第 1 章　绪　论

内容提要　本章介绍信号与系统的基本概念、描述方法与分类，并简单说明本书的内容安排。

1.1　信号与系统

在人类社会发展过程中，人与外部世界不断地交换着信息。信息往往通过声、光、电等物理量来表示和传送，这些随着参数变化的物理量即可定义为信号。因此，信号是信息的具体表现形式，信息是信号的具体内容。

信号涉及的概念十分广泛，例如声音、图像、温度、湿度、压力、速度、位移、价格等都是信号，虽然物理表现形式不同，但是一般都包含了某个或某些现象的信息。如图 1.1(b)、(d)、(f)与(h)分别表示电压信号、温度信号、声音信号和图像信号。

信号不同的物理表现形式并不影响它们所包含的信息内容，而且不同物理形式之间可以相互转换。例如，图 1.1(e)中输入的语音信号本身是以声压变化表示的，它可以转换为以电压或电流变化表示的语音信号，也可以输入计算机转换为一组数据表示的语音信号（如图 1.1(f)所示），即所谓数字语音。它们仅仅在物理形式上不一样，但包含了同样的语音信息。

信号传输与信号变换需要依靠系统来完成。系统是由若干个相互关联又相互作用的事物按照一定规律组合而成的具有特定功能的整体。系统既可以仅由几个元件组成，又可以包括若干基本单元，如通信系统、计算机系统等均称为系统，人体也是一个复杂的系统。系统不仅可以由若干实际部件组成的硬件实现，也可以是软件实现的某种算法。图 1.1(a)、(c)、(e)与(g)是一些常见的系统。

各不相同的系统都有一个共同点，即：所有系统总是对施加于它的一组信号作出响应，产生另外的一组信号。系统的功能就体现为怎样的输入信号产生怎样的输出信号。图 1.1 的右侧信号就是左侧相应系统的输出信号。图 1.1 (a)是一个简单的低通滤波器，滤掉一部分输入信号的高频成分，图 1.1(c)的温度测试仪可以得到不同时刻的温度数据，图 1.1(e)将声音信号采集存储为数字语音信号，图 1.1(g)的数码相机将自然界的图像转换为数字图像。

1.2　信号的描述与分类

1.2.1　信号的描述

信号是随着参数变化的物理量。在数学描述上，信号可以表示为一个或多个独立变量的函数，其中变量可以是时间、空间、频率或者其他参数。因此，在信号分析与处理中，“信号”和“函数”两词常常通用。例如，语音信号可以表示为声压随时间变化的函数 $x(t)$，黑白照片可以表示为亮度随空间位置变化的函数 $x(m,n)$，图 1.1(h)的彩色照片可以表示为 RGB 三基色随空间位置变化的函数 $x(m,n)=[x_{\mathrm{R}}(m,n), x_{\mathrm{G}}(m,n), x_{\mathrm{B}}(m,n)]$。

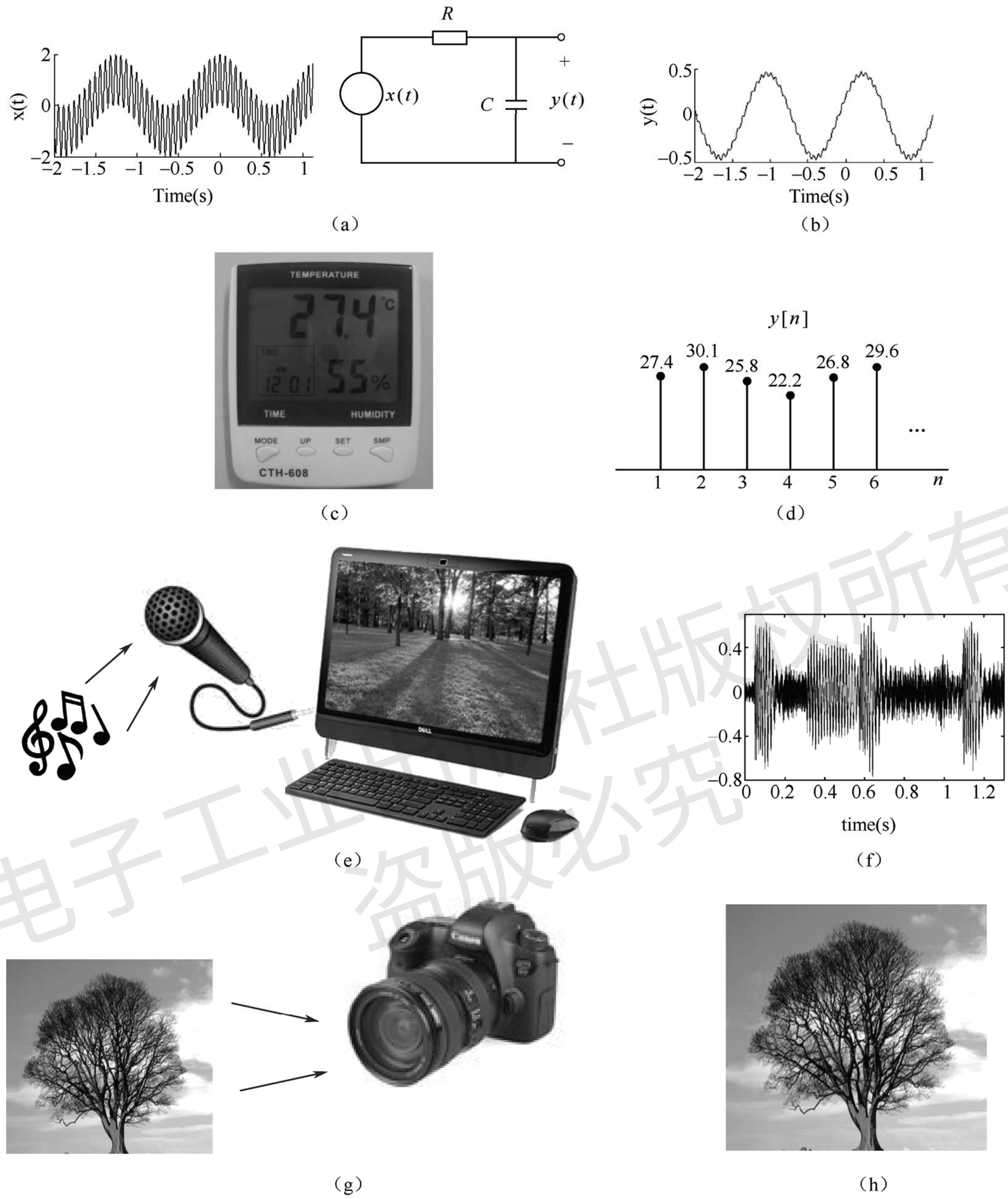


图 1.1　信号与系统范例

不失一般性，本书中仅限于单一变量的函数，而且为方便起见，以后在讨论中一般总是用时间来表示自变量，尽管在某些具体应用中自变量未必是时间。

除了函数表达式以外，也经常用函数的几何图形来直观形象地表示信号，即函数的波形。随着信号理论的深入，还可以用频谱分析、各种正交分解等其他形式来描述和研究信号。

1.2.2　信号的分类

在信号与系统分析中，从不同的研究角度出发，信号可以有多种分类方法。

1. 确定信号与随机信号

按照信号的确定性划分，信号可以分为确定信号与随机信号。

若信号的函数表达式或者几何图形是完全知道的，则信号称为确定信号，例如我们熟悉的正弦信号。若信号没有精确的物理描述，只能通过统计规律（如均值或均方根）来描述，则这种信号称为随机信号。本书主要针对确定信号进行分析，随机信号的分析留待后续课程解决。

☞**注释：**完全确定的信号无法获得新的信息，而且信号在传递过程中不可避免地受到随机噪声和干扰的影响，实际信号都是随机的。在一定条件下，随机信号也会表现出某种确定性。因此，研究确定信号具有重要意义，在此基础上才能根据随机信号的统计特性进一步研究随机信号。

2. 连续时间信号与离散时间信号

按照信号自变量取值的连续性划分，信号可以分为连续时间信号与离散时间信号。

如果信号的自变量是连续可变的，除若干个不连续点以外，任意自变量都对应确定的函数值，则此信号称为连续时间函数。本书通常以 $x(t)$ 的形式表示连续时间信号，以声压、电压或电流表示的语音信号均为连续时间信号。图 1.1(a)所示系统的输入 $x(t)$ 与输出 $y(t)$ 为连续时间电压信号。

如果信号的自变量是离散取值的，只在某些不连续的时间值上给出函数值，在其他时间没有定义，则此信号称为离散时间信号，有时称为离散时间序列。离散时刻可以均匀间隔，也可以不均匀间隔，但一般采用均匀间隔。本书通常以整数序号 n 表示离散时间信号的自变量，仅在自变量 $n=\cdots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\cdots$ 离散时刻给出函数值，函数符号写作 $x[n]$ 的形式。图 1.1(d) 对应的温度信号 $y[n]$ 即为离散时间信号。

在实际问题中有两类离散时间信号：一类是自变量本身就是离散的现象，例如人口统计中的一些数据、学生每学期成绩、股票市场指数等；另一类是通过对连续时间信号以某种方式获取的样本形成的离散时间信号，例如音频采样信号。通过采样可以将连续时间信号与离散时间信号的概念结合起来，如图 1.2(a)、(c)所示，连续时间信号 $x_1(t)$ 按照间隔 T 进行采样获得离散时间信号 $x_1[n]$ 。

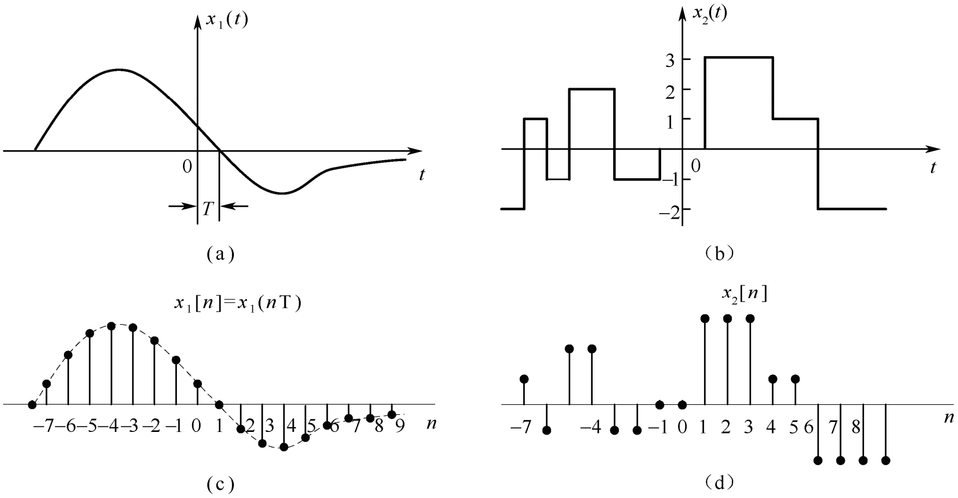


图 1.2　信号举例

3. 模拟信号与数字信号

按照信号幅值的连续性划分，信号可以分为模拟信号与数字信号。

信号的幅度能在某一连续范围内取任意值的信号称为模拟信号，意味着模拟信号的幅度可以取无穷多个值。信号的幅度仅能取有限个值的信号称为数字信号，与数字计算机相关的信号是数字信号。

连续时间与模拟的概念常常产生混淆，离散时间与数字的概念也不相同。图 1.2(a)、(b)所示的 $x_1(t)$、$x_2(t)$ 分别为连续时间模拟信号与数字信号，图 1.2(c)、(d)所示的 $x_1[n]$、$x_2[n]$ 分别为离散时间模拟信号与数字信号。可见，模拟信号未必是连续时间信号，数字信号也未必是离散时间信号。

□☞**注释**：拉兹教授所著教材《线性系统与信号》（牛津大学出版社）特别强调指出：“连续时间与离散时间是根据信号沿时间轴的特征来认定的，而模拟和数字则是根据信号的幅度属性判定的。”

4. 周期信号与非周期信号

按照信号是否具有周期重复性划分，信号可以分为周期信号与非周期信号。

周期信号是定义在 $(-\infty,+\infty)$，每隔一定时间间隔重复变化的函数。非周期信号在时间上不具有周而复始的特性。

连续时间周期信号定义为：存在一个正值 T，对全部 t 来说，有

$$x(t) = x(t+T) \tag{1.1}$$

则 $x(t)$ 是周期信号，周期为 T，周期 T 中最小的正值 T_0 称为基波周期。

我们熟悉的连续时间正弦信号 $x(t)=\sin(\omega_0 t+\theta)$ 是典型的周期信号，周期 $T=\left|\dfrac{2k\pi}{\omega_0}\right|$，其中 $k=\pm1,\pm2,\cdots$，基波周期为 $T_0=\left|\dfrac{2\pi}{\omega_0}\right|$。

多个连续时间周期信号之和未必是周期信号。例如，$\sin(2t)$、$\cos t$ 与 $\sin(2\pi t)$ 均为周期信号，基波周期分别为 π、2π 与 1，则 $x_1(t)=\sin(2t)+\cos t$ 是周期的，其基波周期 $T_0=2\pi$，而 $x_2(t)=\sin(2t)+\sin(2\pi t)$ 却是非周期的，因为 $\sin(2t)$ 与 $\sin(2\pi t)$ 这两个周期信号没有公共的周期。

□☞**注释**：多个连续时间周期信号之和仍为周期信号的条件是：各个周期信号的基波周期之比为有理数。

离散时间周期信号定义为：存在一个正整数 N，对全部 n 来说，有

$$x[n] = x[n+N] \tag{1.2}$$

则 $x[n]$ 是周期信号，周期为 N，周期 N 中最小的正值 N_0 称为基波周期。

离散时间正弦信号可以认为是对连续时间正弦信号采样而获得的，具有类似的数学表达式，但周期性却未必相同。仅当 $\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ 为有理数时，$x[n]=\sin(\omega_0 n+\theta)$ 才具有周期性。例如，$x_1[n]=\sin(\dfrac{\pi}{3}n)$ 是周期信号，基波周期为 $N_0=6$，而 $x_2[n]=\sin n$ 却是非周期的，如图 1.3 所示。

□☞**注释**：虽然在实际中不能产生一个真正无始无终的周期信号，但是在后续各章中会发现，无始无终的周期复指数信号与正弦信号在信号与系统分析中充当着非常重要的角色。同时，非周期信号可以理解为周期趋于无穷大的周期信号，周期信号的研究结论可以推广应用到非周期信号。

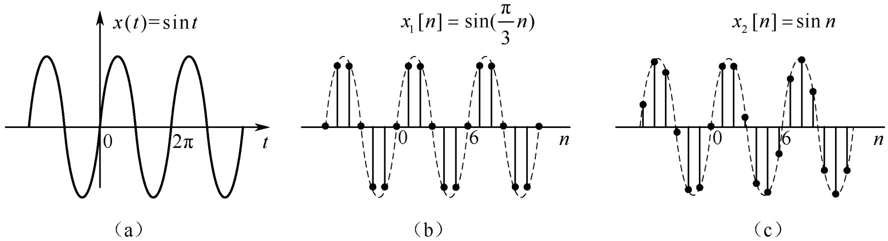


图 1.3　连续时间正弦信号与离散时间正弦信号的周期性

5. 能量信号与功率信号

按照信号的可积性或可和性划分，信号可以分为能量信号与功率信号。

对于连续时间信号 $x(t)$ 而言，其总能量定义为 $|x(t)|^2$ 下的总面积，即

$$E_\infty = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}|x(t)|^2\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2\,\mathrm{d}t \tag{1.3}$$

离散时间信号 $x[n]$ 的总能量定义为

$$E_\infty = \lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}|x[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x[n]|^2 \tag{1.4}$$

总能量 E_∞为有限值的信号称为能量信号。信号能量有限才能度量信号的大小，对于信号能量无穷大的情况，我们只能考虑信号能量的时间平均，即信号的平均功率。

连续时间信号 $x(t)$ 的平均功率定义为信号幅度平方的时间平均，也就是 $x(t)$ 的均方值，即

$$P_\infty = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|x(t)|^2\,\mathrm{d}t \tag{1.5}$$

P_∞的开方根就是大家熟悉的均方根。

类似地，离散时间信号 $x[n]$ 的平均功率定义为

$$P_\infty = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x[n]|^2 \tag{1.6}$$

能量信号的平均功率为零。平均功率 P_∞为非零有限值的信号称为功率信号。功率信号具有无限大的能量，例如周期信号。周期信号的平均功率可以在一个周期内平均计算获得。一个信号不可能既是能量信号又是功率信号，但可能既不是能量信号也不是功率信号。

【例 1.1】 判断下列信号是否为能量信号、功率信号。

(1) $x_1(t) = C\cos(\omega_0 t+\theta)$　　(2) $x_1[n] = \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi n/8+\pi/8)}$

(3) $x_2(t) = \mathrm{e}^{-t}$　　(4) $x_2[n] = \begin{cases}(1/2)^n & n\geqslant 0\\ 0 & n<0\end{cases}$

解　(1)　$x_1(t)$ 是基波周期为 $T_0 = 2\pi/\omega_0$ 的周期信号，其能量与功率分别为

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{+\infty}|x_1(t)|^2\,\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{+\infty}C^2\cos^2(\omega_0 t+\theta)\,\mathrm{d}t \to \infty$$

$$P_\infty = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|x_1(t)|^2\,\mathrm{d}t = \frac{\omega_0}{2\pi}C^2\int_{-\pi/\omega_0}^{\pi/\omega_0}\left[\frac{1+\cos(2\omega_0 t+2\theta)}{2}\right]\mathrm{d}t = C^2/2$$

能量无限而功率非零有限，因此 $x_1(t)$ 是功率信号。同时看出，正弦信号的功率与频率、相位均无关。

(2) $x_1[n]$ 是离散时间周期信号，基波周期 N_0=16，其能量与功率分别为

$$E_\infty=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x_1[n]|^2=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi n/8+\pi/8)}|^2=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}1\to\infty$$

$$P_\infty=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x_1[n]|^2=\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x_1[n]|^2=\frac{1}{16}\sum_{n=<16>}|\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi n/8+\pi/8)}|^2=\frac{1}{16}\sum_{n=<16>}1=1$$

能量无限而功率非零有限，因此 $x_1[n]$ 是功率信号。

(3) $x_2(t)$ 是非周期信号，其能量与功率分别为

$$E_\infty=\int_{-\infty}^{+\infty}|x_2(t)|^2\,\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{+\infty}|\mathrm{e}^{-t}|^2\,\mathrm{d}t\to\infty$$

$$P_\infty=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|x_2(t)|^2\,\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\mathrm{e}^{-2t}\,\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\frac{\mathrm{e}^{2T}-\mathrm{e}^{-2T}}{2}\to\infty$$

能量和功率都是无限的，因此 $x_2(t)$ 既不是能量信号也不是功率信号。

(4) $x_2[n]$ 是非周期信号，其能量与功率分别为

$$E_\infty=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x_2[n]|^2=\sum_{n=0}^{+\infty}\left|(1/2)^n\right|^2=\sum_{n=0}^{+\infty}(1/2)^{2n}=\sum_{n=0}^{+\infty}(1/4)^n=\frac{1}{1-1/4}=4/3$$

$$P_\infty=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x_2[n]|^2=0$$

能量有限而功率为 0，因此 $x_2[n]$ 是能量信号。

6. 一维信号与多维信号

按照信号自变量的维数划分，信号可以分为一维信号与多维信号。

语音信号可表示为声压随时间变化的函数 $x(t)$，这是一维信号。黑白照片可以表示为亮度随空间每个像素点位置变化的函数 $x(m,n)$，这是二维信号。动态图像除了考虑空间位置，还要考虑时间变量，是三维函数。本书一般情况下只研究一维信号。

1.3 系统的描述与分类

1.3.1 系统的描述

系统是由若干个相互关联又相互作用的事物按照一定规律组合而成的具有特定功能的整体。为了研究系统分析与系统实现的理论和方法，首先介绍系统的数学模型和描述方法，建立系统研究的分析体系。

系统的数学模型就是指系统特性的一种数学抽象和数学描述，具体地说，就是用某种数学关系或具有基本特性的符号组合图形来描述系统的特性。例如，图 1.4(a)所示的电阻器可看作一个系统，若输入为电流 $i(t)$，输出为电压 $u(t)=Ri(t)$；图 1.4(b)所示理想变压器输入为电压 $u_1(t)$，输出为电压 $u_2(t)=\dfrac{N_2}{N_1}u_1(t)$；图 1.4 (c)所示放大器输入为电流 $u_\mathrm{i}(t)$，输出为电压 $u_\mathrm{o}(t)=Gu_\mathrm{i}(t)$，其中 G 为放大器增益；图 1.4(d)所示的扩音器输入为电流 $i(t)$，输出为声压 $p(t)=ki(t)$，其中 k 为扩音器比例系数。

这些系统的基本特性都表示为各自的输入信号与输出信号的一个表达式。若忽略各自输入和输出信号的不同物理量纲，都用 $x(t)$ 表示输入信号，$y(t)$ 表示输出信号，这 4 个系统的输出

信号与输入信号的关系都可写成

$$y(t) = Cx(t) \tag{1.7}$$

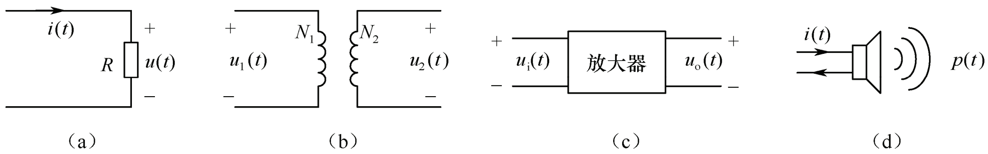


图 1.4　简单系统

例如，为了滤除信号中的随机干扰，可对信号做平滑处理，即输出 $y(t)$与输入 $x(t)$之间关系为

$$y(t) = \frac{1}{T}\int_{t-T/2}^{t+T/2} x(\tau)\,\mathrm{d}\,\tau = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t-\tau)\,\mathrm{d}\,\tau \tag{1.8}$$

即该系统在每一时刻 t 的输出，等于该时刻前后区间为 $(t-\frac{T}{2},t+\frac{T}{2})$ 的输入信号的平均值。

离散系统中也有对偶情况，如股票分析和统计学研究中，若关注的是某个数据的变化趋势，为了去除某些偶然因素造成的随机起伏，也可对信号做平滑处理，则输出 $y[n]$ 与输入 $x[n]$ 之间关系为

$$y[n] = \frac{1}{2N+1}\sum_{k=-N}^{N} x[n-k] \tag{1.9}$$

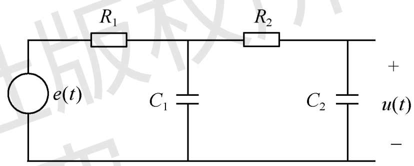


图 1.5　RC 电路系统

若研究图 1.5 所示系统，可将激励电压 $e(t)$ 看作系统的输入信号，电容 C_2 上的电压 $u(t)$ 看作系统的输出信号，得方程

$$\frac{\mathrm{d}^2 u(t)}{\mathrm{d}t^2} + (\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} + \frac{1}{R_2C_2})\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{u(t)}{R_1R_2C_1C_2} = \frac{e(t)}{R_1R_2C_1C_2} \tag{1.10}$$

当 R_1、R_2、C_1、C_2 确定时，上式是一个二阶线性常系数微分方程。

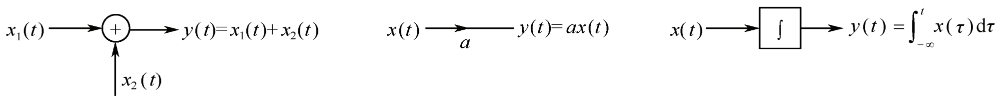
在离散时间系统中的一个例子是人口增长模型。假设某一地区第 n 年人口为 $y[n]$，人口净增长率为 k，第 n 年从外地迁入人口数为 $x[n]$，若以每年迁入人口 $x[n]$ 为系统输入，总人口 $y[n]$ 为系统输出，则系统输入/输出满足的方程为

$$y[n] - (k+1)y[n-1] = x[n] \tag{1.11}$$

无论是将输出信号直接表示为输入信号的函数形式，还是用方程来描述输入信号与输出信号之间的内在联系，都是着眼于输入与输出之间的关系，称为输入/输出描述法，适合于单输入单输出系统。状态空间描述法既可以描述输入与输出之间的关系，还可以描述系统内部的状态，将在第 10 章详细讨论。

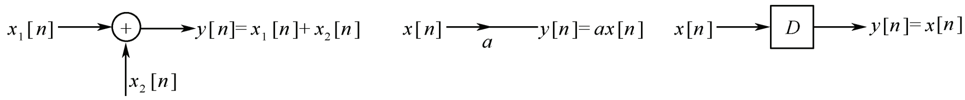
□☞**注释：**由上述讨论看到，许多看起来完全不同的系统却有着相同的数学模型，其系统功能或特性可用同样的数学描述来表征，反之，一种数学模型的描述对应着不同的系统。因此，信号与系统的理论和方法在广泛的工程技术领域中具有普遍意义。

除了利用数学表达式描述系统模型以外，也可以借助方框图表示系统模型。每个方框图单元反映某种数学运算，描述该单元中输入与输出的关系。若干个方框图单元组成一个完整的系统。图 1.6 为线性微分方程的基本单元，包括相加、数乘和积分（或微分），图 1.7 为线性差分方程的基本单元，包括相加、数乘和单位延迟。



（a）相加　　（b）数乘　　（c）积分

图 1.6　线性微分方程的基本单元



（a）相加　　（b）数乘　　（c）单位延时

图 1.7　线性差分方程的基本单元

利用基本运算单元给出系统方框图的方法又称为系统仿真（或模拟）。

1.3.2　系统的分类

在信号与系统分析中，系统分类错综复杂，既可以按照输入信号与输出信号的特点进行分类，还可以按照下一章介绍的系统基本性质进行分类。

若系统的输入与输出均是连续时间信号，此系统称为连续时间系统，可用图 1.8(a)表示，图中 $x(t)$与 $y(t)$分别表示输入与输出，也常常用下列符号来表示连续时间系统的输入/输出关系

$$x(t) \to y(t) \tag{1.12}$$

若系统的输入与输出均是离散时间信号，此系统称为离散时间系统，可用图 1.8(b)表示，图中 $x[n]$与 $y[n]$分别表示输入与输出，也常常用下列符号来表示离散时间系统的输入/输出关系

$$x[n] \to y[n] \tag{1.13}$$

（a）　　（b）

图 1.8　连续时间系统与离散时间系统

图 1.1(a)的 RC 电路就是连续时间系统，而人口问题是离散时间系统。连续时间系统的数学模型是微分方程，离散时间系统的数学模型是差分方程。

本书将并行地讨论这两类系统，后续采样的概念将这两类系统联系起来。采样系统的输入与输出分别是连续时间信号和离散时间信号，有时将这类系统称为混合系统。同理，输入与输出分别是离散时间信号和连续时间信号的系统亦称为混合系统。

按照系统的输入信号与输出信号数目，系统可以分为单输入单输出系统和多输入多输出系统，前面提及的相加基本单元，分别有两个输入和一个输出，是最简单的多输入多输出系统。

按照系统中信号的维数，系统可以分为一维系统和多维系统，一维系统所得出的许多概念和分析方法都可推广到多维系统中，如图像处理系统。

第 2 章将介绍系统的线性、时不变性、因果性、稳定性、记忆性和可逆性等基本性质，据此可将系统进行相应的分类。本书主要讨论同时具备线性和时不变性的系统，称为线性时不变（Linear Time-Invariant，LTI）系统。

1.4 本书内容安排

信号与系统理论范围广泛、内容丰富，主要包括信号分析、信号处理、系统分析与系统综合等方面。一般而言，信号分析和系统分析是信号与系统领域的理论基础。本书主要研究确定信号分析与 LTI 系统分析的基本概念与基本方法，为后续的信号处理与系统综合奠定基础。

分析方法大体分为时域法与变换域法。时域法直接分析以时间为自变量的函数形式，物理概念明确，而且随着计算机技术和各种算法工具的出现，不再受到运算烦琐的制约；变换域法包括频域法和复频域法，将时间自变量函数变换为相应变换域的某种变形函数，由于可将时域分析中微积分运算转换为代数运算，卷积运算转换为乘法，在解决实际问题时有很多方便之处。

本书按照先时域后变换域、连续与离散并行的顺序研究信号与系统的基本分析方法，如图 1.9 所示，并简单介绍这些方法的 MATLAB 实现，最后探讨状态变量分析法。

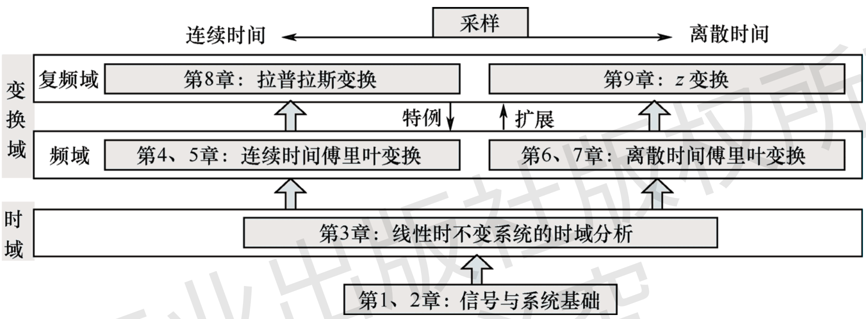


图 1.9　本书主要内容框架图

1.5 本 章 小 结

1. 信号与系统的基本概念

信号是信息的具体表现形式，是随着参数变化的物理量。信号不同的物理表现形式并不影响它们所包含的信息内容，而且不同物理形式之间可以相互转换。

系统是由若干个相互关联又相互作用的事物按照一定规律组合而成的具有特定功能的整体。信号传输与信号变换依靠系统来完成。所有系统总是对施加于它的输入信号作出响应，产生另外的输出信号，系统的功能就体现为怎样的输入信号产生怎样的输出信号。

2. 信号的描述与分类

在数学描述上，信号可以表示为一个或多个独立变量的函数；形态上，信号表现为一种随变量变化的波形。

在信号与系统分析中，从不同的研究角度出发，信号可分为确定信号与随机信号、连续时间信号与离散时间信号、模拟信号与数字信号、周期信号与非周期信号、能量信号与功率信号、一维信号与多维信号等。

3. 系统的描述与分类

在描述系统时，通常采用输入/输出描述法或状态空间描述法；除了利用数学表达式描述系统模型以外，也可以借助方框图表示系统模型。

在信号与系统分析中，系统可分为连续时间系统与离散时间系统、单输入单输出系统与多输入多输出系统、一维系统与多维系统，还可以按照后述的线性、时不变性、记忆性、因果性、稳定性、可逆性等系统基本性质进行分类。

习 题 1

1.1 判断下列连续时间信号的周期性，若是周期信号，确定其基波周期。

(1) $x(t)=\sin(t+\pi/3)$

(2) $x(t)=2\cos(4t+1)-\sin(10t-1)$

(3) $x(t)=\cos^2 t$

(4) $x(t)=\cos(\pi t)+2\sin(\sqrt{3}\pi t)$

1.2 判断下列离散时间信号的周期性，若是周期信号，确定其基波周期。

(1) $x[n]=\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi n/4)}$

(2) $x[n]=1+\mathrm{e}^{\mathrm{j}(4\pi n/3)}-\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi n/5)}$

(3) $x[n]=\cos^2(\pi n/8)$

(4) $x[n]=\cos(n/2)\cos(\pi n/4)$

1.3 求下列信号的能量与功率，判断是否为能量信号、功率信号，或者两者都不是。

(1) $x(t)=\mathrm{e}^{-2t}$， $t>0$

(2) $x(t)=10t$， $t\geqslant 0$

(3) $x(t)=10\cos(5t)\cos(10t)$

(4) $x[n]=2^n$， $-3\leqslant n\leqslant 3$

(5) $x[n]=(1/2)^n$

(6) $x[n]=\cos(\pi n/4)$

1.4 判断下列说法是否正确，并说明理由。

（1）非周期信号都是能量信号。

（2）一个能量信号与一个功率信号之和为能量信号。

（3）一个能量信号的幅度增加为 2 倍，则能量增加为 4 倍。

（4）一个能量信号必是有限持续期的。

（5）若一个信号不是能量信号，必是功率信号，反之亦然。

（6）两个互不重叠的能量信号相加，其能量等于各自能量之和。

1.5 证明：一个信号 $x(t)=\sum\limits_{k=m}^{n}A_k\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k t}$ 的功率是 $P_x=\sum\limits_{k=m}^{n}|A_k|^2$ 。（假设所有频率均不相同，即 $i\neq k$ 时 $\omega_i\neq\omega_k$ ）