frac{1}{2\pi} d\omega = \frac{c}{2\pi} dk = \frac{K_B T}{h} dx = -c \frac{d\lambda}{\lambda^2} \quad (3-40)$$

$$d\lambda = -c \frac{d\nu}{\nu^2} = -\frac{d\tilde{\nu}}{\tilde{\nu}^2} = -2\pi c \cdot \frac{d\omega}{\omega^2} = -2\pi \cdot \frac{dk}{k^2} = -\left(\frac{hc}{K_B T}\right) \cdot \frac{dx}{x^2} \quad (3-41)$$

有了光谱变量之间的关系及其微分关系后, 就可利用以波长为变量的普朗克公式 (3-34) 和式 (3-37) 求出用其他光谱变量表示的普朗克公式。例如, 求以频率为变量的普朗克公式, 可由

$$M_{p\lambda,bb}(-d\lambda) = M_{p\nu,bb}(d\nu) \quad (3-42)$$

得到。该式表明: 无论用什么光谱变量来表示, 在单位时间、单位面积内该黑体发射的光子数是不变的。按式 (3-42) 有

$$\frac{2\pi c}{\lambda^4} \cdot \frac{d\lambda}{e^x - 1} = \frac{2\pi c}{(c/\nu)^4} \cdot \frac{1}{e^x - 1} \cdot \frac{c d\nu}{\nu^2} = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} \cdot \frac{d\nu}{e^x - 1} \quad (3-43)$$

于是得

$$M_{\text{pvbb}} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{1}{e^x - 1} \quad (3-44)$$

由  $M_{\text{vbb}} = M_{\text{pvbb}} \cdot h\nu$  得

$$M_{\text{vbb}} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^x - 1} \quad (3-45)$$

同理，可得如下关系

$$M_{\lambda\text{bb}}\lambda = M_{\nu\text{bb}}\nu = M_{\omega\text{bb}}\omega = M_{\tilde{\nu}\text{bb}}\tilde{\nu} = M_{k\text{bb}}k = M_{x\text{bb}}x \quad (3-46)$$

如表 3-1 所示为利用相同方法求出的各种光谱变量表示的普朗克公式，包括辐射出射度、辐射亮度、光子数密度和能量密度等的表达式。

表 3-1 各种光谱变量表示的普朗克公式

函数 \ y	$\lambda$	$\nu$	$\omega$	$\tilde{\nu}$	$k$	$x = h\nu / (K_{\text{B}}T)$
$n_y = \frac{4}{c} M_{\text{py}} = \frac{N_y}{V}$	$\frac{8\pi}{\lambda^4}$	$\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$	$\frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}$	$8\pi\tilde{\nu}^2$	$\frac{k^2}{\pi^2}$	$8\pi \left(\frac{K_{\text{B}}T}{ch}\right)^3 x^2$
$\omega_y = \frac{4}{c} M_y = h\nu n_y$	$\frac{8\pi hc}{\lambda^5}$	$\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$	$\frac{h\omega^3}{2\pi^3 c^3}$	$8\pi h c \tilde{\nu}^3$	$\frac{c h k^3}{2\pi^3}$	$\frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{K_{\text{B}}T}{h}\right)^4 x^3$
$M_{\text{py}} = n \frac{c}{4}$	$\frac{2\pi c}{\lambda^4}$	$\frac{2\pi\nu^2}{c^2}$	$\frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2}$	$2\pi h c \tilde{\nu}^2$	$\frac{c k^2}{4\pi^2}$	$\frac{2\pi}{c^2} \left(\frac{K_{\text{B}}T}{h}\right)^3 x^3$
$M_y = \omega_y \frac{c}{4}$	$\frac{2\pi h c^2}{\lambda^5}$	$\frac{2\pi h \nu^3}{c^2}$	$\frac{h\omega^3}{8\pi^3 c^2}$	$2\pi c^2 \tilde{\nu}^3$	$\frac{c^2 h k^3}{8\pi^3}$	$\frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{K_{\text{B}}T}{h}\right)^4 x^3$
$L_{\text{py}} = \frac{M_{\text{py}}}{\pi}$	$\frac{2c}{\lambda^4}$	$\frac{2\nu^2}{c^2}$	$\frac{\omega^2}{4\pi^3 c^2}$	$2c\tilde{\nu}^2$	$\frac{c k^2}{4\pi^3}$	$\frac{2}{c^2} \left(\frac{K_{\text{B}}T}{h}\right)^3 x^2$
$L_y = \frac{M_y}{\pi}$	$\frac{2hc^2}{\lambda^5}$	$\frac{2h\nu^3}{c^2}$	$\frac{h\omega^3}{8\pi^4 c^2}$	$2c^2 h \tilde{\nu}^3$	$\frac{c^2 h k^3}{8\pi^4}$	$\frac{2h}{c^2} \left(\frac{K_{\text{B}}T}{h}\right)^4 x^3$

### (6) 广义普朗克函数

表 3-1 中的各光谱变量表达式可用一个通用的函数  $R$  表示为

$$R(x, T) = \frac{CT^l x^m}{e^x - 1} \quad (3-47)$$

式中， $C$  为常数， $m$ 、 $l$  为整数。

若  $T$  为常数，则式 (3-47) 可表示为

$$R = \frac{Ay^m}{e^x - 1} \quad (3-48)$$

式中， $y$  为某个光谱变量， $A$  为常数。式 (3-47) 和式 (3-48) 称为广义普朗克函数。

将广义普朗克函数对  $x$  从 0 到  $\infty$  进行积分，称为广义普朗克函数的积分

$$I_m = CT^l \int_0^{\infty} \frac{x^m}{e^x - 1} dx \quad (3-49)$$

为了便于进行式 (3-49) 中的积分运算，首先，利用关系式

$$\frac{1}{1-e^{-x}} = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}$$

于是

$$\int_0^{\infty} \frac{x^m}{e^x - 1} dx = \int_0^{\infty} x^m \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}} dx = \int_0^{\infty} x^m \sum_{n=0}^{\infty} e^{-(n+1)x} dx = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} x^m \cdot e^{-(n+1)x} dx \quad (3-50)$$

然后, 再利用积分公式

$$\int_0^{\infty} x^m \cdot e^{-\alpha x} dx = \frac{m!}{\alpha^{m+1}}$$

将式 (3-50) 转化为

$$\int_0^{\infty} \frac{x^m}{e^x - 1} dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m!}{(n+1)^{m+1}} = m! \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^{m+1}} \quad (3-51)$$

最后, 利用  $\zeta$  函数

$$\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$$

得到

$$\int_0^{\infty} \frac{x^m}{e^x - 1} dx = m! \zeta(m+1) \quad (3-52)$$

如表 3-2 所示为当  $m=1, 2, 3, 4, 5$  时  $\zeta(m+1)$  和  $m! \zeta(m+1)$  的值, 以便在计算时引用。

表 3-2  $\zeta(m+1)$  和  $m! \zeta(m+1)$  的值

$m$	1	2	3	4	5
$\zeta(m+1)$	$\pi^2/6$	1.202 1	$\pi^4/90$	1.036 9	$\pi^6/945$
$m! \zeta(m+1)$	$\pi^2/6$	2.404 1	$\pi^4/15$	24.986 3	$8\pi^6/63$

### 3.4 维恩位移定律



图 3-8 德国物理学家  
威廉·维恩

维恩位移定律是描述黑体光谱辐射出射度的峰值  $M_{\lambda_m}$  所对应的峰值波长  $\lambda_m$  与黑体的热力学温度  $T$  的关系表达式。

虽然德国物理学家威廉·维恩 (如图 3-8 所示) 提出本定律的时间是在普朗克辐射定律出现之前的 1893 年, 且过程完全基于的是对实验数据的经验总结, 但可以证明, 本定律是更广义的普朗克辐射定律的一个直接推论。

(1) 维恩位移定律的推导

将 3.3 节中的普朗克公式 (3-34) 对波长求导, 并令其导数等于 0, 可得

$$\frac{\partial M_{\lambda_{bb}}}{\partial \lambda} = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \right) = 0 \quad (3-53)$$

可得

$$\left(1 - \frac{x}{5}\right) \cdot e^x = 1 \quad (3-54)$$

式中,  $x = c_2/\lambda T$ 。

利用逐次逼近法, 得

$$x = \frac{c_2}{\lambda_m T} = 4.965\ 114\ 2$$

则维恩位移定律的最后表达式为

$$\lambda_m T = b \quad (3-55)$$

式中,  $b$  为常数, 且  $b = c_2/x = 2\ 897.756\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$ 。

维恩位移定律表明, 黑体的光谱辐射出射度的峰值所对应的峰值波长  $\lambda_m$  与黑体的热力学温度  $T$  成反比。图 3-7 中的虚线就是这些峰值的轨迹, 其近似为一条直线。由维恩位移定律可计算出: 人体 ( $T = 310\text{K}$ ) 辐射的峰值波长约为  $9.4\ \mu\text{m}$ ; 太阳 (视为  $T = 5900\text{K}$  的黑体) 辐射的峰值波长约为  $0.48\ \mu\text{m}$ 。可见, 太阳辐射的 50% 以上的功率是在可见光区和紫外线区, 而人体辐射几乎全部在红外线区。

(2) 黑体光谱辐射出射度的峰值

将维恩位移定律  $\lambda_m T$  的值代入普朗克公式, 可得黑体光谱辐射出射度的峰值  $M_{\lambda_{m\text{bb}}}$  为

$$M_{\lambda_{m\text{bb}}} = \frac{c_1}{\lambda_m^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda_m T} - 1} = \frac{c_1}{b^5} \cdot \frac{T^5}{e^{c_2/b} - 1} = b_1 T^5 \quad (3-56)$$

式中,  $b_1$  为常数, 且  $b_1 = 1.286\ 73 \times 10^{-11}\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{K}^5)$ 。

式 (3-56) 表明, 黑体的光谱辐射出射度的峰值与热力学温度的 5 次方成正比。这与图 3-7 中的辐射曲线峰值随温度的升高而迅速增大相一致。

(3) 光子辐射量的维恩位移定律

将用光子数表示的普朗克公式 (3-37) 对波长求导, 并令其导数等于 0, 可得

$$\frac{dM_{p\lambda\text{bb}}}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{c_1'}{\lambda^4} \cdot \frac{1}{e^x - 1} \right) = 0 \quad (3-57)$$

化简得

$$\left(1 - \frac{x}{4}\right) e^x = 1 \quad (3-58)$$

式中,  $x = c_2/\lambda T$ 。

利用逐步逼近法, 得

$$x = 3.920\ 690\ 395$$

于是, 得到光谱光子辐射出射度峰值对应的峰值波长与热力学温度的关系为

$$\lambda_m' T = b' \quad (3-59)$$

式中,  $b'$  为常数, 且  $b' = 3\ 669.683\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$ 。

式 (3-59) 与维恩位移定律 [式 (3-55)] 具有相同的形式, 但两种情况下的常数  $b$  和  $b'$  的数值不相等。这表明, 黑体的光谱辐射出射度与光谱光子辐射出射度的峰值所对应的波长并不相同。一般情况下, 光谱光子辐射出射度的峰值波长要比光谱辐射出射度的峰值波长

25%左右。

将式 (3-59) 代入式 (3-37), 可得黑体的光谱光子辐射出射度的峰值为

$$M_{\text{plbb}} = \frac{c_1'}{(b'/T)^4} \cdot \frac{1}{e^{c_2/b'} - 1} = b_1' T^4 \quad (3-60)$$

式中,  $b_1'$  为常数, 且  $b_1' = 2.10114 \times 10^{11} \text{ s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \mu\text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-4}$ 。

(4) 维恩位移定律的广义表达式

为得到某确定温度下, 广义普朗克函数的峰值  $R_{\text{max}}$  所对应的峰值变量  $x_{\text{max}}$ , 可从广义普朗克函数  $R = Ay^m / (e^x - 1)$  出发, 首先将  $x$  视为  $y$ 、 $T$  的函数, 然后将  $R$  对  $y$  求导数, 并令其导数等于 0, 得

$$\pm m \frac{1}{y} + \frac{xe^x}{e^x - 1} \left( \frac{1}{T} \frac{dT}{dy} \mp \frac{1}{y} \right) = 0 \quad (3-61)$$

在等温情况下, 有

$$\frac{xe^x}{e^x - 1} = m \quad (3-62)$$

这就是维恩位移定律的广义表达式。由此可得峰值变量  $x_{\text{max}}$ , 将  $x_{\text{max}}$  代入广义普朗克函数, 可以得到

$$R_{\text{max}} = C \cdot x_{\text{max}}^m \cdot \frac{T^m}{e^{x_{\text{max}}} - 1} \quad (3-63)$$

式中,  $C$  为常数, 令  $R'_{\text{max}} = x_{\text{max}}^m / (e^{x_{\text{max}}} - 1)$ , 则

$$R_{\text{max}} = R'_{\text{max}} \cdot C \cdot T^m \quad (3-64)$$

如表 3-3 所示为几种情况下广义维恩位移定律的  $x_{\text{max}}$  和  $R'_{\text{max}}$  值。

表 3-3 广义维恩位移定律的  $x_{\text{max}}$  和  $R'_{\text{max}}$  值

函 数		$m$	$x_{\text{max}}$	$R'_{\text{max}} = \frac{x_{\text{max}}^m}{e^{x_{\text{max}}} - 1}$
因 变 量	自 变 量			
光子量	$\tilde{\nu}$	2	1.593 624 26	0.647 4
功率量	$\nu$	3	2.821 439 372	1.421 4
光子量	$\lambda$	4	3.920 690 395	4.779 6
功率量	$\lambda$	5	4.965 114 23	21.203 6
功率对比度	$\lambda$	6	5.969 409 17	115.935 9

### 3.5 斯蒂芬-玻尔兹曼定律



图 3-9 奥地利物理学家  
路德维希·玻尔兹曼

斯蒂芬-玻尔兹曼定律给出了黑体的全辐射出射度与温度的关系。该定律由物理学家约瑟夫·斯蒂芬和奥地利物理学家路德维希·玻尔兹曼 (如图 3-9 所示) 分别于 1879 年和 1884 年独立提出。在提出过程中, 斯蒂芬使用的是对实验数据的归纳总结, 而玻尔兹曼则从热力学理论出发, 通过假设用光 (电磁波辐射) 代替气体作为热机的工作介质, 最终推导出与斯蒂芬相同的结论。可以证明, 本定律是广义普朗克辐射定律的一个特殊推论。

(1) 斯蒂芬-玻尔兹曼定律推导

利用普朗克公式 (3-34), 对波长从 0 到  $\infty$  进行积分可得

$$M_{\text{bb}} = \int_0^{\infty} M_{\lambda\text{bb}} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{d\lambda}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \quad (3-65)$$

利用  $\lambda = c_2/xT$  及  $d\lambda = -c_2 dx/Tx^2$ , 将式 (3-65) 中的变量  $\lambda$  换为  $x$ , 有

$$M_{\text{bb}} = \int_{\infty}^0 \frac{c_1}{(c_2/xT)^5} \cdot \frac{-c_2 dx}{Tx^2} = \frac{c_1}{c_2^4} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \quad (3-66)$$

由表 3-2 可知, 当  $m=3$  时, 式 (3-66) 中的积分等于  $\pi^4/15$ , 所以有

$$M_{\text{bb}} = \frac{c_1}{c_2^4} T^4 \cdot \frac{\pi^4}{15} = \sigma T^4 \quad (3-67)$$

式中,  $\sigma = c_1 \pi^4 / 15 c_2^4 = 5.670\ 51 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ 。这就是斯蒂芬-玻尔兹曼定律。

该定律表明, 黑体的全辐射出射度与其温度的 4 次方成正比, 因此, 很小的温度变化就会引起很大的辐射出射度的变化, 这与图 3-7 反映的规律相一致。

图 3-7 中每条光谱辐射出射度曲线下的面积, 代表该曲线对应黑体的全辐射出射度。可以看出, 随着温度的升高, 曲线下的面积迅速增大。

(2) 用光子数表示的斯蒂芬-玻尔兹曼定律

将光谱光子辐射出射度表达式 (3-37) 对波长从 0 到  $\infty$  进行积分, 可得到黑体的光子全辐射出射度。其推导方法与式 (3-67) 的推导方法相同, 最后可得

$$M_{\text{pbb}} = \sigma' T^3 \quad (3-68)$$

式中,  $\sigma' = 2c_1 \pi^3 / (c_2^3 \cdot 25.794\ 36) = 1.520\ 486 \times 10^{15} [1/(\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^3)]$ 。

式 (3-68) 表明, 黑体的光子全辐射出射度与其热力学温度的 3 次方成正比。

### 3.6 黑体辐射的计算

利用式 (3-34) 虽然可以对有关的黑体辐射量进行计算, 但过程往往非常麻烦。为简化计算, 可采用简化的计算方法, 下面介绍黑体辐射函数的简易计算方法。

此处主要介绍两个函数, 即  $f(\lambda T)$  函数和  $F(\lambda T)$  函数。用这些函数, 可以计算任意波长附近的黑体光谱辐射出射度  $M_{\lambda}$ , 也可计算任意波长间隔内的黑体辐射出射度  $M_{\lambda_1 \sim \lambda_2}$ 。

(1)  $f(\lambda T) = M_{\lambda} / M_{\lambda_m}$  函数

由式 (3-34) 和式 (3-56), 可得

$$f(\lambda T) = \frac{M_{\lambda}}{M_{\lambda_m}} = \frac{c_1}{b_1} (\lambda T)^{-5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \quad (3-69)$$

以  $\lambda T$  为变量, 可计算出每组  $\lambda T$  值对应的  $f(\lambda T)$  值。于是便构成了  $f(\lambda T)$  函数, 该函数的图解表示如图 3-10 的曲线(a)所示。

当黑体的温度  $T$  已知时, 对某一特定波长  $\lambda$ , 可计算出  $\lambda T$  值。再由函数  $f(\lambda T)$  计算  $f(\lambda T)$  的值, 最后可计算出黑体的光谱辐射出射度

$$M_{\lambda} = f(\lambda T)M_{\lambda_m} = f(\lambda T) \cdot b_1 T^5 \quad (3-70)$$

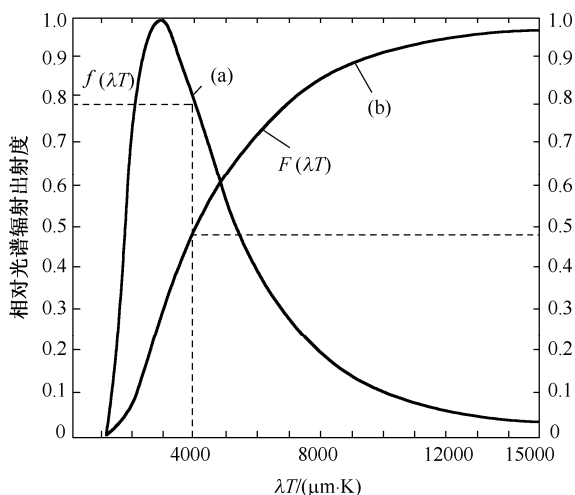


图 3-10 黑体通用曲线

(2)  $F(\lambda T) = M_{0 \sim \lambda} / M_{0 \sim \infty}$  函数

由式 (3-34) 可写出波长 0 到  $\lambda$  范围内的辐射出射度为

$$\begin{aligned} M_{0 \sim \lambda} &= \int_0^{\lambda} M_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\lambda} \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{d\lambda}{e^{c_2/\lambda T} - 1} = \int_x^{\infty} \frac{c_1 T^4}{c_2^4} \cdot \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \\ &= \frac{c_1 T^4}{c_2^4} \int_{\frac{c_2}{\lambda T}}^{\infty} \frac{(c_2/\lambda T)^3 d(c_2/\lambda T)}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \end{aligned}$$

由式 (3-67) 可知

$$M_{0 \sim \infty} = M_{bb} = \frac{c_1 \pi^4}{15 c_2^4} T^4$$

于是可得

$$F(\lambda T) = \frac{M_{0 \sim \lambda}}{M_{0 \sim \infty}} = \frac{15}{\pi^4} \int_{\frac{c_2}{\lambda T}}^{\infty} \frac{(c_2/\lambda T)^3 d(c_2/\lambda T)}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \quad (3-71)$$

根据给定的一系列  $\lambda T$  值可以计算出相应的函数值  $F(\lambda T)$ 。 $F(\lambda T)$  函数的图解表示如图 3-10 的曲线(b)所示。

利用  $F(\lambda T)$  函数可完成下列计算。波长 0 到  $\lambda$  范围内的黑体辐射出射度  $M_{0 \sim \lambda}$  为

$$M_{0 \sim \lambda} = F(\lambda T)M_{0 \sim \infty} = F(\lambda T) \cdot \sigma T^4 \quad (3-72)$$

波长  $\lambda_1$  到  $\lambda_2$  范围内的黑体辐射出射度  $M_{\lambda_1 \sim \lambda_2}$  为

$$M_{\lambda_1 \sim \lambda_2} = M_{0 \sim \lambda_2} - M_{0 \sim \lambda_1} = [F(\lambda_2 T) - F(\lambda_1 T)] \cdot \sigma T^4 \quad (3-73)$$

如表 3-4 和表 3-5 所示为黑体的  $f(\lambda T)$  和  $F(\lambda T)$  函数取值表, 在计算时查表即可。表中数据后面的括号内的数字为 10 的幂指数, 如 0.170915(-18)表示  $0.170915 \times 10^{-18}$ 。

表 3-4 黑体的  $f(\lambda T)$  函数取值表

$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$f(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$f(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$f(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$f(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$f(\lambda T)$
200	0.170915(-18)	300	0.177693(-13)	400	0.679290(-9)	500	0.296314(-6)	520	0.736612(-6)
540	0.169956(-5)	560	0.366965(-5)	580	0.746766(-5)	600	0.144104(-4)	620	0.265104(-4)
640	0.467109(-4)	660	0.791508(-4)	680	0.129445(-3)	700	0.204965(-3)	720	0.315111(-3)
740	0.471543(-3)	760	0.688366(-3)	780	0.982263(-3)	800	0.137253(-2)	820	0.188108(-2)
840	0.253227(-2)	860	0.335280(-2)	880	0.437135(-2)	900	0.561832(-2)	920	0.712541(-2)
940	0.892519(-2)	960	0.110506(-1)	980	0.135346(-1)	1000	0.164095(-1)	1020	0.197068(-1)
1040	0.234561(-1)	1060	0.276857(-1)	1080	0.324212(-1)	1100	0.376859(-1)	1120	0.434999(-1)
1140	0.498807(-1)	1160	0.568420(-1)	1180	0.643945(-1)	1200	0.725451(-1)	1220	0.812977(-1)
1240	0.906521(-1)	1260	0.100605(0)	1280	0.111142(0)	1300	0.122277(0)	1320	0.133974(0)
1340	0.146225(0)	1360	0.159011(0)	1380	0.172311(0)	1400	0.186104(0)	1420	0.200363(0)
1440	0.215063(0)	1460	0.230175(0)	1480	0.245670(0)	1500	0.261518(0)	1520	0.277686(0)
1540	0.294145(0)	1560	0.310860(0)	1580	0.327801(0)	1600	0.344934(0)	1620	0.362227(0)
1640	0.379648(0)	1660	0.397165(0)	1680	0.414749(0)	1700	0.432367(0)	1720	0.449991(0)
1740	0.467592(0)	1760	0.485141(0)	1780	0.502614(0)	1800	0.519983(0)	1820	0.537224(0)
1840	0.554313(0)	1860	0.571229(0)	1880	0.587950(0)	1900	0.604456(0)	1920	0.620729(0)
1940	0.636751(0)	1960	0.652506(0)	1980	0.667979(0)	2000	0.683156(0)	2020	0.698023(0)
2040	0.712571(0)	2060	0.726787(0)	2080	0.740662(0)	2100	0.754189(0)	2120	0.767359(0)
2140	0.780166(0)	2160	0.792604(0)	2180	0.804669(0)	2200	0.816357(0)	2220	0.827665(0)
2240	0.838590(0)	2260	0.949131(0)	2280	0.859288(0)	2300	0.869059(0)	2320	0.878445(0)
2340	0.887449(0)	2360	0.896070(0)	2380	0.904311(0)	2400	0.912175(0)	2420	0.919665(0)
2440	0.926784(0)	2460	0.933535(0)	2480	0.939924(0)	2500	0.945954(0)	2520	0.951630(0)
2560	0.961942(0)	2600	0.970903(0)	2640	0.978559(0)	2680	0.984958(0)	2720	0.990151(0)
2760	0.994189(0)	2800	0.997127(0)	2800	0.997127(0)	2840	0.999016(0)	2880	0.999909(0)
2920	0.999860(0)	2960	0.998920(0)	3000	0.997141(0)	3040	0.994572(0)	3080	0.991263(0)
3120	0.987262(0)	3160	0.982614(0)	3200	0.977364(0)	3240	0.971556(0)	3280	0.965230(0)
3320	0.958426(0)	3360	0.951183(0)	3400	0.943537(0)	3440	0.935522(0)	3480	0.927171(0)
3520	0.918517(0)	3560	0.909587(0)	3600	0.900411(0)	3660	0.886243(0)	3720	0.871664(0)
3780	0.856750(0)	3840	0.841572(0)	3900	0.826193(0)	3960	0.810671(0)	4020	0.795058(0)
4080	0.779400(0)	4140	0.763740(0)	4200	0.748116(0)	4260	0.732561(0)	4320	0.717105(0)
4380	0.701775(0)	4440	0.686593(0)	4500	0.671580(0)	4560	0.656754(0)	4620	0.642129(0)
4680	0.627719(0)	4740	0.613535(0)	4800	0.599587(0)	4860	0.585880(0)	4920	0.572423(0)
4980	0.559219(0)	5040	0.546272(0)	5100	0.533585(0)	5120	0.529414(0)	5200	0.513021(0)
5280	0.497093(0)	5360	0.481629(0)	5440	0.466626(0)	5520	0.452079(0)	5600	0.437981(0)
5680	0.424325(0)	5760	0.411103(0)	5840	0.398305(0)	5920	0.385923(0)	6000	0.373946(0)
6080	0.362363(0)	6160	0.351165(0)	6240	0.340340(0)	6320	0.329877(0)	6400	0.319766(0)
6480	0.309996(0)	6560	0.300556(0)	6640	0.291436(0)	6720	0.282625(0)	6800	0.274113(0)
6900	0.263878(0)	7000	0.254076(0)	7100	0.244687(0)	7200	0.235695(0)	7300	0.227081(0)
7400	0.218829(0)	7500	0.210923(0)	7600	0.203348(0)	7700	0.196089(0)	7800	0.189131(0)
7900	0.182462(0)	8000	0.176068(0)	8100	0.169936(0)	8200	0.164056(0)	8300	0.158415(0)
8400	0.153003(0)	8500	0.147810(0)	8600	0.142825(0)	8800	0.133445(0)	9000	0.124793(0)
9200	0.116807(0)	9400	0.109427(0)	9600	0.102603(0)	9800	0.962871(-1)	10000	0.904360(-1)
10200	0.850108(-1)	10400	0.799762(-1)	10600	0.752999(-1)	10800	0.709527(-1)	11000	0.669080(-1)
11200	0.631415(-1)	11400	0.596311(-1)	11600	0.563568(-1)	11800	0.533001(-1)	12000	0.504443(-1)
12200	0.477741(-1)	12400	0.452754(-1)	12600	0.429356(-1)	12800	0.407428(-1)	13000	0.386862(-1)
13200	0.367560(-1)	13400	0.349432(-1)	13600	0.332394(-1)	13800	0.316369(-1)	14000	0.301287(-1)
14200	0.287083(-1)	14400	0.273697(-1)	14600	0.261075(-1)	14800	0.249164(-1)	15000	0.237919(-1)
15200	0.227294(-1)	15400	0.217251(-1)	15600	0.207751(-1)	15800	0.198761(-1)	16000	0.190247(-1)
16200	0.182181(-1)	16400	0.174535(-1)	16600	0.167282(-1)	16800	0.160400(-1)	17000	0.153865(-1)
17200	0.147657(-1)	17400	0.141751(-1)	17800	0.130810(-1)	18000	0.125730(-1)	18200	0.120893(-1)



(续表)

$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$f(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$f(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$f(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$f(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$f(\lambda T)$
18400	0.116285(-1)	18600	0.111893(-1)	18800	0.107705(-1)	19000	0.103711(-1)	19200	0.998985(-2)
19400	0.962589(-2)	19600	0.927827(-2)	19800	0.894613(-2)	20000	0.862864(-2)	20200	0.832504(-2)
20400	0.803462(-2)	20600	0.775669(-2)	20800	0.749062(-2)	21000	0.723581(-2)	22000	0.611203(-2)
23000	0.519748(-2)	24000	0.444727(-2)	25000	0.382730(-2)	26000	0.331143(-2)	28000	0.251547(-2)
30000	0.194455(-2)	32000	0.152656(-2)	34000	0.121495(-2)	36000	0.978854(-3)	38000	0.797364(-3)
40000	0.656016(-3)	42000	0.544620(-3)	44000	0.455879(-3)	46000	0.384486(-3)	48000	0.326529(-3)
50000	0.279085(-3)	60000	0.138001(-3)	70000	0.758247(-4)	80000	0.450403(-4)	90000	0.284088(-4)
100000	0.187924(-4)	150000	0.380399(-5)	200000	0.121833(-6)	400000	0.378759(-7)	500000	0.000000(0)

表 3-5 黑体的  $F(\lambda T)$  函数取值表

$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$F(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$F(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$F(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$F(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m}\cdot\text{K}$	$F(\lambda T)$
400	0.186529(-11)	500	0.129890(-8)	510	0.215649(-8)	520	0.350750(-8)	530	0.559549(-8)
540	0.876488(-8)	550	0.134947(-7)	560	0.204407(-7)	570	0.304879(-7)	580	0.448135(-7)
590	0.649640(-7)	600	0.929445(-7)	610	0.131326(-6)	620	0.183367(-6)	630	0.253154(-6)
640	0.345764(-6)	650	0.467439(-6)	660	0.625787(-6)	670	0.830004(-6)	680	0.109111(-5)
690	0.142221(-5)	700	0.183877(-5)	710	0.235892(-5)	720	0.300377(-5)	730	0.379772(-5)
740	0.476882(-5)	750	0.594912(-5)	760	0.737503(-5)	770	0.908769(-5)	780	0.111334(-4)
790	0.135637(-4)	800	0.164663(-4)	810	0.198151(-4)	820	0.237702(-4)	830	0.283789(-4)
840	0.337259(-4)	850	0.399032(-4)	860	0.470108(-4)	870	0.551567(-4)	880	0.644576(-4)
890	0.750385(-4)	900	0.870335(-4)	910	0.100586(-3)	920	0.115847(-3)	930	0.132978(-3)
940	0.152151(-3)	950	0.173545(-3)	960	0.197350(-3)	970	0.223764(-3)	980	0.252996(-3)
990	0.285263(-3)	1000	0.320790(-3)	1020	0.402579(-3)	1040	0.500346(-3)	1060	0.616209(-3)
1080	0.752406(-3)	1100	0.911286(-3)	1120	0.109530(-2)	1140	0.130698(-2)	1160	0.154893(-2)
1180	0.182381(-2)	1200	0.213432(-2)	1220	0.248319(-2)	1240	0.287314(-2)	1260	0.330691(-2)
1280	0.378719(-2)	1300	0.431666(-2)	1320	0.489792(-2)	1340	0.553354(-2)	1360	0.622597(-2)
1380	0.697760(-2)	1400	0.779072(-2)	1420	0.866750(-2)	1440	0.961001(-2)	1460	0.106202(-1)
1480	0.116998(-1)	1500	0.128506(-1)	1520	0.140740(-1)	1540	0.153715(-1)	1560	0.167442(-1)
1580	0.181934(-1)	1600	0.197199(-1)	1620	0.213245(-1)	1640	0.230079(-1)	1660	0.247706(-1)
1680	0.266129(-1)	1700	0.285351(-1)	1720	0.305373(-1)	1740	0.326195(-1)	1760	0.347814(-1)
1780	0.370229(-1)	1800	0.393433(-1)	1820	0.417424(-1)	1840	0.442193(-1)	1860	0.467734(-1)
1880	0.494039(-1)	1900	0.521097(-1)	1920	0.548899(-1)	1940	0.577435(-1)	1960	0.606691(-1)
1980	0.636656(-1)	2000	0.667317(-1)	2020	0.698659(-1)	2040	0.730669(-1)	2060	0.763332(-1)
2080	0.796632(-1)	2100	0.830554(-1)	2120	0.865081(-1)	2140	0.900199(-1)	2160	0.935889(-1)
2180	0.972135(-1)	2200	0.100892(0)	2220	0.104623(0)	2240	0.108404(0)	2260	0.112234(0)
2280	0.116111(0)	2300	0.120033(0)	2320	0.123998(0)	2340	0.128005(0)	2360	0.132053(0)
2380	0.136138(0)	2400	0.140260(0)	2420	0.144417(0)	2440	0.148607(0)	2460	0.152829(0)
2480	0.157050(0)	2500	0.161359(0)	2520	0.165665(0)	2540	0.169997(0)	2560	0.174351(0)
2580	0.178727(0)	2600	0.183124(0)	2620	0.187539(0)	2640	0.191972(0)	2660	0.196421(0)
2680	0.200884(0)	2700	0.205361(0)	2720	0.209849(0)	2740	0.214347(0)	2760	0.218855(0)
2780	0.223371(0)	2800	0.227893(0)	2820	0.232421(0)	2840	0.236953(0)	2860	0.241488(0)
2880	0.246026(0)	2900	0.250564(0)	2920	0.255102(0)	2940	0.259639(0)	2960	0.264174(0)
2980	0.268705(0)	3000	0.273233(0)	3020	0.277756(0)	3040	0.282273(0)	3060	0.286783(0)
3080	0.291286(0)	3100	0.295780(0)	3120	0.300265(0)	3140	0.304741(0)	3160	0.309206(0)
3180	0.313659(0)	3200	0.318101(0)	3220	0.322530(0)	3240	0.326946(0)	3260	0.331349(0)
3280	0.335737(0)	3300	0.340110(0)	3320	0.344467(0)	3340	0.348809(0)	3360	0.353134(0)
3380	0.357442(0)	3400	0.361733(0)	3420	0.366006(0)	3440	0.370261(0)	3460	0.374497(0)
3480	0.378715(0)	3500	0.382913(0)	3520	0.387091(0)	3540	0.391250(0)	3560	0.395388(0)
3580	0.399506(0)	3600	0.403603(0)	3620	0.407678(0)	3640	0.411733(0)	3660	0.415766(0)
3680	0.419777(0)	3700	0.423766(0)	3720	0.427733(0)	3740	0.431678(0)	3760	0.435600(0)
3780	0.439500(0)	3800	0.443376(0)	3820	0.447230(0)	3840	0.451061(0)	3860	0.454869(0)

(续表)

$\lambda T / \mu\text{m} \cdot \text{K}$	$F(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m} \cdot \text{K}$	$F(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m} \cdot \text{K}$	$F(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m} \cdot \text{K}$	$F(\lambda T)$	$\lambda T / \mu\text{m} \cdot \text{K}$	$F(\lambda T)$
3880	0.458654(0)	3900	0.462415(0)	3920	0.466153(0)	3940	0.469867(0)	3960	0.473558(0)
3980	0.477225(0)	4000	0.480869(0)	4100	0.498732(0)	4200	0.516004(0)	4300	0.532686(0)
4400	0.548784(0)	4500	0.564307(0)	4600	0.579266(0)	4700	0.593674(0)	4800	0.607543(0)
4900	0.620890(0)	5000	0.633730(0)	5100	0.646078(0)	5200	0.657951(0)	5300	0.669366(0)
5400	0.680339(0)	5500	0.690886(0)	5600	0.701024(0)	5700	0.710768(0)	5800	0.720134(0)
5900	0.729138(0)	6000	0.737792(0)	6100	0.746113(0)	6200	0.754114(0)	6300	0.761807(0)
6400	0.769206(0)	6500	0.776323(0)	6600	0.783170(0)	6700	0.789758(0)	6800	0.796099(0)
6900	0.802202(0)	7000	0.808077(0)	7100	0.813736(0)	7200	0.819185(0)	7300	0.824435(0)
7400	0.829493(0)	7500	0.834369(0)	7600	0.839068(0)	7700	0.843600(0)	7800	0.847970(0)
7900	0.852185(0)	8000	0.856253(0)	8100	0.860178(0)	8200	0.863967(0)	8300	0.867625(0)
8400	0.871158(0)	8500	0.874570(0)	8600	0.877868(0)	8700	0.881054(0)	8800	0.884134(0)
8900	0.887111(0)	9000	0.889991(0)	9100	0.892776(0)	9200	0.895471(0)	9300	0.898079(0)
9400	0.900602(0)	9500	0.903046(0)	9600	0.905412(0)	9700	0.907703(0)	9800	0.909923(0)
9900	0.912074(0)	10000	0.914158(0)	10200	0.918138(0)	10400	0.921880(0)	10600	0.925403(0)
10800	0.928720(0)	11000	0.931847(0)	11200	0.934797(0)	11400	0.937582(0)	11600	0.940213(0)
11800	0.942701(0)	12000	0.945054(0)	12200	0.947282(0)	12400	0.949393(0)	12600	0.951394(0)
12800	0.953292(0)	13000	0.955094(0)	13200	0.956806(0)	13400	0.958432(0)	13600	0.959979(0)
13800	0.961451(0)	14000	0.962852(0)	14200	0.964187(0)	14400	0.965459(0)	14600	0.966672(0)
14800	0.967830(0)	15000	0.968935(0)	15200	0.969990(0)	15400	0.970999(0)	15600	0.971963(0)
15800	0.972885(0)	16000	0.973768(0)	16200	0.974613(0)	16400	0.975422(0)	16600	0.976198(0)
16800	0.976941(0)	17000	0.977654(0)	17200	0.978338(0)	17400	0.978995(0)	17600	0.979625(0)
17800	0.980231(0)	18000	0.980813(0)	18200	0.981373(0)	18400	0.981911(0)	18600	0.982428(0)
18800	0.982926(0)	19000	0.983406(0)	19200	0.983868(0)	19400	0.984313(0)	19600	0.984742(0)
19800	0.985156(0)	20000	0.985554(0)	21000	0.987348(0)	22000	0.988858(0)	23000	0.990138(0)
24000	0.991230(0)	25000	0.992166(0)	26000	0.992974(0)	27000	0.993675(0)	28000	0.994286(0)
29000	0.994821(0)	30000	0.995291(0)	31000	0.995706(0)	32000	0.996075(0)	33000	0.996401(0)
34000	0.996693(0)	35000	0.996954(0)	36000	0.997188(0)	37000	0.997399(0)	38000	0.997590(0)
39000	0.997762(0)	40000	0.997918(0)	41000	0.998060(0)	42000	0.998190(0)	43000	0.998308(0)
44000	0.998416(0)	45000	0.998515(0)	46000	0.998606(0)	47000	0.998690(0)	48000	0.998767(0)
49000	0.998838(0)	50000	0.998904(0)	60000	0.999354(0)	80000	0.999721(0)	100000	0.999855(0)
120000	0.999916(0)	132000	0.999937(0)	139000	0.999945(0)	$\infty$	1.000000(0)		

【例 3-1】 以人体为例，已知人体温度  $T = 310\text{K}$ （假定人体的皮肤是黑体），则其峰值波长为

$$\lambda_m = \frac{2898}{T} = \frac{2898}{310} \approx 9.3\mu\text{m}$$

全辐射出射度为

$$M = \sigma T^4 \approx 5.67 \times 10^{-8} \times 310^4 \approx 5.2 \times 10^2 \text{ W/m}^2$$

处于紫外线区时，波长（ $0 \sim 0.38\mu\text{m}$ ）的辐射出射度为

$$M_{0 \sim 0.38} = 0$$

处于可见光区时，波长（ $0.38 \sim 0.75\mu\text{m}$ ）的辐射出射度为

$$M_{0.38 \sim 0.75} = 0$$

处于红外线区时，波长（ $0.75 \sim 1000\mu\text{m}$ ）的辐射出射度为

$$M_{0.75 \sim 1000} = M$$

【例 3-2】 以太阳为例, 已知太阳的温度  $T = 6000\text{K}$ , 并假定其为黑体, 则其峰值波长为

$$\lambda_m = \frac{2898}{6000} = 0.483\mu\text{m}$$

全辐射出射度为

$$M = \sigma T^4 \approx 5.67 \times 10^{-8} \times 6000^4 \approx 7.3 \times 10^7 \text{ W/m}^2$$

紫外线区的辐射出射度为

$$M_{0 \sim 0.38} = 0.14M$$

可见光区的辐射出射度为

$$M_{0.38 \sim 0.75} = 0.42M$$

红外线区的辐射出射度为

$$M_{0.75 \sim 1000} = 0.44M$$

### 3.7 辐射效率和辐射对比度

以上对热辐射基本规律的讨论, 实质上都是从物理学的角度来进行的, 重点研究了物体辐射功率的大小及其光谱分布特性。下面讨论工程上常涉及的两个概念, 即辐射效率和辐射对比度。

#### (1) 辐射效率

从工程设计的角度来说, 人们往往只对热辐射产生的效率感兴趣。虽然大多数红外系统都是针对非合作目标 (如飞机、导弹、地面装备和人员的搜索系统等) 设计的, 但当该系统有两个合作装置时, 如一架飞机与另一架加油机的合作, 系统可通过飞行器上的一个红外装置去搜索和跟踪另一个飞行器上所载的信标的组成。此时系统设计的关键问题就是有效地利用信标的极限功率。假定所研究的系统工作在单一的波长上, 在信标所考虑的工作范围内, 输入功率转换成辐射通量的效率是常数, 那么, 问题就归结为恰当地选择信标的工作温度, 从而使系统的工作效率最高。直观上来看也许会认为: 信标的工作温度可以通过维恩位移定律来选定, 使其光谱分布曲线的峰值波长相一致。但是, 从下面的讨论可看出, 从工程设计的角度来看, 这样的温度选择并不是最佳的。

将辐射源在特定波长  $\lambda$  上的辐射效率定义为

$$\eta = \frac{M_\lambda}{M} = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \cdot \frac{1}{\sigma T^4} \quad (3-74)$$

这样, 系统设计的关键就是确定辐射效率最高时的温度。这可由  $d\eta/dT = 0$  来确定, 通过这样的数学运算可得

$$\frac{x e^x}{4} - e^x + 1 = 0$$

仍用逐次逼近法, 得

$$x = \frac{c_2}{\lambda T} = 3.920 \ 69$$

最后得到当辐射效率最高时，波长与温度的关系为

$$\lambda_c T_c = 3\,669.73 \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (3-75)$$

式(3-75)表明，对于辐射源辐射功率固定的情况，在指定波长 $\lambda_c$ 处，存在一个最佳的温度，在此温度下，在 $\lambda_c$ 上产生的辐射效率最高。

为了与维恩位移定律 $\lambda_m T_m = 2898$ 相区别，式(3-75)给出的值称为工程最大值。对于同一波长， $T_c$ 与 $T_m$ 存在以下关系

$$T_c = \frac{3669}{2898} \times T_m \approx 1.266 T_m \quad (3-76)$$

可见，温度的工程最大值比维恩位移定律最大值高约26.6%。

上述两个温度的不同，可用热辐射治疗人体组织的例子来说明：皮肤在 $1.1\mu\text{m}$ 深处是相对透明的，但是由于热效应限制了入射到皮肤上总辐射功率的大小，因此，在不超过皮肤所允许的总辐射功率的情况下，在 $1.1\mu\text{m}$ 深处辐射源的温度是多少呢？按照维恩位移定律，在 $1.1\mu\text{m}$ 深处产生的温度的维恩位移定律最大值是2630K，而工程最大值是3360K，这样，工程最大值比维恩位移定律最大值在 $1.1\mu\text{m}$ 深处产生的辐射出射度高27.76%，如图3-11所示。

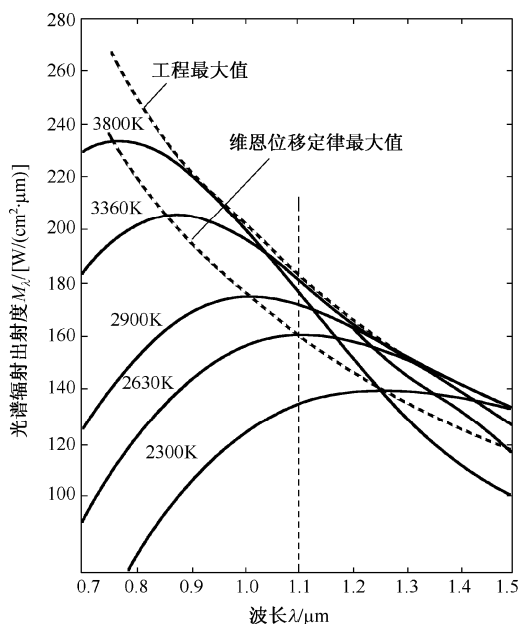


图3-11 温度的工程最大值与维恩位移定律最大值的比较

## (2) 辐射对比度

当目标和背景的温度基本相同或目标和背景的辐射出射度差别不大时，很难利用红外热像仪来探测背景中的目标。为了有效地描述目标和背景的辐射差别，在此引入辐射对比度的概念。

辐射对比度是指目标和背景的辐射出射度之差与背景的辐射出射度的比值，即

$$C = \frac{M_T - M_B}{M_B} \quad (3-77)$$

式中， $M_T = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_\lambda(T_T) d\lambda$  为目标在 $\lambda_1 \sim \lambda_2$ 波长范围内的辐射出射度； $M_B = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_\lambda(T_B) d\lambda$  为背景在 $\lambda_1 \sim \lambda_2$ 波长范围内的辐射出射度。

现在讨论能否通过选择合适的波段来获得最大的辐射对比度。首先计算波长 $0 \sim \infty$ 范围内的全波带的辐射对比度。设目标和背景均可视为黑体，背景温度为300K，目标温度为310K。由 $M = \sigma T^4$ 可得 $\partial M / \partial T = 4\sigma T^3$ 。当 $\Delta T$ 很小时，有

$$C_{0 \sim \infty} = \frac{M_T - M_B}{M_B} = \frac{\Delta M}{M} = \frac{(\partial M / \partial T) \Delta T}{M} = \frac{4\sigma T^3 \Delta T}{\sigma T^4} = \frac{4\Delta T}{T} = \frac{4 \times 10}{300} \approx 0.133$$

然后利用式(3-77)计算常用的两个波段 $3 \sim 5\mu\text{m}$ 和 $8 \sim 14\mu\text{m}$ 的辐射对比度

$$C_{3 \sim 5\mu\text{m}} = 0.413$$

$$C_{8\sim 14\mu\text{m}} = 0.159$$

根据以上计算结果可以看出,三种情况的辐射对比度都比较低,且波段宽的辐射对比度比波段窄的辐射对比度更低。

在表征红外热成像系统的性能时,常把光谱辐射出射度与温度的微分  $\partial M/\partial T$  称为热导数。因为当  $e^{c_2/\lambda T} \gg 1$  时,普朗克公式的热导数为

$$\frac{\partial M_\lambda}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \left[ \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \right] = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{e^{c_2/\lambda T} \cdot \frac{c_2}{\lambda T^2}}{(e^{c_2/\lambda T} - 1)^2} = M_\lambda \cdot \frac{c_2}{\lambda T^2} \quad (3-78)$$

则辐射出射度与温度的微分的关系为

$$\frac{\Delta M_{\lambda_1 \sim \lambda_2}}{\Delta T} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\partial M_\lambda}{\partial T} d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_\lambda \frac{c_2}{\lambda T^2} d\lambda \quad (3-79)$$

由于辐射对比度对温度的变化率与  $\Delta M_{\lambda_1 \sim \lambda_2}/\Delta T$  相对应,因此为求得辐射对比度,只需求  $\Delta M_{\lambda_1 \sim \lambda_2}/\Delta T$  即可。如表 3-6 所示为常用波段在几种温度下的  $\Delta M_{\lambda_1 \sim \lambda_2}/\Delta T$  值。

表 3-6 常用波段在几种温度下的  $\Delta M_{\lambda_1 \sim \lambda_2}/\Delta T$  值

$\Delta M_{\lambda_1 \sim \lambda_2}/\Delta T$		$\Delta M_{\lambda_1 \sim \lambda_2}/\Delta T = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\partial M_\lambda}{\partial T} d\lambda$ (W/m <sup>2</sup> ·K)			
波段		$T = 280\text{K}$	$T = 290\text{K}$	$T = 300\text{K}$	$T = 310\text{K}$
$\lambda_1/\mu\text{m}$	$\lambda_2/\mu\text{m}$				
3	5	$1.1 \times 10^{-1}$	$1.54 \times 10^{-1}$	$2.1 \times 10^{-1}$	$2.81 \times 10^{-1}$
3	5.5	$2.1 \times 10^{-1}$	$2.73 \times 10^{-1}$	$3.62 \times 10^{-1}$	$4.72 \times 10^{-1}$
3.5	5	$1.06 \times 10^{-1}$	$1.47 \times 10^{-1}$	$2 \times 10^{-1}$	$2.65 \times 10^{-1}$
3.5	5.5	$1.97 \times 10^{-1}$	$2.66 \times 10^{-1}$	$3.52 \times 10^{-1}$	$4.57 \times 10^{-1}$
4	5	$9.18 \times 10^{-2}$	$1.26 \times 10^{-1}$	$1.69 \times 10^{-1}$	$2.23 \times 10^{-1}$
4	5.5	$1.83 \times 10^{-1}$	$2.45 \times 10^{-1}$	$3.22 \times 10^{-1}$	$4.14 \times 10^{-1}$
8	10	$8.47 \times 10^{-1}$	$9.65 \times 10^{-1}$	1.09	1.21
8	12	1.58	1.77	1.97	2.17
8	14	2.15	2.38	2.62	2.86
10	12	$7.341 \times 10^{-1}$	$8.08 \times 10^{-1}$	$8.81 \times 10^{-1}$	$9.55 \times 10^{-1}$
10	14	1.3	1.42	1.53	$1.65 \times 10^{-1}$
12	14	$5.67 \times 10^{-1}$	$6.1 \times 10^{-1}$	$6.52 \times 10^{-1}$	$6.92 \times 10^{-1}$

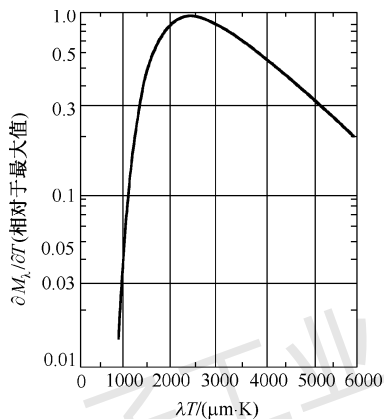


图 3-12  $\partial M_\lambda/\partial T - \lambda T$  关系曲线

如图 3-12 所示为  $\partial M_\lambda/\partial T - \lambda T$  关系曲线。

从图 3-12 可以看出,曲线有一个峰值。利用推导维恩位移定律的方法可求得光谱辐射出射度变化率的峰值波长  $\lambda_c$  与热力学温度  $T$  的关系

$$\lambda_c T = 2411 \mu\text{m} \quad (3-80)$$

由于辐射的峰值波长满足  $\lambda_m T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ , 因此最大辐射对比度的波长  $\lambda_c$  与辐射峰值波长  $\lambda_m$  的关系满足

$$\lambda_c = \frac{2411}{2898} \lambda_m \approx 0.832 \lambda_m \quad (3-81)$$

在利用红外热像仪观察地面目标时,由于地面背景的温度通常为 300K, 其  $\lambda_c$  近似为  $8 \mu\text{m}$ , 因此在不考虑其他因素的情况下,用  $8 \sim 14 \mu\text{m}$  波段来探测背景最为理想。

## 3.8 发射率

前面讨论了黑体辐射的基本规律，但黑体只是一种理想化的物体，其辐射与实际物体的辐射是不同的。为了把黑体辐射规律推广到实际物体的辐射过程中，下面引入另一个物理量——发射率，来表征实际物体的辐射与黑体辐射的接近程度。

### 3.8.1 发射率的定义

物体的发射率又称为比辐射率，是指该物体在指定温度  $T$  时的辐射量与同温度黑体的辐射量的比值。显然，该比值越接近 1，表明该物体的辐射与黑体辐射越接近。因此，只要获得了某物体的发射率，利用黑体辐射的基本规律就可揭示该物体的辐射规律，或者计算其辐射量。

#### (1) 半球发射率

辐射体的辐射出射度与同温度下黑体的辐射出射度之比称为半球发射率，分为半球全发射率和半球光谱发射率两种。

半球全发射率定义为

$$\varepsilon_h = \frac{M(T)}{M_{bb}(T)} \quad (3-82)$$

式中， $M(T)$  为实际物体在温度  $T$  时的全辐射出射度， $M_{bb}(T)$  为黑体在相同温度下的全辐射出射度。

半球光谱发射率定义为

$$\varepsilon_{\lambda h} = \frac{M_\lambda(T)}{M_{\lambda bb}(T)} \quad (3-83)$$

式中， $M_\lambda(T)$  为实际物体在温度  $T$  时的光谱辐射出射度， $M_{\lambda bb}(T)$  为黑体在相同温度下的光谱辐射出射度。

由式 (3-3)、式 (3-5) 及式 (3-83)，可得任意物体在温度  $T$  时的半球光谱发射率为

$$\varepsilon_{\lambda h}(T) = \alpha_\lambda(T) \quad (3-84)$$

可见，任何物体的半球光谱发射率与该物体在相同温度下的吸收率相等。同理可得，物体的半球全发射率与该物体在相同温度下的全吸收率相等，即

$$\varepsilon_h(T) = \alpha(T) \quad (3-85)$$

式 (3-84) 和式 (3-85) 为基尔霍夫定律的另一种表示形式，即物体吸收辐射的本领越高，其发射辐射的本领也越高。

#### (2) 方向发射率

方向发射率也称为角比辐射率或定向发射本领，是指在与辐射表面法线夹角为  $\theta$  的小立体角内测量的发射率。特殊地，当  $\theta$  为  $0^\circ$  时称为法向发射率  $\varepsilon_n$ ，其也可分为方向全发射率和方向光谱发射率两种。

方向全发射率定义为

$$\varepsilon(\theta) = \frac{L}{L_{bb}} \quad (3-86)$$

式中,  $L$  和  $L_{bb}$  分别是在相同温度下实际物体和黑体的辐射亮度。因为  $L$  一般与方向有关, 所以  $\varepsilon(\theta)$  也与方向有关。

方向光谱发射率定义为

$$\varepsilon_{\lambda}(\theta) = \frac{L_{\lambda}}{L_{\lambda,bb}} \quad (3-87)$$

由于物体的辐射亮度  $L_{\lambda}$  与方向和波长有关, 因此  $\varepsilon_{\lambda}(\theta)$  是  $\theta$  和  $\lambda$  的函数。

从以上各发射率的定义可看出, 对于黑体来说, 各发射率的数值均等于 1; 而对于实际的物体来说, 各种发射率的数值均小于 1。

对于朗伯辐射体, 其辐射出射度与辐射亮度、光谱辐射出射度与光谱辐射亮度之间具有以下关系

$$M = \pi L$$

$$M_{\lambda} = \pi L_{\lambda}$$

而黑体又是朗伯辐射体, 于是

$$M_{bb} = \pi L_{bb}$$

$$M_{\lambda,bb} = \pi L_{\lambda,bb}$$

由此可得, 朗伯辐射体的方向全发射率和方向光谱发射率为

$$\varepsilon(\theta) = \frac{L}{L_{bb}} = \frac{\pi L}{\pi L_{bb}} = \frac{M}{M_{bb}} = \varepsilon_h \quad (3-88)$$

$$\varepsilon_{\lambda}(\theta) = \frac{L_{\lambda}}{L_{\lambda,bb}} = \frac{\pi L_{\lambda}}{\pi L_{\lambda,bb}} = \frac{M_{\lambda}}{M_{\lambda,bb}} = \varepsilon_{\lambda,h} \quad (3-89)$$

由式 (3-88) 和式 (3-89) 可知, 朗伯辐射体的方向全发射率和方向光谱发射率与方向无关, 且黑体的各种发射率均为 1, 也与方向无关, 因此黑体是朗伯辐射体。对于朗伯辐射体, 三种发射率  $\varepsilon_h$ 、 $\varepsilon(\theta)$  和  $\varepsilon_{\lambda}$  彼此相等。对于其他辐射源 (磨光的金属除外) 来说, 都在某种程度上接近于朗伯辐射体, 其三种发射率之间的差别通常都比较小, 以至于可以忽略。因而, 除在区别半球发射率和方向发射率时需要使用脚注外, 一般统一用  $\varepsilon$  来表示全发射率 (简称发射率), 而用  $\varepsilon_{\lambda}$  表示光谱发射率。如表 3-7 所示为几种常见材料的发射率。

表 3-7 几种常见材料的发射率

材 料			温度/°C	发射率	材 料			温度/°C	发射率
金属及其氧化物	铝	抛光板材	100	0.05	其他材料	砖	普通红砖	20	0.93
		普通板材	100	0.09		碳	烛烟	20	0.95
		铬酸处理的阳极化板材	100	0.55			表面挫平的石磨	20	0.98
		真空沉积的	20	0.04			混凝土	20	0.92
	黄铜	高度抛光的	100	0.03		玻璃	抛光玻璃板	20	0.94
		氧化处理的	100	0.61		漆	白漆	100	0.92
		用 80# 粗金钢砂磨光的	20	0.2			退光黑漆	100	0.97

(续表)

材 料			温度/°C	发射率	材 料			温度/°C	发射率
金属及其氧化物	铜	抛光的	100	0.05	其他材料	纸	白胶膜纸	20	0.93
		强氧化处理的	20	0.78		熟石膏	粗涂层	20	0.91
	金	高度抛光的	100	0.02		—	砂	20	0.9
		铁	抛光的铸件	40		0.21	—	人类的皮肤	32
	氧化处理的铸件		100	0.64		土壤	干土	20	0.92
	锈蚀严重的板材		20	0.69			含有饱和水的	20	0.95
	镁	抛光的	20	0.07		水	蒸馏水	20	0.96
	银	抛光的	100	0.03			平坦的水	-10	0.96
	不锈钢	18—8 型抛光的	20	0.16			霜晶	-10	0.98
		18—8 型在 800°C 温度下氧化的	60	0.85			雪	-10	0.85
	钢	抛光的	100	0.07		木材	刨光的栋木	20	0.9
		氧化处理的	200	0.79					
	锡	镀锡薄铁板	100	0.07					

### 3.8.2 物体发射率的变化规律

物体发射率的一般变化规律如下。

(1) 不同类物体的发射率不同。对于朗伯辐射体来说，三种发射率  $\varepsilon_h$ 、 $\varepsilon(\theta)$  和  $\varepsilon_n$  彼此相等；对于电绝缘体来说， $\varepsilon_h/\varepsilon_n$  在 0.95~1.05 范围内，其平均值为 0.98，但在  $\theta$  不超过  $70^\circ$  时， $\varepsilon(\theta)$  和  $\varepsilon_n$  仍然相等；对于导体来说， $\varepsilon_h/\varepsilon_n$  在 1.05~1.33 范围内，对大多数磨光金属，其平均值为 1.2，即半球全发射率比法向发射率高约 20%，当  $\theta$  超过  $45^\circ$  时， $\varepsilon(\theta)$  和  $\varepsilon_n$  的差别较明显。

(2) 金属的发射率较低，但它随温度的升高而升高，且当表面形成氧化层时，可以成 10 倍或更大倍数地升高。

(3) 非金属的发射率较高，一般大于 0.8，且随温度的升高而降低。

(4) 金属及其他非透明材料的辐射一般发生在表面几微米内，因此发射率是表面状态的函数，与尺寸无关。据此，涂敷或刷漆的表面发射率是涂层的特性，而不是基层表面的特性。对于同一种材料来说，只要样品表面条件不同，测得的发射率就会有差别。

(5) 材料的光谱发射率随波长的变化而变化，如图 3-13 所示。在红外线区，大多数材料的光谱发射率随波长的增大而降低。在对各种现象进行解释时，必须注意这一点。例如，白漆和涂料  $\text{TiO}_2$  等在可见光区有较低的发射率，但当波长超过  $3\mu\text{m}$  时，几乎相当于黑体。用它们覆盖的物体在太阳光下的温度相对较低，主要是因为它不仅反射了部分太阳光，而且几乎像黑体一样重新辐射所吸收的能量。而铝板在太阳光的直接照射下，相对温度较高，这是由于它在  $10\mu\text{m}$  波长附近有相当低的发射率，因此不能有效地辐射所吸收的能量。

值得注意的是，并不能完全根据人眼的观察来判断物体发射率的高低。例如，对雪来说，如表 3-7 所示，其发射率较高，为 0.85。但根据人眼的判断，雪是很好的漫反射体，或者说它的反射率高而吸收率低，所以它的发射率也低。其实，在雪所处的温度下的黑体峰值波长为  $10.5\mu\text{m}$ ，而且整个辐射能量的 98% 处于  $3\sim 70\mu\text{m}$  波段内。而人眼仅对  $0.5\mu\text{m}$  左右的波长敏感，不可能感觉到  $10\mu\text{m}$  波长处的情况，所以眼睛的判断是毫无意义的。另外，太阳可被



视为 6000K 的黑体, 其峰值波长为  $0.5\mu\text{m}$ , 而且整个辐射能量的 98% 处于  $0.15 \sim 3\mu\text{m}$  波段内, 因此被太阳照射的雪相当于吸收了  $0.5\mu\text{m}$  波段的辐射能, 而在  $10\mu\text{m}$  波段上重新辐射出去。

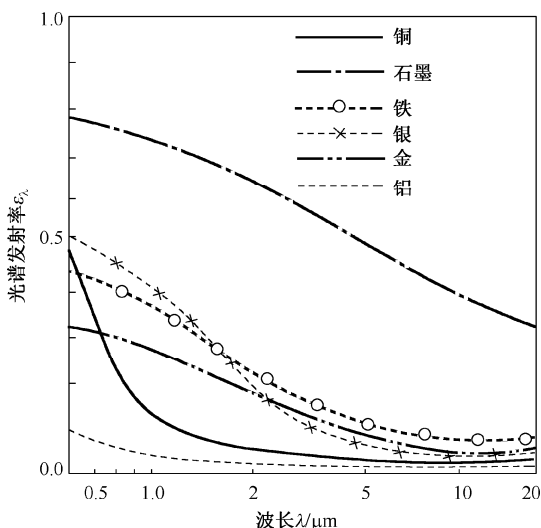


图 3-13 各种材料的光谱发射率

### 3.8.3 热辐射体的分类

根据光谱发射率的变化规律, 热辐射体通常被分为以下三类。

#### (1) 黑体或普朗克辐射体

黑体或普朗克辐射体的发射率、光谱发射率均等于 1。黑体的辐射特性遵循普朗克公式、维恩位移定律和斯蒂芬-玻尔兹曼定律。

#### (2) 灰体

灰体的发射率、光谱发射率均为小于 1 的不变常数。若用脚注  $g$  表示灰体的辐射量, 则

$$\begin{cases} M_g = \varepsilon M_{bb} \\ M_{\lambda g} = \varepsilon M_{\lambda bb} \\ L_g = \varepsilon(\theta) L_{bb} \\ L_{\lambda g} = \varepsilon(\theta) L_{\lambda bb} \end{cases} \quad (3-90)$$

式中,  $\varepsilon$  是发射率,  $L$  是对应的辐射亮度。

当灰体是朗伯辐射体时,  $\varepsilon(\theta) = \varepsilon$ 。于是, 适用于灰体的普朗克公式和斯蒂芬-玻尔兹曼定律的形式为

$$M_{\lambda g} = \varepsilon M_{\lambda bb} = \frac{\varepsilon c_1}{\lambda^5} (e^{c_2/\lambda T} - 1) \quad (3-91)$$

$$M_g = \varepsilon M_{bb} = \varepsilon \sigma T^4 \quad (3-92)$$

而维恩位移定律的形式不变。

#### (3) 选择性辐射体

选择性辐射体的光谱发射率随波长的变化而变化。

如图 3-14 和图 3-15 所示为三类辐射体的光谱发射率和光谱辐射出射度曲线。

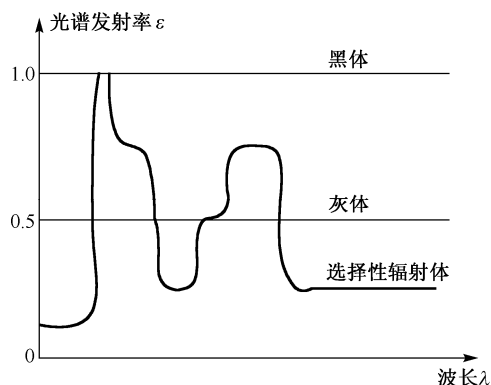


图 3-14 三类辐射体的光谱发射率曲线

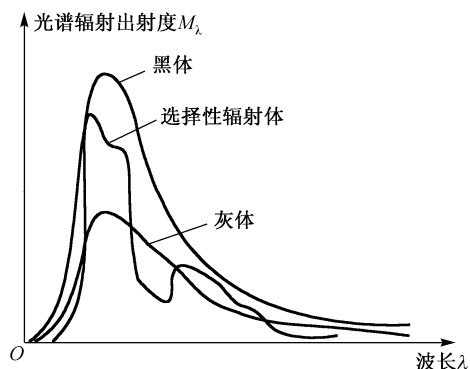


图 3-15 三类辐射体的光谱辐射出射度曲线

由图 3-14 与图 3-15 可知，黑体辐射的光谱分布曲线是各种辐射体曲线的包络线，这表明，在相同的温度下，黑体总的或任意的光谱区间的辐射比其他辐射体的都大。灰体的发射率是一个不变的常数，这一概念在红外辐射研究中非常有用，有些辐射源（如喷气机尾喷管、气动加热表面、无动力空间飞行器、人、大地及空间背景等）可以视为灰体，因此只要知道它们的发射率，就可根据相关的辐射规律进行准确的计算。灰体的光谱辐射出射度曲线与黑体的光谱辐射出射度曲线有相同的形状，但其发射率小于 1，所以在黑体曲线的下方。在有限的光谱区间，有时选择性辐射体也可被视为灰体来简化计算。

## 小 结

本章讨论了热辐射理论的基本定律，即基尔霍夫定律、普朗克辐射定律、维恩位移定律和斯蒂芬-波尔兹曼定律；介绍了黑体辐射的计算方法，引入辐射效率、辐射对比度等物理量来描述黑体辐射，并将任意物体的辐射特性与黑体辐射联系起来，为读者提供了完整的热辐射理论基础，方便对任意物体的辐射特性进行研究。本章内容将为后续章节中的红外目标仿真、红外成像技术的研究提供依据。

## 习 题

### 3-1 名词解释。

热辐射、辐射效率、辐射对比度、黑体、发射率。

### 3-2 填空题。

- (1) 物体的发光包括\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_等形式。
- (2) 普朗克公式揭示了物体热辐射的基本规律，波长范围包括\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。
- (3) 黑体的全辐射出射度与\_\_\_\_\_成正比，黑体的光子全辐射出射度与\_\_\_\_\_成正比。
- (4) 热辐射体通常可分为\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_三大类。
- (5) 在腔壁上开一个腔孔，腔孔的辐射出射度等于腔壁的总辐射照度，这说明\_\_\_\_\_。
- (6) 金属的发射率较低，但其随着\_\_\_\_\_的升高而增高，当金属表面形成\_\_\_\_\_层时，发射率成

10 倍地增高。

(7) 好的吸收体必然是好的\_\_\_\_\_体。

(8) 黑体的光谱辐射出射度与\_\_\_\_\_成正比, 黑体的光谱光子辐射出射度与\_\_\_\_\_成正比。

(9) 用于黑体辐射简化计算的两个函数分别是\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_函数。

(10) 在红外线区, 大多数材料的光谱发射率随波长的\_\_\_\_\_而降低。

(11) 普朗克公式在极限条件下, 当  $c_2/\lambda T \gg 1$  时, 其变为\_\_\_\_\_公式, 当  $c_2/\lambda T \ll 1$  时, 其变为\_\_\_\_\_公式。

(12) 对于朗伯辐射体, \_\_\_\_\_率、\_\_\_\_\_率和\_\_\_\_\_率三种发射率彼此相等。

3-3 根据普朗克公式, 黑体辐射具有哪些规律?

3-4 什么是物体的发射率? 它具有哪些变化规律?

3-5 简述黑体辐射的几条定律, 并讨论其物理意义。

3-6 黑体在某一温度时的辐射出射度为  $3.45 \times 10^5 \text{ W/cm}^2$ , 求这时光谱辐射出射度最大值所对应的波长  $\lambda_m$ 。

3-7 黑体辐射源的面积为  $1500 \text{ cm}^2$ , 当温度从  $700^\circ\text{C}$  升高到  $850^\circ\text{C}$  时, 辐射的功率增大了多少?

3-8 一灰体表面的吸收率为 0.4, 当温度为  $25^\circ\text{C}$  时, 求它在每秒内每平方厘米表面所发出的能量。

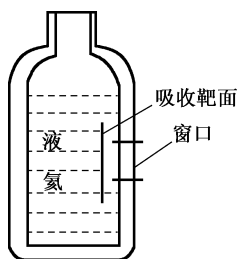
3-9 在一次原子弹爆炸中, 在直径为  $15 \text{ cm}$  球形的整个范围内产生  $1 \times 10^7^\circ\text{C}$  的温度。若按黑体辐射处理, 试计算:

(1) 在这个范围内的辐射能密度;

(2) 辐射的总功率;

(3) 辐射的最大能量所对应的波长。

3-10 如题 3-10 图所示的液氦低温恒温器, 吸收靶面表面黑化, 面积较大且紧挨窗口, 此液氦低温恒温器要接收环境的辐射, 当环境温度为  $300 \text{ K}$  时, 可近似视为黑体, 其窗口面积为  $1 \text{ cm}^2$ 。若液氦的汽化潜热为  $25.115 \text{ J/g}$ , 则每分钟消耗多少液氦?



题 3-10 图

3-11 已知普朗克公式, 试证  $\lambda_m \nu_m = 0.568c$ , 其中  $c$  为光速。

3-12 已知单位波长间隔的辐射出射度为  $M_{\lambda_{bb}}$ , 试证明  $0 \sim \infty$  整个波段范围内的光子数为

$$N = \frac{\sigma T^4}{2.75 K_B T}$$

3-13 试证明温度为  $T$  的黑体, 其单位表面积向半球空间内辐射的功率  $M_{\nu T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/K_B T} - 1}$ 。设  $\nu_m$

为  $M_{\nu T}$  极大值所对应的频率, 而  $\lambda'_m = c/\nu_m$ , 证明  $\lambda'_m T = 5099 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ 。并说明为什么在相同温度下,  $\lambda'_m$  与维恩位移定律中得到的  $\lambda_m$  值不同。

## 参 考 文 献

- [1] 张建奇. 红外物理[M]. 2版. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2013.
- [2] 石晓光, 宦克为, 高兰兰. 红外物理[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2013.
- [3] 叶玉堂, 刘爽. 红外与微光技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010.
- [4] 常本康, 蔡毅. 红外成像阵列与系统[M]. 修订版. 北京: 科学出版社, 2009.
- [5] 白廷柱, 金伟其. 光电成像原理与技术[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2006.
- [6] 谭吉春. 夜视技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
- [7] 张敬贤, 李玉丹, 金伟其. 微光与红外成像技术[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995.
- [8] 刘景生. 红外物理[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1992.
- [9] 陈衡. 红外物理学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985.
- [10] 卢杰, 薛占林, 张登杰. 红外物理基础中某些常数新值与新函数表(III) [J]. 哈尔滨科学技术大学学报, 1993, 17(1): 40-48.

电子工业出版社版权所有  
盗版必究