第 1 章　直流电阻电路分析

提到电路，大家并不陌生。人类进入电气时代已经一个半世纪了，电灯、电扇、电冰箱、电话、手机、计算机等，无数改变了我们生活面貌的发明创造，都要依赖于电路来实现。可以说，各种电路设备对于人类社会已经不可或缺。

那么，这些纷繁复杂的各类电路遵循着哪些共性的规律呢？又需要哪些分析方法呢？电路理论即研究电路的基本规律及基本分析方法的工程学科，它起源于物理学中电磁学的一个分支，若从欧姆定律（1827 年）和基尔霍夫定律（1845 年）的发表算起，至今至少已有 160 多年的历史。电路理论通常指电路分析和电路综合与设计两个分支。电路分析是根据已知的电路结构和元件参数，在电源或信号源（可统称为激励）作用下，分析计算电路的响应（计算电压、电流和功率等），以讨论给定输入下电路的特性。电路综合与设计是电路分析的逆命题，即根据所提出的对电路性能的要求，确定给定输入和输出下合适的电路结构和元件参数。另外，由于电子元件与设备的规模扩大，促进了故障诊断理论的发展，因而故障诊断理论被人们视为继电路分析和电路综合与设计之后电路理论的一个新的分支，它指预报故障的发生及确定故障的位置、识别故障元件的参数等技术。电路综合与设计、故障诊断都是以电路分析为基础的。

本课程在电路理论中主要研究电路分析这一分支。作为电路理论的基础和入门，本书前三章主要讨论电路分析的基本规律和电路的各种分析计算方法。

本章讨论电路的基本概念与基本定律、直流电阻电路的各种分析方法。

1.1　实际电路与电路模型

1.1.1　实际电路的组成与功能

电路是电流的通路，它是为了某种需要由某些元器件或电气设备按一定方式组合起来的。电路的结构形式和所能完成的任务是多种多样的，它的一种作用是实现电能的传输、分配和转换，如电力系统完成电能的传输和分配。如图 1-1 所示为手电筒电路，可完成能量的转换功能。

图 1-1 所示的手电筒电路由灯泡、开关、导线、电池等连接而成，可归纳为电源、负载和中间环节三个组成部分。电池是一种常用的电源，为电路提供电能。灯泡是负载，是取用电能器件，把电能转换为光能。导线、开关等称为中间环节，是连接电源和负载的部分，起传输和控制作用。

电路的另一种作用是传递和处理信号。常见的一个例子如扩音器，其电路示意图如图 1-2 所示。先由话筒把语音或音乐等（通常称为信息）转换为相应的电压和电流（称为电信号），而后通过放大电路传递到扬声器，把电信号还原为语音或音乐等。由于由话筒输出的电信号比较微弱，不足以推动扬声器发音，因此中间还要用放大电路来放大。信号的这种转换和放大称为信号处理。事实上，为使信号转换和放大，中间的放大电路中还需加有类似电池的直流电源，否则就不能正常工作。

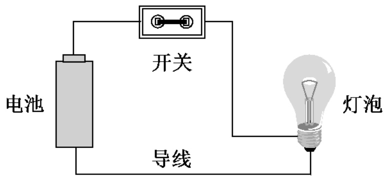


图 1-1

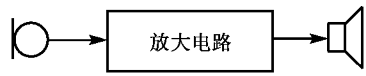


图 1-2

在图 1-2 中，话筒是输出信号的设备，称为信号源，但与上述的电池电源不同，信号源输出的电信号（电压和电流）的变化规律是取决于所加信息的。扬声器是接收和转换信号的设备，也就是负载。

信号传递和处理的例子很多，如收音机和电视机，它们的接收天线（信号源）把载有语音、音乐、图像等信息的电磁波接收后转换为相应的电信号，而后通过电路将信号进行传递和处理（调谐、变频、检波、放大等），送到扬声器和显像管（负载），还原为原始信息。

1.1.2 电路模型

实际电路中使用的电路元器件一般都和电能的消耗现象及电磁能的储存现象有关，这些现象交织在一起并发生在整个部件中。如果把这些现象或特性全部加以考虑，就给分析电路带来了困难。因此，必须在一定条件下，忽略它的次要性质，用一个足以表征其主要电磁性能的模型来表示，以便进行定量分析。

当实际电路尺寸远小于其使用时最高工作频率所对应的波长时（这个条件称为集总假设），可以定义出几种理想元件，用来构成实际部件的模型。在集总假设条件下，每种理想元件只反映一种基本电磁现象，其电磁过程分别集中在各元件内部进行，且可由数学方法精确定义，这样的元件称为集总参数元件，简称集总元件。例如，电阻元件表征消耗电能的特性，电容元件表征储存电场能量的特性，电感元件表征储存磁场能量的特性。这三种理想元件模型如图 1-3 所示。

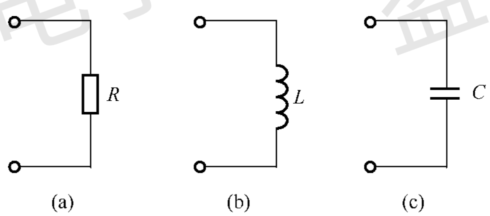


图 1-3

电路模型即是在集总假设条件下实际电路的科学抽象和足够精确的数学描述。电路理论中所说的电路一般是指由一些理想元件按一定方式连接组成的总体（电路模型），也称集总参数电路，即由集总元件构成的电路。

不同的实际部件，只要具有相同的主要电磁性能，在一定条件下可用同一个模型表示。例如，电灯、电扇、电吹风、电阻器等都是以消耗电能为主的元件和设备，因此都可以将其用理想电阻元件模型来代替。同一个实际部件在不同的条件下，它的模型也可以有不同的形式。例如，实际电感器在不同条件下的模型如图 1-4 所示。

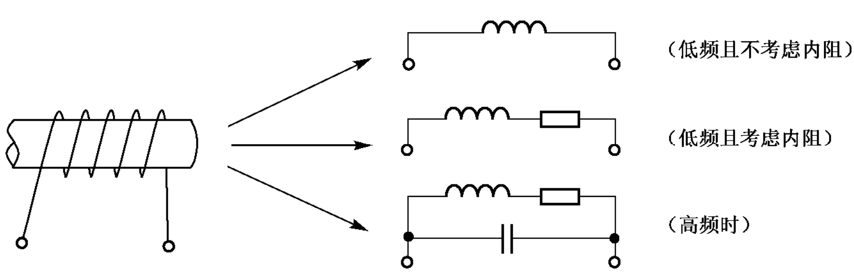


图 1-4

将实际电路中的各个部件用其电路模型表示，这样画出的图即为实际电路的电路模型，亦称电路原理图。如图 1-1 所示的手电筒电路，就可抽象为如图 1-5 所示的电路模型。本课程进行电路分析的对象主要是电路模型。

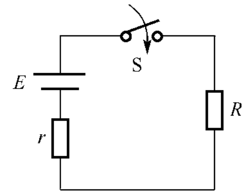


图 1-5

相反，不满足集总假设的电路则不能用上述电路模型表示。例如，我国电力系统供电的频率为 50Hz，对应的波长为 6000km，而输电网络的距离动辄数千公里，其尺寸与所供电的波长相差不大。类似这些情况不能按照集总参数电路去分析。

思考与练习

1.1-1　实际电路的基本功能主要包括几类？在本教材所举的例子之外各举 2 个实例。

1.1-2　电路的主要组成部分是什么？常见的理想元件有哪些？

1.2　电路基本变量

电路的电性能通常可以用一组变量来描述，电路分析的任务在于解得这些变量。电路分析的基本变量是：电流、电压和功率。电压和电流都易于测定，其中功率又可由电压、电流算得。因此，电路分析问题往往侧重于求解电流和电压。

1.2.1　电流

电荷有规则的定向运动，形成传导电流。金属导体中的大量自由电子在外电场的作用下逆电场运动而形成电流，电解液中带电离子做规则的定向运动形成电流。

电流是电流强度的简称，定义为单位时间内通过导体横截面的电荷量，一般用字母 i 表示，即

$$i(t)=\frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} \qquad (1.2\text{-}1)$$

在国际单位制中，电荷量的单位是库仑（C），时间的单位是秒（s），电流的单位是安培，简称安，常用字母 A 来表示。实际应用中，该单位有时过小或过大，可在其前适当加词头，形成十进倍数单位和分数单位，如 mA、μA、kA 等。

由于电流的本质是电荷的定向流动，因此电流是有方向的。实际电路中流动的电荷可能是正电荷（如电解质溶液中的正离子）或负电荷（如电解质溶液中的负离子以及导线中的自由电子），但习惯上规定正电荷流动的方向为电流的方向，并称为电流的真实方向或实际方向。

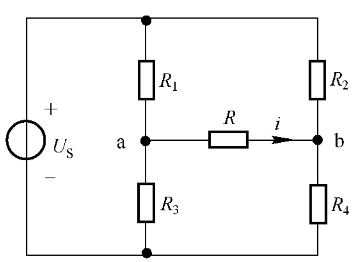


图 1-6

在实际问题中，电流的真实方向往往在电路图中难以判断。如图 1-6 所示，电阻 R 上的电流实际方向不是一看便知的，但它的实际方向无非是 a 流向 b 或 b 流向 a。因此，可以像其他代数量问题一样任意假设正电荷的运动方向，这种假定的正电荷运动方向称为电流的参考方向，用箭头标在电路图上，或用双下标表示（如 i_{ab} 表示电流从 a 点流向 b 点），并

以此为准去分析计算。对电路进行计算的结果不外乎以下三种：$i>0$、$i=0$和$i<0$。其中，$i>0$代表电流的真实方向与参考方向相同，$i<0$则代表电流的真实方向与参考方向相反。因此，电流值的正负是以设定了参考方向为前提的，如果没有设定参考方向，则电流值的正负符号没有任何意义。

如果一个电流的大小和方向均不随时间而改变，则称其为直流电流，常用 DC（Direct Current）表示，如图 1-7(a)所示。如果一个电流的大小和方向随时间而改变，则称其为时变电流，如图 1-7(b)所示。如果时变电流的大小和方向均做周期性变化且均值为零，则称其为交变电流，简称交流，常用 AC（Alternating Current）表示，如图 1-7(c)所示。

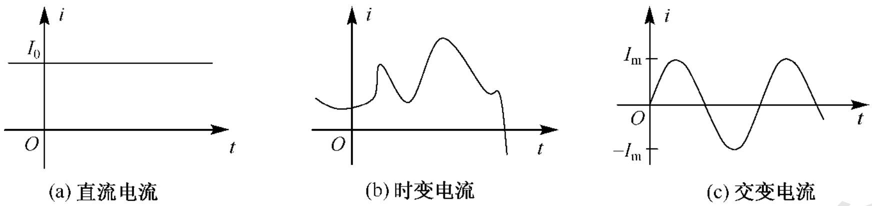


图 1-7

1.2.2 电压

电荷在电路中流动，就必然发生能量的交换。电荷可能在电路的某处获得能量而在另一处失去能量。因此，电路中存在着能量的流动，电源一般提供能量，有能量流出，电阻等元件吸收能量，有能量流入。为便于研究问题，引入了“电压”这一物理量。

在电路理论中，电压定义为将单位正电荷从一点移到另一点时电场力所做的功。电压用字母 u 表示，即

$$u(t)=\frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}q} \qquad (1.2\text{-}2)$$

在国际单位制中，功的单位是焦耳（J），电压的单位是伏特，简称伏，用字母 V 表示。实际应用中，该单位有时过小或过大，可在其前适当加词头，形成十进倍数单位和分数单位，如 mV，μV，kV 等。

与电流一样，电压也是有方向的。实际电路中，电压的方向不同，将电荷从一点移动到另一点时的做功情况也可能不同，既可能是电场力对外做功（如电灯发光），也可能是外力对电场力做功（如蓄电池充电）。通常规定电位降落的方向为电压的真实方向或实际方向，而把高电位端标为“+”极，低电位端标为“−”极。

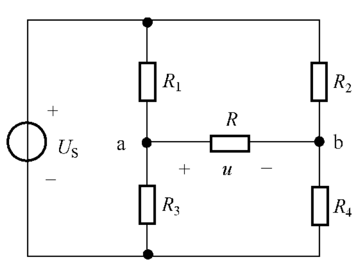


图 1-8

同电流的参考方向一样，也需要为电压选定参考方向。通常在电路图上用“+”表示参考方向的高电位端，“−”表示参考方向的低电位端，如图 1-8 所示。或用箭头、双下标表示（如 u_{ab} 表示电压参考方向从 a 点指向 b 点），并以此为准去分析计算。对电路进行计算的结果也不外乎三种结果：$u>0$、$u=0$和 $u<0$。其中，$u>0$说明该电压的真实方向与所设参考方向一致，$u<0$则说明该电压的真实方向与参考方向相反。因此，电压值的正负也是以设定了参考方向为前提的，如果没有设定参考方向，则电压值的正负符号没有任何意义。

在电路分析中还会经常用到“电压降”、“电压升”的概念。电压降即指电压，而电压升则是电压降的相反值。例如，图 1-8 中从电压源正极性端到负极性端的电压降为 U_S，电压升为 $-U_S$。

DC 和 AC 最早是针对电流而提出来的概念，但人们习惯上也用其来表示直流电压和交流电压，主要也是依据电压方向和取值的变化与否。如果一个电压的大小和方向均不随时间变化，则称其为直流（DC）电压，否则即为时变电压，如果这种变化是呈周期性的且均值为零，又被称为交流（AC）电压。例如，我们日常生产生活中经常遇到的工频电压（220V，50Hz）即指正弦交流电压。

除了电压，电路中还有一个重要的“电位”概念。电路中常假设一个零电位点，用符号“⊥”表示，称为参考点。在电路中，某点的电位是将单位正电荷沿一路径移至参考点时电场力做的功。因此，某一点的电位就是该点到参考点的电压降。所以计算电位的方法与计算电压的方法完全相同。

在电路分析中引入了电位，电路中任一支路的电压均可由支路两端（或该两点之间）电位之差得到，从而简化了电路分析计算的过程。且当电路中有多个电压源时，将它们一一画出是很不方便的，我们可以采用电位的概念，仅将各电压源正极性端在图中标出，并注明其电压值，而将电压源支路省略不画。在后续的电子电路课程中，把这种画法叫“习惯画法”。例如，采用习惯画法可将图 1-9(a)所示电路改画成图 1-9(b)所示电路。

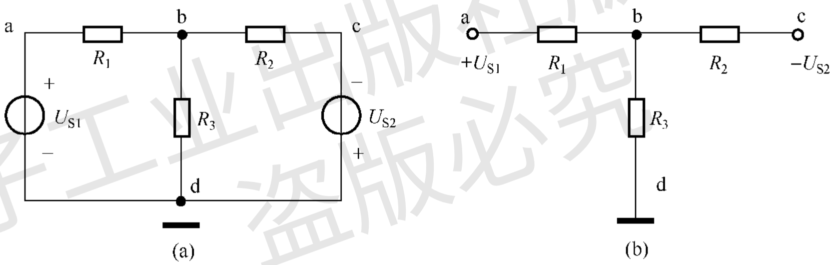


图 1-9

在电路分析中，对一个元件或一段电路上的电流与电压的参考方向是任意选定的，两者之间独立无关。但为了方便起见，常采用关联参考方向：电流参考方向与电压参考“+”到“−”极的方向一致，即电流与电压参考方向一致，如图 1-10(a)所示。否则称二者为非关联的，如图 1-10(b)所示。

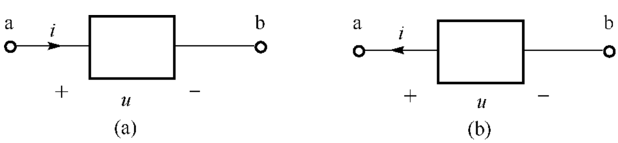


图 1-10

1.2.3　功率

电路中存在着能量的传输，讨论能量传输的速率使用功率变量。

功率定义为单位时间内电场力所做的功或电路所吸收的能量，用字母 p 表示，其定义式为

$$p(t)=\frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1.2-3}$$

在国际单位制中，功率的单位是瓦特，简称瓦，用字母 W 表示。

根据电压和电流的定义式，在电压和电流关联参考方向的前提下，可以导出功率的计算式，其过程如下

$$p(t)=\frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}q(t)}\cdot\frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t}=u(i)i(t)$$

或简写为

$$p=ui \qquad (1.2\text{-}4)$$

即在电压 u、电流 i 参考方向关联的条件下，一段电路所吸收的功率为该段电路两端电压、电流的乘积。显然，若 u、i 参考方向非关联，则计算吸收功率的公式中应冠以负号，即 $p(t)=-ui$。

据此，代入 u、i 数值，若计算得 p 为正值，该段电路实际是吸收功率（或消耗功率）；若 p 为负值，该段电路实际向外提供功率（或产生功率）。

与功率问题密切相关的还有能量问题。在电路理论中，功率是能量随时间的变化率，即微分，因此在从 t_0 时刻到 t 时刻电路吸收或产生的能量 w 即为功率 p 随时间的积分，有

$$w(t_0,t)=\int_{t_0}^{t}p(\xi)\mathrm{d}\xi=\int_{t_0}^{t}u(\xi)i\xi\mathrm{d}\xi \qquad (1.2\text{-}5)$$

例 1-1 图 1-11 所示电路中，已知 $I_1=3\text{A}$，$I_2=-2\text{A}$，$I_3=1\text{A}$，电位 $V_a=8\text{V}$，$V_b=6\text{V}$，$V_c=-3\text{V}$，$V_d=8\text{V}$。

（1）求电压 U_{ac}、U_{db}。

（2）求元件 1、3、5 上吸收的功率。

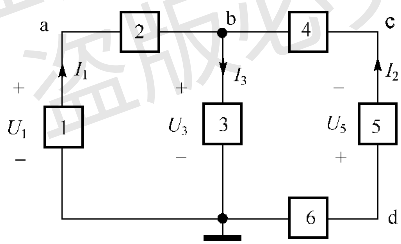


图 1-11

解：（1）由电压和电位的关系可得

$$U_{ac}=V_a-V_c=8+3=11\text{V},U_{db}=V_d-V_b=8-6=2\text{V}$$

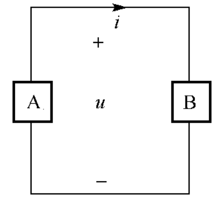
（2）设元件 1、3、5 上吸收的功率分别为 P_1、P_3、P_5，则：

在元件 1 上，a 点到地间的电压 U_1 即为 a 点电位 V_a，该电压参考方向与元件 1 上电流 I_1 的参考方向为非关联的，故根据吸收功率计算式，有 $P_1=-V_a I_1=-8\times3=-24\text{W}$。吸收功率为负值，表明其实际是发出功率的。

在元件 3 上，电压为 $U_3=V_b$，电流为 I_3，二者参考方向为关联的，故吸收功率 $P_3=V_bI_3=6\times1=6\text{W}$，表明实际为吸收功率。

在元件 5 上，电压为 $U_5=U_{dc}$，电流为 I_2，二者参考方向为关联的，故吸收功率 $P_5=U_{dc}I_2=(V_d-V_c)I_2=(8+3)\times(-2)=-22\text{W}$，其值为负，表明实际为发出功率。

思考与练习



练习题 1.2-1 图

1.2-1　图示电路中，电压 u、电流 i 参考方向是否关联？

1.2-2　有人说“电路中两点之间的电压等于该两点之间的电位差，因这两点的电位数值随参考点不同而改变，所以这两点间的电压数值亦随参考点的不同而改变”，试判断其正误，并给出理由。

1.3　基尔霍夫定律

电路是由一些元件相互连接构成的整体。电路中各个元件的电流和电压受到两类约束：一类约束来自元件的相互连接方式，由基尔霍夫定律体现，称为拓扑约束；另一类约束来自元件的性质，每种元件的电压、电流形成一个约束。例如，线性电阻元件服从欧姆定律，别无选择，这种只取决于元件性质的约束，称为元件约束。拓扑约束和元件约束合称为两类约束。

基尔霍夫定律是由德国物理学家基尔霍夫于 1845 年（当时他还是一名大学生）提出的，它与欧姆定律一起奠定了电路理论的基础。该定律包括基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律，它是分析一切集总参数电路的根本依据，一些重要的定理、有效的电路分析方法，都是以基尔霍夫定律为“源”推导、证明、归纳总结得出的。由于涉及元件的互联形式，故先介绍电路模型中的几个名词，然后再介绍基尔霍夫定律。

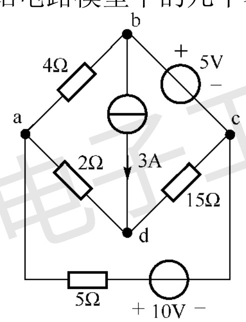


图 1-12

支路：一个二端元件或若干个二端元件的串联构成的每个分支。为方便起见，本书多用“若干个二端元件的串联构成的每个分支”作为支路，如图 1-12 中共有 6 条支路：ab、bc、cd、ad、bd、ac。

节点：支路与支路的连接点。如图 1-12 所示电路中共有 4 个节点，即 a、b、c、d。

回路：电路中任何一个闭合路径称为回路。如图 1-12 所示有 7 个回路，即 abda、bcdb、adca、abca、abcd、abdca、adbca。

网孔：内部不含支路的回路称为网孔。网孔一定是回路，但回路不一定是网孔。图 1-12 中有 3 个回路是网孔：abda、bcdb、adca。

1.3.1　基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律的内容是：对于集总参数电路中的任意节点，任一时刻流入或流出该节点电流的代数和为零。基尔霍夫电流定律也简称为 KCL。其数学表示式为

$$\sum_{k=1}^{m} i_k(t) = 0 \tag{1.3-1}$$

该式称为节点电流方程，简称 KCL 方程。其中，m 为连接节点的电流总数，$i_k(t)$为第 k 条支路电流，$k = 1, 2, \cdots, m$。其含义即把连接节点的支路电流都看成是流进（或流出）的话，那么这些支路电流的代数和为零。因此，必然要求为每个电流规定符号，如假设流入该节点的电流取正号，则流出该节点的电流取负号（也可反过来规定）。

建立 KCL 方程时，首先要设定每一支路电流的参考方向，然后依据参考方向取号，电流流入或流出节点可取正或取负，但列写的同一个 KCL 方程中取号规则一致。

如图 1-13 所示，设 a 为集总参数电路中的某一节点，共有 5 个电流流入或流出该节点，这些电流可以是常量，也可以是时间变量。根据 KCL，不妨假设流入为正，列出 KCL 方程为

$$i_1 - i_2 - i_3 - i_4 + i_5 = 0$$

该 KCL 方程又可改写为

$$i_1 + i_5 = i_2 + i_3 + i_4$$

由此式之含义可得 KCL 的另一种叙述方式：对于集总参数电路中的任意节点，任一时刻流入该节点的电流之和等于流出该节点的电流之和。即

$$\sum i_{出} = \sum i_{入} \tag{1.3-2}$$

电流定律可推广适用于电路中任意假设的封闭面（广义节点）。如图 1-14 电路中对封闭面 S，有

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

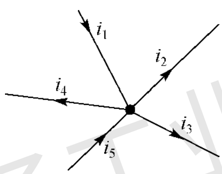


图 1-13

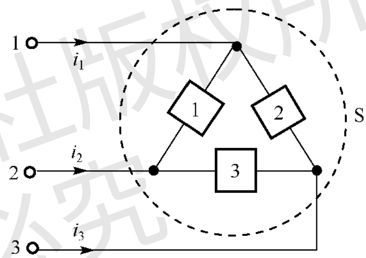


图 1-14

KCL 的实质是电荷守恒定律和电流连续性在集总参数电路中任意节点处的具体反映，即：对集总参数电路中流入某一横截面多少电荷即刻从该横截面流出多少电荷，不可能产生电荷的积累。dq /dt 在一条支路上应处处相等。对于集总参数电路中的节点，它“收支”完全平衡，故 KCL 成立。

需要说明的是，基尔霍夫定律适用于任意时刻、任意激励源情况的任意集总参数电路，激励源可为直流、交流或其他任意时间函数，电路可为线性、非线性、时变、非时变电路。

例 1-2 求图 1-15 所示电路中的未知电流。

解：列 a 节点的 KCL 方程为（设流出为正）

$$I_1 + 4 + 7 = 0$$

得：$I_1 = -11$A。

列 b 节点的 KCL 方程为（设流入为正）

$$I_1 + I_2 + 2 - 10 = 0$$

得：$I_2 = 19$A。

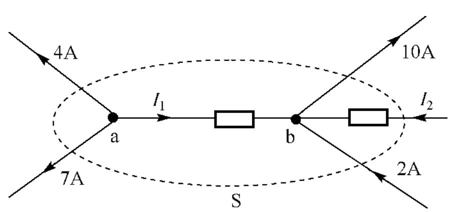


图 1-15

求 I_2 时还可直接按假设的封闭面 S 列 KCL 方程为

$$I_2 + 2 = 4 + 7 + 10$$

得：$I_2 = 19$A。

1.3.2　基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律的内容是：在集总参数电路中，任一时刻沿任一回路绕行一周的所有支路电压的代数和等于零。基尔霍夫电压定律也简称为 KVL。其数学表示式为

$$\sum_{k=1}^{m} u_k(t) = 0 \qquad (1.3\text{-}3)$$

该式称为回路电压方程，简称 KVL 方程。其中，m 为回路内出现的电压段总数，$u_k(t)$为第 k 段电压，$k = 1, 2, \cdots, m$。其含义即把沿绕行方向的支路电压都看成是电压降（或电压升）的话，那么这些支路电压的代数和为零。通常，建立 KVL 方程时规定顺绕行方向的电压（电压降）取正号，逆绕行方向的电压（电压升）取负号。

如图 1-16 所示，回路中共有五个支路电压，其参考方向已经给出。取顺时针方向为绕行方向，则根据 KVL，其方程为

$$u_1 + u_2 - u_3 - u_4 - u_5 = 0 \qquad (1.3\text{-}4)$$

式（1.3-4）又可改写为

$$u_1 + u_2 = u_3 + u_4 + u_5$$

由该式之含义可得 KVL 另一叙述方式为：在集总参数电路中，任一时刻沿任一回路的支路电压降之和等于电压升之和。即

$$\sum u_{降} = \sum u_{升} \qquad (1.3\text{-}4)$$

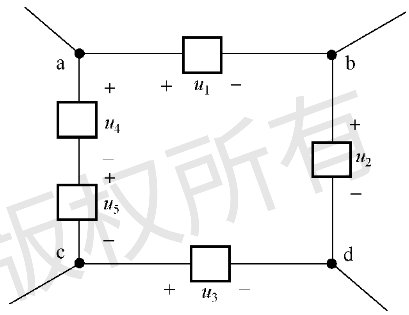


图 1-16

与 KCL 类似，KVL 也可推广适用于电路中任意假想的回路（广义回路或虚回路）。在图 1-16 所示电路中，ad 之间并无支路存在，但仍可把 abd 或 acd 分别看成一个回路（它们是假想的回路），由 KVL 分别得

$$u_1 + u_2 - u_{ad} = 0$$

$$u_{ad} - u_3 - u_4 - u_5 = 0$$

原图中回路 KVL 方程为：$u_1 + u_2 - u_3 - u_4 - u_5 = 0$，故有

$$u_{ad} = u_1 + u_2 = u_3 + u_4 + u_5$$

可见，两点间电压与选择的路径无关。据此可得出求任意两点间电压的重要结论：任意 ab 两点间的电压，等于自 a 点出发沿任何一条路径绕行至 b 点的所有电压降的代数和。

KVL 的实质反映了集总参数电路遵从能量守恒定律。从电压变量的定义容易理解 KVL 的正确性：如果单位正电荷从 a 点移动，沿着构成回路的闭合路径又回到 a 点，相当于求电压 u_{aa}。显然 $u_{aa} = 0$，即该正电荷既没得到又没失去能量。

同样，KVL 适用于任意时刻、任意激励源下的任意集总参数电路。

例 1-3　电路如图 1-17 所示，已知：$I_1 = 2\text{A}$，$I_2 = 1\text{A}$，$U_1 = 1\text{V}$，$U_2 = -3\text{V}$，$U_4 = -4\text{V}$，$U_5 = 7\text{V}$，求电压 U_{bd} 及元件 1、3、6 所消耗的功率。

解：设元件 5 电流 I_3 如图 1-17 所示，列节点 a 的 KCL 方程

$$I_1 + I_3 = I_2$$

得：$I_3 = I_2 - I_1 = 1\text{A}$。

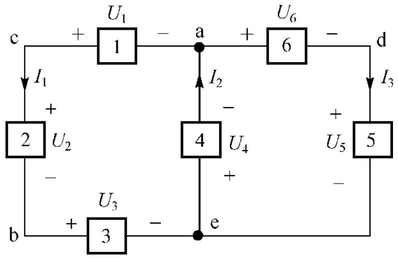


图 1-17

运用任意两点的电压计算的重要结论：

$$U_{bd}=-U_2+U_1-U_4-U_5=3+1+4-7=1\text{V}$$
$$U_3=-U_2+U_1-U_4=3+1+4=8\text{V}$$
$$U_6=-U_4-U_5=4-7=-3\text{V}$$

计算 1、3、6 元件消耗的功率为

$P_1=-U_1 I_1=-2\times1=-2\text{W}$（实为产生 2W 功率）

$P_3=U_3 I_1=8\times1=8\text{W}$

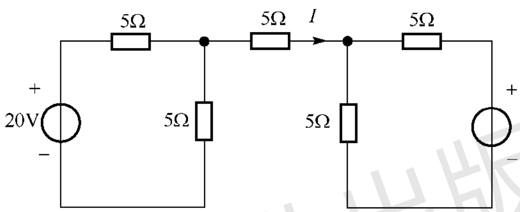
$P_3=U_6 I_3=-3\times1=-3\text{W}$（实为产生 3W 功率）

思考与练习

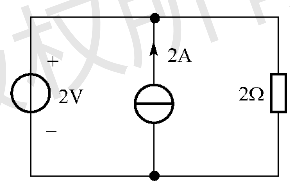
1.3-1　试从物理原理上解释基尔霍夫电流和电压定律的本质。

1.3-2　如图所示电路中电流 I 为多少？

1.3-3　试求电路图中各元件的功率，并指出实际是吸收还是发出的。



练习题 1.3-2 图



练习题 1.3-3 图

1.4　电路基本元件

电路元件是组成电路模型的最小单元，电路元件的特性由端口电压、电流关系来表征，简称伏安特性，简记为 VAR 或 VCR，可用数学关系式表示，也可描绘成 $u\sim i$ 平面曲线，称为伏安特性曲线。

常用的电路元件包括电阻、电容、电感、电压源、电流源、受控源、运算放大器、耦合电感、变压器以及一些非线性元件等。电路元件根据其外接端钮的个数可以分为二端元件和多端元件。例如，电阻元件、电感元件和电容元件等是二端元件，三极管元件、受控源元件、运算放大器元件等是多端元件。此外，还可以根据电路元件在工作时是否还需要外加电源才能工作将其分为有源元件和无源元件，电阻、电容、电感等是无源元件，运算放大器等是有源元件。

本章首先介绍构成电阻电路的四种常用元件：电阻、电压源、电流源和受控源元件，其他一些元件将在后续章节中陆续介绍。

1.4.1　电阻

电阻元件是从实际电阻器件抽象出来的理想模型，它是表征电阻器对电流呈现阻碍作用、消耗电能的一种理想元件。

如果一个二端元件在任意时刻，其伏安特性均能用 $u\sim i$ 平面上的一条曲线描述，则称为

电阻元件。若该曲线是过原点的直线且不随时间变化，则称为线性时不变电阻元件。本课程涉及的电阻元件主要为线性时不变电阻元件。

线性电阻元件的电路模型如图 1-18(a)所示，伏安特性曲线如图 1-18(b)所示。

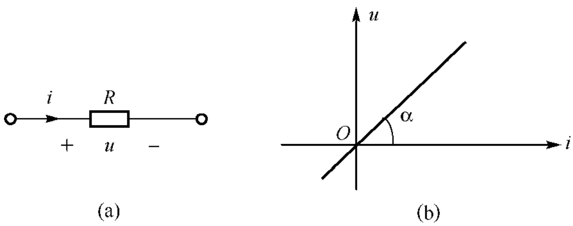


图 1-18

从图 1-18(b)可以看出，若线性电阻元件两端的电压电流参考方向为关联的，则其伏安关系呈正比例关系，其比例系数即为电阻元件的阻值。此即欧姆定律，用公式表示为

$$u = Ri \tag{1.4-1}$$

当电压电流参考方向为非关联时，式（1.4-1）应改写为

$$u = -Ri \tag{1.4-2}$$

电阻的单位为欧姆，简称欧，单位符号用Ω表示。另外几个常用的单位有：千欧（kΩ）、兆欧（MΩ）和毫欧（mΩ）等。

电阻是反映物体对电流的阻碍作用的一个物理量，也可以从物体对电流的导通作用来定义另一个对偶的物理量，这就是电导，是电阻的倒数，用字母 G 表示，即

$$G = \frac{1}{R} \tag{1.4-3}$$

因此，欧姆定律也可以写成

$$i = Gu\ （u、i\ 关联）或\ \ i = -Gu\ （u、i\ 非关联） \tag{1.4-4}$$

可见，电阻和电导是同一个问题的两个方面，物体的电阻越大，则其电导应该越小；反之，若电阻越小，电导越大。

在国际单位制中，电导的单位是西门子，简称西，用 S 表示。

在实际中经常会听到开路、断路、短路等说法，它们的本质都是电阻的特定值或状态。具体地说，如果电阻 $R \to \infty$ 或电导 $G = 0$，则称其为开路或断路，如果电阻或电导 $G \to \infty$，则称其为短路。

根据功率的定义和欧姆定律，当电压和电流参考方向关联时，电阻元件吸收的功率 p 可计算如下

$$p = ui = i^2 R = \frac{u^2}{R} \tag{1.4-5}$$

当电压和电流参考方向非关联时，电阻元件吸收的功率 p 计算公式为

$$p = -ui = -(-Ri)i = i^2 R = \frac{u^2}{R}$$

显然，两种情况下，功率的计算公式是一样的。观察功率计算公式可发现一个重要特点，即当电阻为正值时，电阻元件吸收功率是非负值，即其只消耗功率，而不可能产生功率，此即电阻元件的耗能性质。从 t_0 到 t 时刻电阻元件所消耗或吸收的能量 $w(t_0, t)$为

$$w(t_0,t)=\int_{t_0}^{t}p(\xi)\,\mathrm{d}\xi=\int_{t_0}^{t}Ri^2(\xi)\,\mathrm{d}\xi=\int_{t_0}^{t}\frac{u^2(\xi)}{R}\,\mathrm{d}\xi \qquad (1.4\text{-}6)$$

需要注意的是，有时也会遇到负电阻元件，它是对某些复杂的有源电子电路或某些特殊器件（如隧道二极管）外部特性的一种抽象，这样的器件会向外电路提供功率和能量，不是耗能元件。

例 1-4 图 1-19 中，已知电阻两端某瞬间电压 $u = 4\text{V}$，且 $R = 2\Omega$，试求流经电阻的电流 i 和该瞬间电阻的吸收功率 p。

解：在图示电路中，电压和电流采用非关联参考方向，欧姆定律应表示为

$$u=-Ri$$

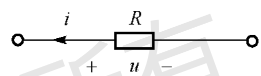


图 1-19

故有

$$i=-\frac{u}{R}=-\frac{4}{2}=-2\text{A}$$

该瞬间电阻的吸收功率为：$p = -u\,i = 8\text{W}$。

理想电阻元件的伏安特性曲线是向两端无限延伸的，意味着其电压电流可以不加约束地满足欧姆定律，因而其功率值也可以为任意值。但电灯、电烙铁等实际电阻器件却不能对其电压、电流和功率不加限制。这是因为根据电流的热效应，电阻器件有电流流过时不可避免地要产生热量，而过大的电压和电流会使器件过热而损坏，这个限额通常称为额定值，如额定电压、额定电流、额定功率。实际电阻器件使用时不得超过其规定的额定值，以保证安全工作。

1.4.2 电压源与电流源

电路中提供功率和能量的元件是电源元件，通常包括电压源和电流源两类。其中电压源是对外电路提供电压的实际电源的抽象，例如干电池、稳压电源、交流电源等。电流源是对外电路提供电流的实际电源的抽象，例如光电池、恒流源等。

1. 电压源

如果一个二端元件不论其上流过的电流大小和方向如何，其两端的电压始终保持恒定的值或一定的时间函数（例如正弦波形），则称其为电压源元件。

电压源的电路模型如图 1-20(a)、(b)所示，其中图 1-20(a)可表示直流或时变电压源，图 1-20(b)仅用以表示直流电压源。电压源的伏安特性曲线如图 1-20(c)所示。

电压源的伏安特性可以表示为

$$\begin{cases} u \equiv u_{\mathrm{S}} \\ i = \text{任意值} \end{cases} \qquad (1.4\text{-}7)$$

观察电压源的伏安特性曲线，可知：

（1）在任意时刻，电压源的伏安特性曲线是平行于 i 轴、其值为 $u_{\mathrm{S}}(t_1)$的直线。

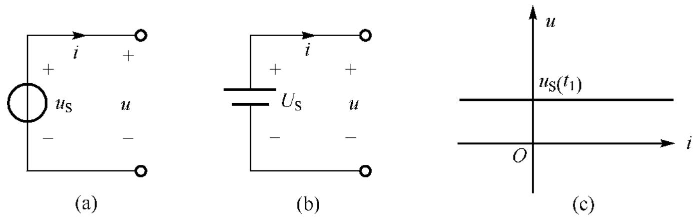


图 1-20

（2）若 $u_S(t_1)=0$，则伏安特性曲线是 i 轴，在 t_1 时刻它相当于短路。

（3）电压源两端的电压与流过它的电流无关。这意味着其流过的电流值和方向可以是任意的。当电压源接在电路中时，流经它的电流值将由电压源和外电路共同确定。根据不同的外电路，电流可以不同方向流过电源，因此理想电压源可对电路提供能量（起激励作用），也可从外电路接受能量（起负载作用）。又因为电流可以为任意值，故理想情况下它可供出或吸收无穷大的能量。

理想电压源实际并不存在，因为电源内部不可能储存无穷大的能量。但对一些实际电源来说，当外接负载在一定范围之内变化时确实能近似为定值或一定的时间函数。这种情况下，把这些实际电源看成理想电压源在工程计算中是允许的。即使在有些条件下不能把实际电压源看作理想电压源，亦可用理想电压源串联一适当电阻作为实际电压源的模型。

2．电流源

如果一个二端元件不论其两端的电压大小和方向如何，其电流始终保持恒定值或一定的时间函数（例如正弦波形），则称其为电流源元件。

电流源的电路模型如图 1-21(a)所示，电流源的伏安特性曲线如图 1-21(b)所示。

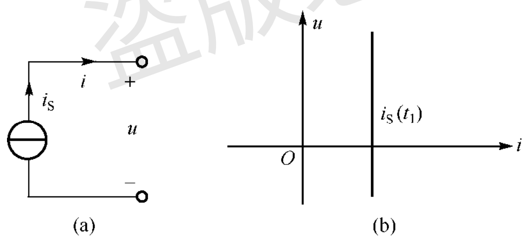


图 1-21

电流源的伏安特性可以表示为

$$\begin{cases} i \equiv i_S \\ u = \text{任意值} \end{cases} \tag{1.4-8}$$

观察电流源的伏安特性曲线，可知：

（1）在任意时刻，电流源的伏安特性曲线是平行于 u 轴（垂直于 i 轴）、其值为 $i_S(t_1)$ 的直线。

（2）若 $i_S(t_1)=0$，则伏安特性曲线是 u 轴，在 t_1 时刻它相当于开路。

（3）电流源输出的电流与其两端的电压无关，这意味着其两端的电压值和方向可以是任意的。当电流源接在电路中时，其两端电压将由电流源和外电路共同确定。根据不同的外电路，电压可以有不同的极性，因此理想电流源可对电路提供能量（起激励作用），也可从外电

路接受能量（起负载作用）。又因为电压可以为任意值，故理想情况下它可供出或吸收无穷大的能量。

同样，理想电流源在实际中并不存在，因为电源内部不可能储存无穷大的能量。但对于光电池或电子线路中等效信号源等一些实际电流源，外接负载在一定范围之内变化时输出电流确实能近似为定值或一定的时间函数。

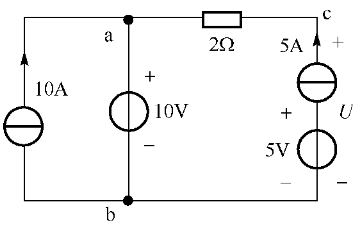


图 1-22

例 1-5 求图 1-22 所示电路中的电压 U。

解： 由 KVL 方程：$U = U_{ca} + U_{ab}$

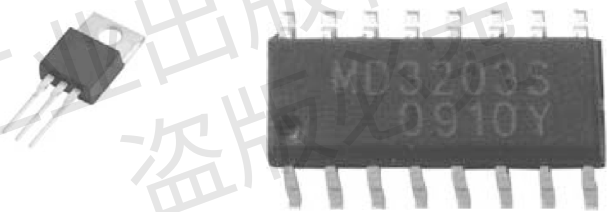
$U_{ab} = 10\text{V}$（仅取决于 10V 电压源）

$U_{ca} = 2 \times 5 = 10\text{V}$（欧姆定律，2Ω电阻与 5A 电流源串联，故其电流为 5A）

故：$$U = U_{ca} + U_{ab} = 10 + 10 = 20\text{V}$$

1.4.3 受控源

前面讨论的电压源和电流源，由于电压源供出的电压和电流源供出的电流均由其内部特性决定，独立于电路的其他部分，因此均可称为独立电源。电路中还存在另一种电源，它供出的电压或电流由其他部分的电压或电流决定或控制，因而称为受控源。受控源是由一些电子器件抽象而来的一种模型。一些电子器件如晶体管、运算放大器（见图 1-23）等均具有输入端电流（或电压）能控制输出端电流（或电压）的特点，于是提出了受控源元件。



(a) 三极管　　(b) 集成运算放大器

图 1-23

受控源定义为输出电压或电流受到电路中某部分的电压或电流控制的电源。受控源有输入和输出两对端钮，因此又称双口元件。输出端的电压或电流受输入端所加的电压或电流的控制，按照控制量和被控制量的组合情况，理想受控源（线性）分为四种：电压控制电压源（VCVS）、电压控制电流源（VCCS）、电流控制电压源（CCVS）、电流控制电流源（CCCS），如图 1-24 所示。

图中的比例系数 μ、γ、g、β 是反映每种受控源控制关系的一个关键参数。其中 μ 和 β 是没有量纲的，γ 和 g 则分别具有电阻和电导的量纲。

受控源与独立源（电压源和电流源）虽然同为电源，但却有本质的不同。独立源在电路中可对外独立提供能量，直接起激励作用，因为有了它才能在电路中产生响应；而受控源则不能直接起激励作用，它的电压或电流受电路中其他电压或电流的控制。控制量存在，则受控源就存在，当控制量为零时，则受控源也为零。需要说明的是，受控源的这种“控制”与“被控制”关系，是电路内部一种物理现象而已。

例 1-6 计算图 1-25 中各元件的功率，并说明是吸收的还是产生的。

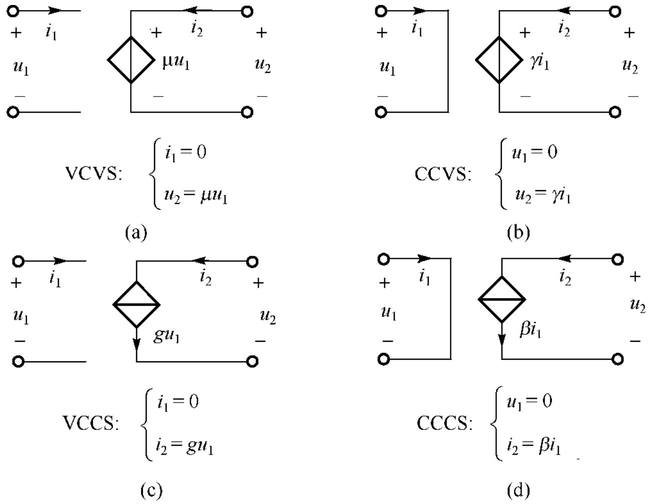


图 1-24

解：根据图中各元件的电压电流关系以及发出或吸收功率的定义来求解。

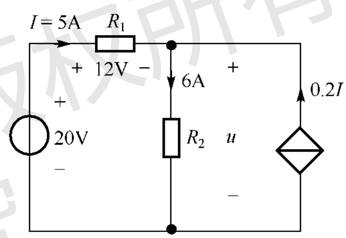


图 1-25

对于 20V 电压源，电压电流参考方向为非关联，可直接计算其发出功率为

$$p_{20\text{V}} = 20 \times 5 = 100\text{W}$$

对于电阻 R_1，其上电压和电流参考方向为关联的，可直接计算其吸收功率为

$$p_{R_1} = 12 \times 5 = 60\text{W}$$

对于电阻 R_2，其两端电压 u 可根据 KVL 求得

$$u = 20 - 12 = 8\text{V}$$

故图中电阻 R_2 上电压和电流参考方向关联，其吸收的功率可直接计算

$$p_{R_2} = 8 \times 6 = 48\text{W}$$

最后计算受控电流源（CCCS）上的功率。其电压 u 与电流 $0.2I$ 参考方向为关联的。考虑受控源为理想的，其功率即为受控支路的功率，将条件 $I = 5\text{A}$ 代入，可得受控源发出功率为

$$p_{0.2I} = 8 \times 0.2I = 8 \times (0.2 \times 5) = 8\text{W}$$

显然，有

$$p_{R_1} + p_{R_2} = p_{20\text{V}} + p_{0.2I} = 108\text{W}$$

即电路中产生的总功率等于吸收的总功率，符合能量守恒定律。

例 1-7　含 CCCS 电路如图 1-26(a)所示，试求电压 u_{O}。

解：图 1-26(a)是含受控源电路的简化图，若为了显现受控源的控制和受控支路的电路图，则可画为图 1-26(b)所示。今后常见的电路图一般为简化图。

在列写 KCL、KVL 方程时，应注意两点：①可把受控源暂时看作独立源；②列出方程后，必须找出控制量与列方程所选变量的关系。

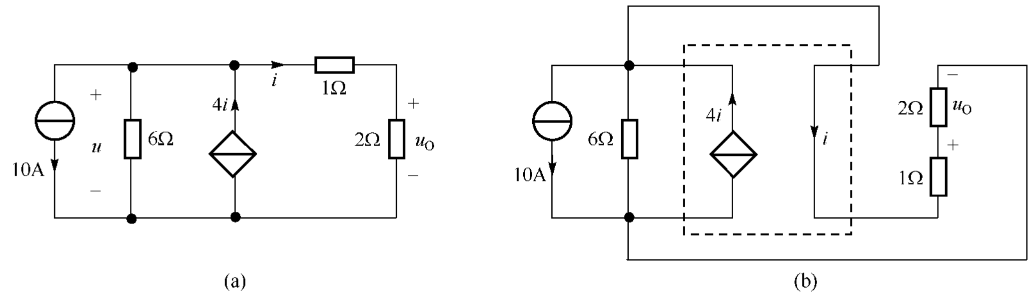


图 1-26

选择变量 u（如图 1-26 所示），则电路的 KCL 方程为

$$\frac{u}{6}+\frac{u}{1+2}-4i+10=0$$

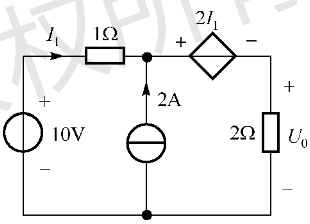
控制量 i 与 u 的关系是

$$i=\frac{u}{3}$$

联立求解上两方程式，得：$u=12\text{V}$，$i=4\text{A}$。

故 $$u_O=2i=8\text{V}$$

思考与练习



练习题 1.4-3 图

1.4-1 有人说“理想电压源可看作内阻为零的电源，理想电流源可看作内阻为无穷大的电源”。这种说法对吗？为什么？

1.4-2 试阐述独立源与受控源的异同。

1.4-3 试求电路图中电压 U_0 的值。

1.5 简单电路分析

当元件相互连接组成一定几何结构形式的电路后，电路中出现了节点和回路，其各部分的电压、电流将为两类约束所支配。电路分析的任务即是在给定电路的结构、元件特性以及电源条件下，求出电路中所有支路电压和电流或某些指定的支路电压、电流等。根据两类约束总能列出所需的方程组，从而解出所需的未知量。因此，两类约束是解决集总参数电路问题的基本依据。

本节讨论利用两类约束来分析两类简单电路：单回路电路和单节点偶电路。

1.5.1 单回路电路分析

单回路电路即只有一个回路的电路，通常以回路电流为变量，列一个 KVL 方程，求得回路电流后可再求其他响应。

例 1-8 求图 1-27 所示单回路电路中电阻和受控源的功率，说明其是产生的还是吸收的。

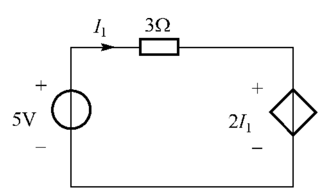


图 1-27

解： 根据电路列出回路 KVL 方程如下

$$3I_1+2I_1-5=0$$

解得：$I_1=1\text{A}$。

故电阻上吸收的功率为　$p_{3\Omega}=3I_1^2=3\times1^2=3\text{W}$

受控源上吸收的功率为　$p_{2I_1}=2I_1\times I_1=2\times1^2=2\text{W}$

例 1-9　求电路图 1-28 中的各点电位。

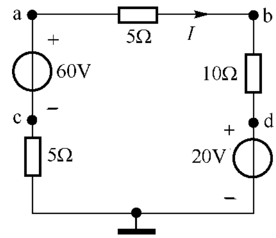


图 1-28

解：设回路电流 I 如图 1-28 所示。列 KVL 方程：

$$5I+10I+20+5I-60=0$$

解得：$I=2\text{A}$。

再求各点电位如下：

$$V_\text{d}=20\text{V}$$
$$V_\text{b}=10I+V_\text{d}=40\text{V}$$
$$V_\text{a}=5I+V_\text{b}=10+40=50\text{V}$$
$$V_\text{c}=-5I=-10\text{V}$$

从上例 1-8 和例 1-9 可以看出，在分析单回路电路时，计算回路电流和其余各变量都使用了拓扑约束（KVL）和元件特性约束（VAR）。

1.5.2　单节点偶电路分析

单节点偶电路即具有两个节点的电路，通常以节点间电压为变量，列一个 KCL 方程。求得节点间电压后可再求其他响应。

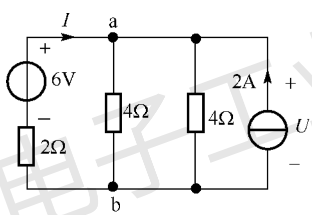


图 1-29

例 1-10　求图 1-29 所示电路中的电流 I 和电压 U 值。

解：该电路为单节点偶电路，且节点间电压为 U。根据 KCL 列写节点 a 的电流方程（假设流入为正）为

$$\frac{6-U}{2}+2-\frac{U}{4}-\frac{U}{4}=0$$

解得：$U=5\text{V}$，故

$$I=\frac{6-U}{2}=\frac{6-5}{2}=0.5\text{A}$$

同样，上例计算节点间电压 U 和其余各变量时都使用了拓扑约束（KCL）和元件特性约束（VAR）。

思考与练习

1.5-1　分析电路的基本依据是两类约束。试就单回路电路和单节点偶电路的分析过程加以说明。

1.5-2　若电路既非单回路也非单节点偶电路，如何利用两类约束来求解？

1.6　电路的等效变换

由以上分析可知，对一些简单的电阻电路问题，只需运用 KCL 或 KVL 或元件的 VAR 即可解决。典型的问题是单回路电路和单节点偶电路分析。对于一些复杂电路，运用两类约束当然可以解决问题，但用什么变量去建立什么样的电路方程一时还很难入手。如果要求一条支路上的响应，能否寻求一个简单的电路去替代该支路以外的电路，从而在简化了的电路（如

单回路电路和单节点偶电路）中求出该支路响应，且对于求任何外接电路的响应均不受影响呢？回答是肯定的。

1.6.1 电路的等效概念

在电路分析中，可以把一组相互连接的元件作为一个整体来看待，若这个整体只有两个端钮可与外部电路相连接，则称该整体为二端网络。一个典型的二端网络如图 1-30(a)虚线框内所示。如果将二端网络看成一个广义节点，则根据广义 KCL 可得到结论：进出二端网络两个端钮的电流是同一个电流。如果一个二端网络 N 的内部结构和参数未知，则常用图 1-30(b)来表示。

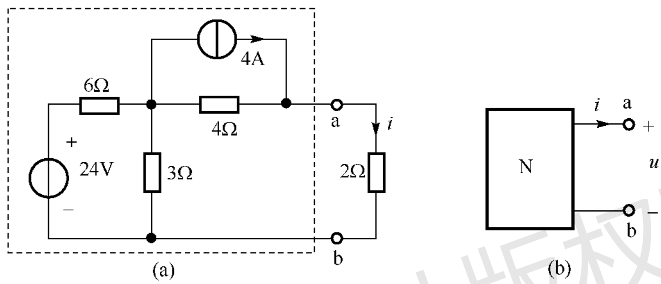


图 1-30

在图 1-30(a)所示的电路中，要求计算 2Ω电阻支路上的电流 i。对 ab 以左虚线框内的二端网络，如何用一个简单的电路来替代而不影响电流 i 的值呢？

这里首先给出电路等效的定义：两个二端网络 N_1 和 N_2，如果它们的端口伏安关系完全相同，则 N_1 和 N_2 是等效的，或称 N_1 和 N_2 互为等效电路，如图 1-31 所示。也就是说，二端网络 N_1 和 N_2 可以互为替代。

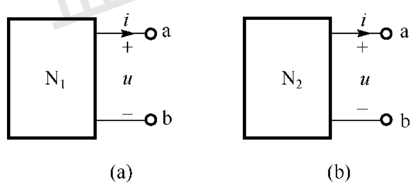


图 1-31

在上述电路等效定义的要求下，可以证明，两个二端网络 N_1 和 N_2，若分别连接到同一个任意的二端网络 M 时不会影响到 M 内的电压和电流值，如图 1-32 所示。因此，又可得到等效的另一定义：两个二端网络 N_1 和 N_2，若能分别连接到同一个任意的二端网络 M 而不致影响到 M 内的电压和电流值，则 N_1 和 N_2 是等效的。

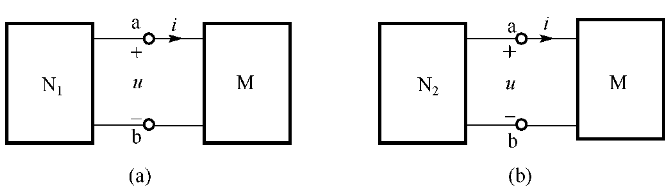


图 1-32

可见，只要 N_1 和 N_2 端口的伏安关系完全相同，则两个网络端口以外的变量 u、i 即相同，或者说，这两个网络互为替代后对求端口以外的电路变量不受影响。

在介绍了电路等效概念后，若要求解某支路电压或电流，则可先把该支路以外的电路进行化简，用简单网络替代原来复杂的二端网络，从而把原电路转化为单回路电路或单节点偶电路，这样求解就大大简便了。

下面根据等效的定义来求解电路问题，其步骤为：

（1）计算断开待求支路后余下的二端网络的端口伏安关系；

（2）将求得的端口伏安关系用一个最简等效电路来表示；

（3）将待求支路与最简等效电路相联接，在得到的简单电路中解出待求变量。

例 1-11　利用等效概念求图 1-33(a)所示电路中的电流 i。

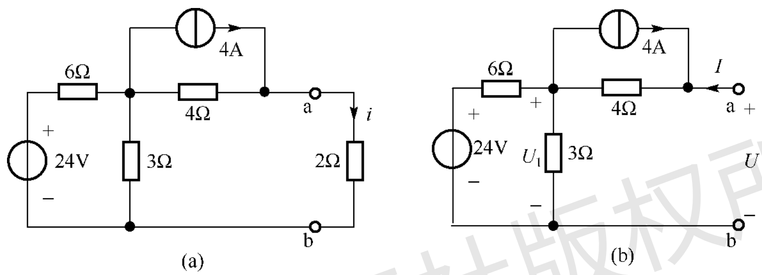


图 1-33

解：将待求支路断开，余下的电路如图 1-33(b)所示。假设其端口电压为 U，端口电流为 I，则根据两类约束可列写方程为

$$\begin{cases} 4(4+I)+U_1=U \\ \dfrac{24-U_1}{6}+I=\dfrac{U_1}{3} \end{cases}$$

消去中间变量 U_1，可得图 1-33(b)所示电路的端口伏安关系如下

$$U=24+6I$$

该式可看成一条支路的 KVL 方程，故其所对应的最简等效电路如图 1-34(a)所示。

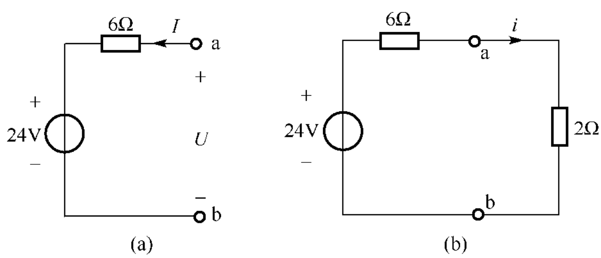


图 1-34

将待求变量支路接上，可得图 1-34(b)所示的单回路电路。从中解得待求变量为

$$i=\frac{24}{6+2}=3\text{A}$$

例 1-11 说明，一个二端网络的端口伏安关系完全由它本身确定，与外电路无关。就像一个电阻元件的伏安关系为 $u = Ri$ 一样，不会因为这个电阻所接的外电路不同而有所不同。只要求出一个二端网络的端口伏安关系，即可根据这一伏安关系得到其化简等效电路。这种方法称为端口伏安关系法，该方法适用于任何二端网络的等效化简。

值得注意的是，两个网络 N_1 和 N_2 等效，但它们的内部结构和元件参数可能完全不同，对其外部电路而言，无论接入的是 N_1 还是 N_2，它们的作用完全相同，因而外部电路各处的电流、电压将不会改变，故称为“对外等效”。

1.6.2 电阻的串联、并联和混联等效

一些简单电路，如电阻的串联、并联和混联，理想电源的串联、并联等，可以从定义出发，导出一些等效规律和公式，在等效化简分析电路中可直接引用。本节首先给出电阻的串联、并联和混联等效公式。

1．电阻的串联

多个电阻首尾依次串行联接的形式称为电阻的串联。如图 1-35(a)所示，图中假设有 n 个电阻相串联。

根据 KVL，网络 N_1 的端口电压可由下式求得

$$u = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$$

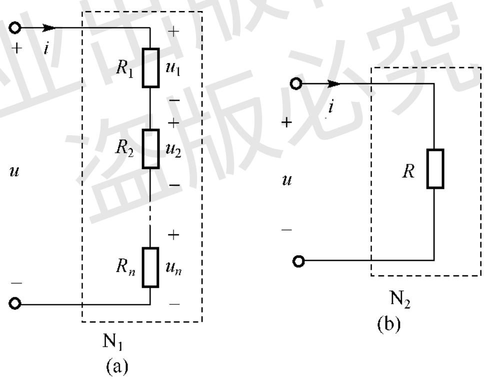


图 1-35

根据欧姆定律可得

$$u = R_1 i + R_2 i + \cdots R_n i = (R_1 + R_2 + \cdots + R_n) i \qquad (1.6\text{-}1)$$

式（1.6-1）即为 N_1 网络的端口 VAR。若将其用一个值为 $R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$ 的电阻来替换，如图 1-35(b)中网络 N_2 所示，则 N_1 与 N_2 将具有相同的端口 VAR。因此可得串联等效电阻的计算公式为

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

每个电阻上的分压可由下列公式求得

$$u_1 = R_1 i = R_1 \frac{u}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n} u$$

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n} u$$

$$\vdots$$

$$u_n = \frac{R_n}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n} u$$

可见，其中任意一个电阻 R_k 的电压为

$$u_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n} u \tag{1.6-2}$$

式（1.6-2）称为分压公式，即每个电阻上的分压与其在串联总电阻中所占的比例成正比。工程实际中，常用串联电阻作为分压装置，电阻值越大，分配的电压也越大。

对于两个电阻 R_1 和 R_2 串联的情况，分压公式为

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u, \quad u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

2．电阻的并联

多个电阻首尾分别并接在一起的形式称为电阻的并联。如图 1-36(a)所示，图中假设有 n 个电阻相并联。由于电阻的并联等效公式用电导来推导较为方便，因此图中所有电阻均用其电导值来表示。

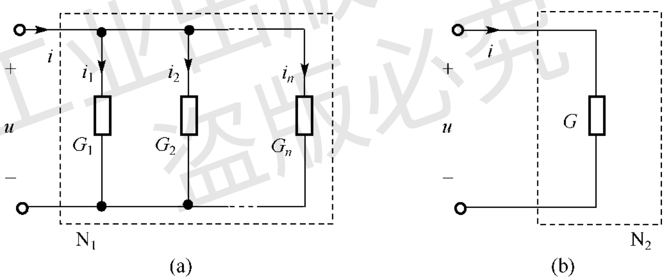


图 1-36

根据 KCL，网络 N_1 的端口电流可由下式求得

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

根据欧姆定律可得

$$i = G_1 u + G_2 u + \cdots + G_n u = (G_1 + G_2 + \cdots + G_n) u \tag{1.6-3}$$

式（1.6-3）即为 N_1 网络的端口 VAR。若将其用一个值为 $G = G_1 + G_2 + \cdots + G_n$ 的电导来替换，如图 1-36(b)中网络 N_2 所示，则 N_1 与 N_2 将具有相同的端口 VAR。故并联等效电导为

$$G = G_1 + G_2 + \cdots + G_n$$

每个电导上的分流可由下列公式求得

$$i_1 = G_1 u = G_1 \frac{i}{G_1 + G_2 + \cdots + G_n} = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + \cdots + G_n} i$$

$$i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2 + \cdots + G_n} i$$

$$\vdots$$

$$i_n = \frac{G_n}{G_1 + G_2 + \cdots + G_n} i$$

可见，其中任意一个电导 G_k 的电流为

$$i_k = \frac{G_k}{G_1 + G_2 + \cdots + G_n} i \tag{1.6-4}$$

式（1.6-4）称为分流公式，即每个电导上的分流与其在并联总电导中所占的比例成正比。工程实际中，常用并联电阻作为分流装置，电阻值越小，分配的电流越大。

对于两个电阻 R_1 和 R_2 并联的情况，并联总电阻为

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{1.6-5}$$

该并联总电阻常写为：$R = R_1 // R_2$。分流公式为

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i\text{，}\quad i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

3. 电阻的混联

电阻的连接中既有串联又有并联的形式称为混联。一般运用电阻串、并联公式从局部到端口进行逐级化简，具体方法为“设电流、走电路、缩节点”。其中缩节点指将电路中电位相同的节点缩为一个节点。

例 1-12　求图 1-37(a)所示端口的等效电阻。

解：如图 1-37(b)所示，按从局部到端口的顺序，利用电阻串并联等效方法可得

$$R_{ab} = 12//4 = 3\Omega$$

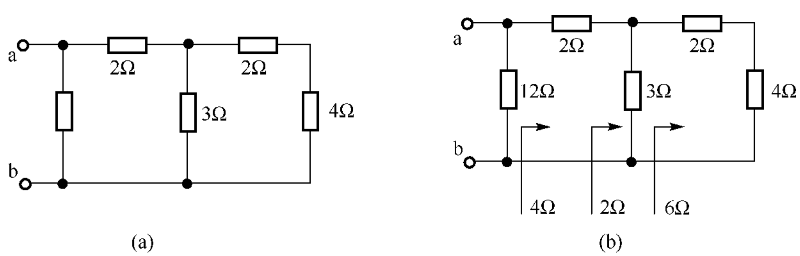


图 1-37

例 1-13　求图 1-38(a)所示电路 ab 端的等效电阻。

解：按“缩节点，画等效图”的方法，电路中实际上只有 3 个节点：节点 a、b 和 c。因此可依次画出图 1-38(b)、(c)的等效图。结果是三个 6Ω电阻进行并联，然后与 3Ω串联，最后可得等效电阻为 5Ω。

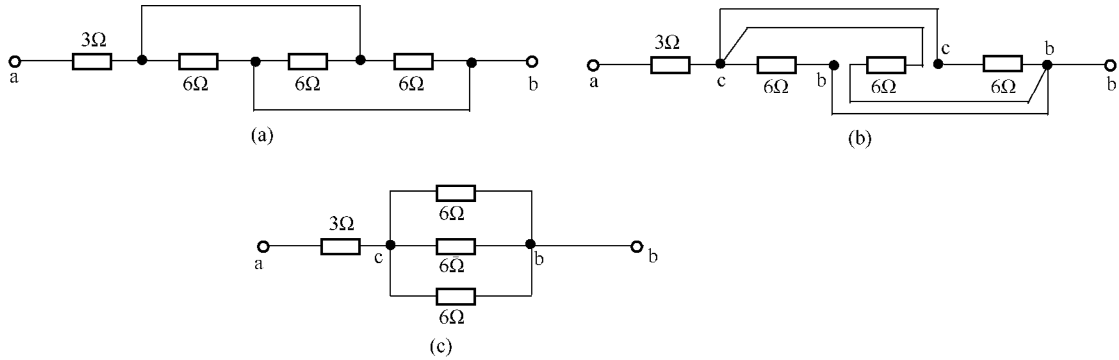


图 1-38

1.6.3　电阻星形和三角形联接的等效变换*

图 1-39 所示电路（实线所示）是桥形结构电路，ab 端口内电阻的连接既非串联，又非并联，难以用电阻串、并联的结论求解等效电阻 R_{ab}。但考虑到 1、2、3 节点连接的电阻接成星形，如能转换成三角形（如图中虚线所示），则问题将转化为一般电阻混联电路的化简。这种转换实际上是多端网络的等效问题，可由等效二端网络概念加以推广应用。

参考二端网络的等效概念，如图 1-40 所示的星形联接（用“Y”表示）的电阻网络和三角形联接（用“△”表示）的电阻网络， 如果两者相互等效，则要求它们任意两个端钮之间具有相同的端口伏安关系，即要求任意两个端钮之间的等效电阻都是相同的。因此，图 1-40 所示电路的等效条件应为

$$R_{ab}=R_1+R_2=R_{12}//(R_{13}+R_{23})=\frac{R_{12}(R_{13}+R_{23})}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$$

$$R_{bc}=R_2+R_3=R_{23}//(R_{12}+R_{13})=\frac{R_{23}(R_{12}+R_{13})}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$$

$$R_{ca}=R_1+R_3=R_{13}//(R_{12}+R_{23})=\frac{R_{13}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$$

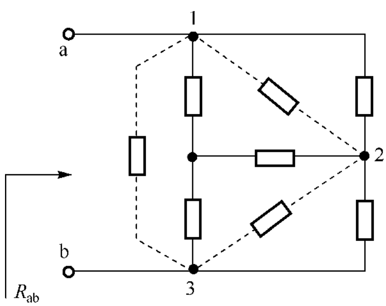
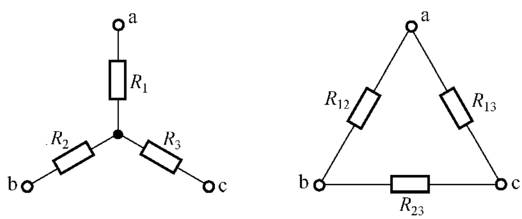


图 1-39



(a) Y形联接　(b) △形联接

图 1-40

若需要将电阻的星形联接网络用三角形联接网络来等效，只需要将 R_1、R_2、R_3 作为已知量，利用上述公式求解 R_{12}、R_{23}、R_{13} 即可。解得这个方程组的结果为

$$\begin{cases} R_{12}=\dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3} \\ R_{23}=\dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1} \\ R_{13}=\dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2} \end{cases} \tag{1.6-6}$$

也可求得将电阻的三角形联接网络用星形联接网络来等效的公式为

$$\begin{cases} R_1=\dfrac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2=\dfrac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3=\dfrac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases} \tag{1.6-7}$$

当星形电路的三个电阻相等（即对称）时，三角形电路的三个电阻也相等（即对称），即

若 $R_1=R_2=R_3=R_Y$，则 $R_{12}=R_{23}=R_{31}=R_\triangle=3R_Y$。

例 1-14 求出图 1-41 所示电路中电压源的电流 I 和发出的功率。

解： 本题只需要求解电源的电流和功率，因此只需要求出图中电阻网络对于电压源端口的等效电阻即可。可考虑将图 1-41 中虚线框内的三角形网络变换为星形网络，如图 1-42 所示。

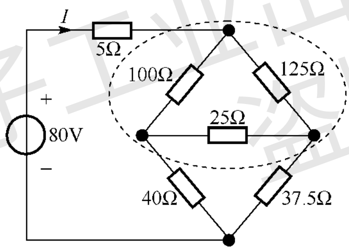


图 1-41

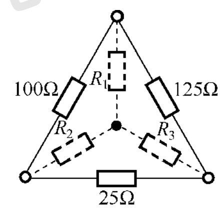


图 1-42

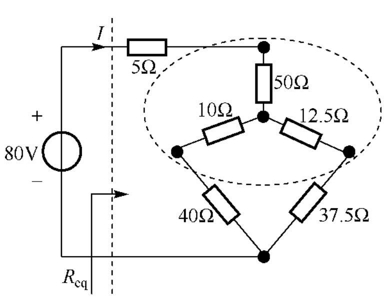


图 1-43

代入求解星形联接等效电阻的公式，可得

$$R_1=\frac{100\times125}{100+125+25}=50\Omega$$

$$R_2=\frac{100\times25}{250}=10\Omega$$

$$R_3=\frac{125\times25}{250}=12.5\Omega$$

用该星形网络在原电路中将对应三角形网络等效代换，所得电路如图 1-43 所示。

此时可直接利用电阻的串、并联等效公式计算出电压源端口的等效电阻 R_{eq} 为

$$R_{eq}=5+50+(10+40)//(12.5+37.5)=80\Omega$$

故电源电流 $I=80/80=1A$，电压源发出的功率为 $P=80I=80W$。

1.6.4　理想电源的串、并联等效

以下以两个理想电源为例介绍其串、并联等效，多个电源的情况可类推得到。

1．理想电压源的串联

两个理想电压源的串联电路如图 1-44(a)所示。根据 KVL 可立即得到图 1-44(a)中网络 N_1 的端口伏安关系为

$$\begin{cases} u \equiv u_{S1} + u_{S2} \\ i = \text{任意值} \end{cases}$$

故其可等效为一个值为 $u_S = u_{S1} + u_{S2}$ 的理想电压源，即图 1-44(b)中的网络 N_2。

2．理想电流源的并联

两个理想电流源的并联电路如图 1-45(a)所示。根据 KCL 可立即得到图 1-45(a)中网络 N_1 的端口伏安关系为

$$\begin{cases} i \equiv i_{S1} + i_{S2} \\ u = \text{任意值} \end{cases}$$

故其可等效为一个值为 $i_S = i_{S1} + i_{S2}$ 的理想电流源，即图 1-45(b)中的网络 N_2。

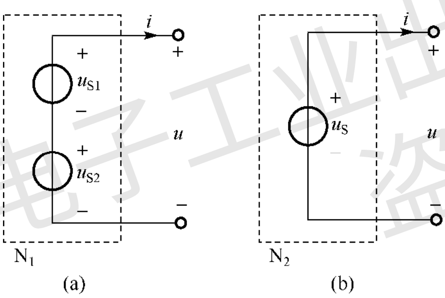


图 1-44

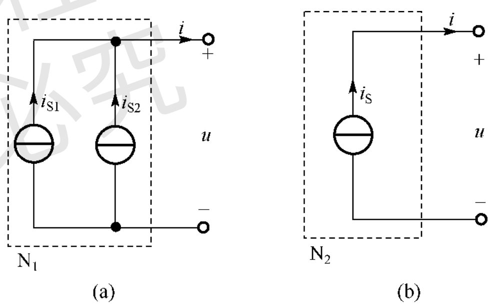


图 1-45

1.6.5　实际电源的两种模型及其等效变换

理想电源在实际中是不存在的，实际电源都存在一定的内阻。考虑了内阻影响的实际电源（见图 1-46(a)）的外特性一般可近似表示为图 1-46(b)所示的线段。其中，u_S 是电源在输出电流为零时的输出电压，称为开路电压。i_S 是电源在输出电压为零时的输出电流，称为短路电流。显然，该特性既不与 i 轴垂直也不与 i 轴平行。

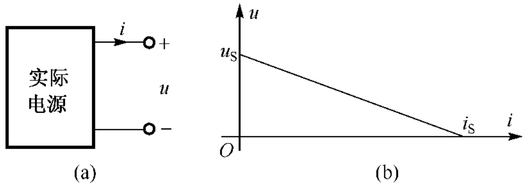


图 1-46

根据图 1-46(b)所示的伏安特性可写出其数学方程（即端口伏安关系）为

$$u = u_{\mathrm{S}} - \frac{u_{\mathrm{S}}}{i_{\mathrm{S}}} i = u_{\mathrm{S}} - R_{\mathrm{S}} i \qquad 或 \qquad i = i_{\mathrm{S}} - \frac{u}{R_{\mathrm{S}}}$$

式中，$R_{\mathrm{S}} = u_{\mathrm{S}} / i_{\mathrm{S}}$。上述端口伏安关系可分别看成一个 KVL 和 KCL 方程的形式，故其电路模型可用电压源串联电阻或电流源并联电阻的两种模型表示，如图 1-47 所示。这样，实际电源就存在两种等效模型：理想电压源与内阻的串联组合和理想电流源与内阻的并联组合，两者也必然是等效的，因它们均来自同一个实际电源。通常也将电压源串联电阻的模型称为有伴电压源，电流源并联电阻的模型称为有伴电流源，而将单独的理想电压源或电流源支路称为无伴电压源或无伴电流源。

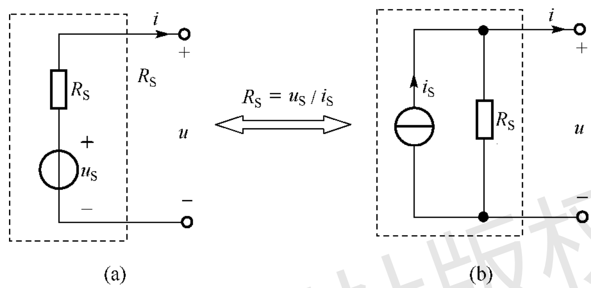


图 1-47

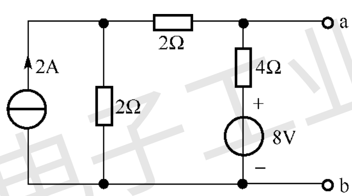


图 1-48

实际电源的两种模型及其等效变换引出了电路等效分析中的另一种重要方法——电源模型互换法，简称模型互换法。以下结合例题进行介绍。

例 1-15 求图 1-48 所示 ab 端的等效电路。

解：应用模型互换法，把原图逐次化为图 1-49(a)、(b)、(c)，最后可化为图 1-49(d)、(e)两种最简电路。

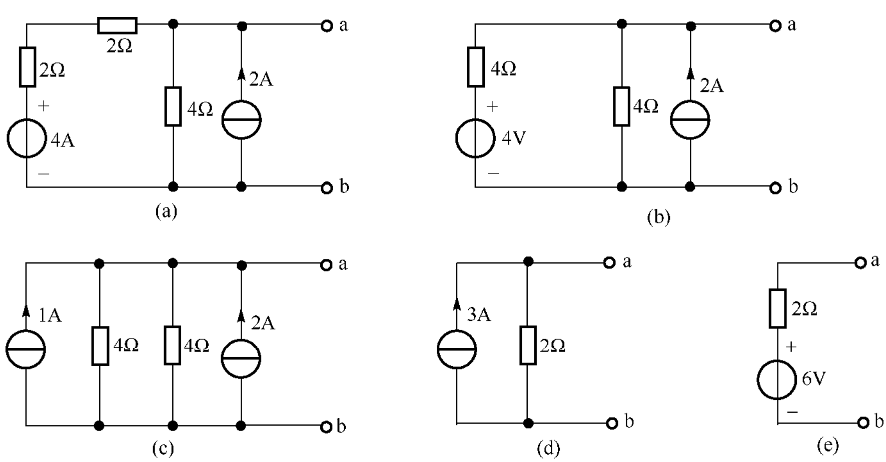


图 1-49

由此例可见，使用模型互换法化简电路过程清楚明了、不易出错，但中间过程图较多，且模型互换法一般是针对有伴电源进行的。

1.6.6　含受控源电路的等效变换

含受控源电路的等效变换，一般应采用端口伏安关系法。

例 1-16　求图 1-50 中 1.5Ω电阻上的电流 i_1。

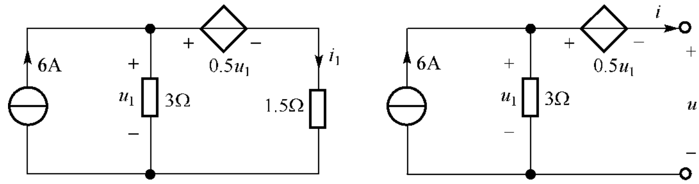


图 1-50

解：利用等效概念，将待求支路断开后余下的网络如图 1-50(b)所示。现在求解它的端口伏安关系。假设其接上任意外电路后端口电压为 u，端口电流为 i，则可列出如下方程：

$$\begin{cases} u = -0.5u_1 + u_1 = 0.5u_1 \\ i = 6 - \dfrac{u_1}{3} \end{cases}$$

解得：$u = 9 - 1.5i$ 。

画出其最简等效电路并将待求支路接上，如图 1-51 所示。

由图可得 1.5Ω电阻上的电流为：$i_1 = \dfrac{9}{1.5 + 1.5} = 3\text{A}$ 。

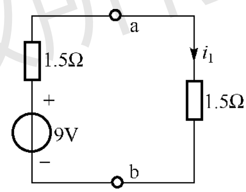


图 1-51

例 1-17　求图 1-52 所示电路 ab 端的最简等效电路。

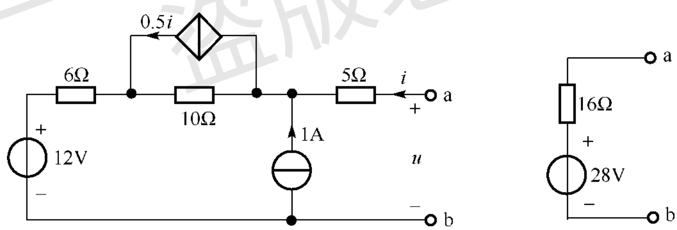


图 1-52

解：采用端口伏安关系法。设端口电压为 u，观察电路即可写出：

$$u = 5i + 10(1 + i - 0.5i) + 6(1 + i) + 12 = 28 + 16i$$

由该端口伏安关系可画出 ab 端的最简等效电路，如图 1-52(b)所示。

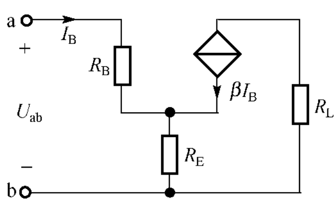


图 1-53

例 1-18　含受控源电路如图 1-53 所示，求 ab 端的等效电阻 R_{ab}。

解：采用端口伏安关系法求解。

$$U_{ab} = R_B I_B + R_E(I_B + \beta I_B) = [R_B + (1+\beta)R_E]I_B$$

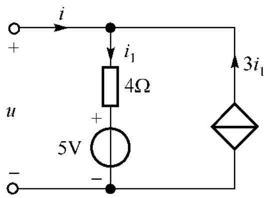
$$R_{ab} = \frac{U_{ab}}{I_B} = R_B + (1+\beta)R_E$$

由此例题还可推广得到一个重要结论：任何一个含有受控源的无独立源的二端网络均可以等效为一个纯电阻。

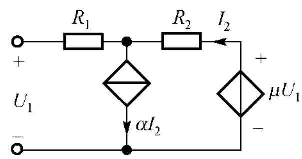
思考与练习

1.6-1　列出图示电路的端口伏安关系，并画出其最简等效电路。

1.6-2　试求图示电路中的输入电阻 R_{in}（$\alpha \neq 1, \mu \neq 1$ ）。



练习题 1.6-1 图



练习题 1.6-2 图

1.7　支路电流法

本节及后两节将介绍一般分析法或方程法，这类方法不仅适用于手工计算，更被广泛应用于电路的计算机辅助分析。我们主要介绍支路法、网孔法和节点法等。其基本思路是：选取适当的一组变量，依据两类约束建立电路方程，求得这组变量后再确定所求响应。其中一个重点是利用独立变量概念对线性电路进行分析（网孔法和节点法），所选取的变量应具有独立性和完备性。

对一个具有 b 条支路和 n 个节点的电路，当以支路电压和支路电流同时作为变量列写方程时，共有 $2b$ 个未知变量。根据 KCL 可列出$(n-1)$个独立方程，根据 KVL 可列出$(b-n+1)$个独立方程；根据元件的伏安关系，b 条支路又可列出 b 个支路电压和电流关系方程。于是所列出的 $2b$ 个方程足以用来求解 b 个支路电压和 b 个支路电流。这种选取未知变量列方程求解电路的方法称为 $2b$ 法。

为了减少求解方程的个数，以支路电流为变量列出独立的 KCL 和 KVL 方程（可以利用元件的伏安关系将各元件的电压以支路电流表示），解得支路电流后再求其他响应，这种方法称为支路电流法。显然，在求支路电流时，所需要的方程数为 b 个。

例 1-19　如图 1-54 所示电路，用支路电流法求出 cd 两点间的电压及各电源产生的功率。

解：（1）设支路电流变量为 i_1、i_2、i_3，其参考方向如图 1-54 所示。

（2）电路图中节点数为 2，支路数为 3。

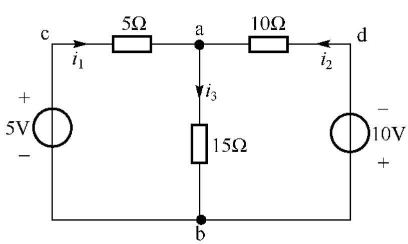


图 1-54

任选 a 节点或 b 节点，列出 1 个独立 KCL 方程为

$$i_1 + i_2 = i_3$$

（3）任选两个回路，列出 2 个独立 KVL 方程为

$$5i_1 + 15i_3 = 5$$

$$10i_2 + 15i_3 = -10$$

（4）联立解方程组，得各支路电流为

$$i_1 = 1\text{A} \qquad i_2 = -1\text{A} \qquad i_3 = 0$$

（5）由支路电流求待求响应：

$$u_{cd} = 5i_1 - 10i_2 = 15\text{V}$$
$$P_{5\text{V}} = 5 \times i_1 = 5\text{W}$$
$$P_{10\text{V}} = -10 \times i_2 = 10\text{W}$$

由该例题可以看出，支路电流间由 KCL 联系，可以互相表示，因而不具有独立性。另外，独立的 KCL 方程和 KVL 方程数分别为 1 个和 2 个，这是由电路结构决定的。另外，求解电路的上述几个步骤适用于电路中每一条支路电压都能用支路电流来表示的情况。如遇这些支路恰好是电流源或受控电流源时，则可直接利用电流源省去一些方程，其中遇受控电流源时还需要补足辅助方程才能进行求解。

支路电流法的方程数仍然较多，特别是电路复杂、支路数较多时，联立求解 b 个方程，计算工作量仍然相当繁重。

思考与练习

1.7.1　“支路法相对于 2b 法减少了一半的方程，因此支路法才是分析电路的最简方法”。这种说法对吗？为什么？

1.8　网　孔　法

以网孔电流为电路变量，直接列写网孔的 KVL 方程，先求得网孔电流进而求得响应，这种求解方法称为网孔法。实际所遇到的电路大都是平面电路，网孔法只适用于这类电路分析。以下讨论均对具有 n 个节点、b 条支路的电路而言。

这里，网孔电流定义为沿网孔边界流动的假想电流。电路中共有 $L=(b-n+1)$ 个网孔，因而也有 L 个网孔电流。图 1-55 所示电路中有三个网孔，其三个网孔电流分别为 i_a、i_b、i_c，分别沿 abca、abda、bcdb 网孔边界流动。

网孔电流是相互独立的变量。由于每一网孔电流流经某一节点时，必然流入又流出该节点，因此若以网孔电流列节点的 KCL 方程，各网孔电流将彼此抵消，它们相互间不受 KCL 约束，具有独立性。

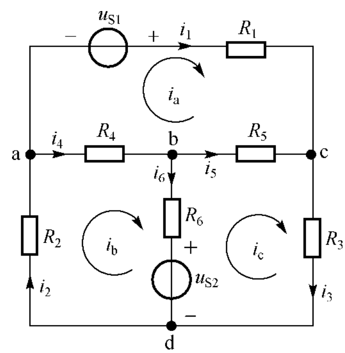


图 1-55

网孔电流是完备的变量。对于平面网络，网络边界的每条支路只与一个网孔关联，支路电流视其参考方向或等于其所关联网孔的网孔电流，或与该网孔电流相差一个负号；而网络内部的每条支路与两个网孔关联，支路电流等于其所关联两网孔的网孔电流和或差（视网孔电流的参考方向而定）。可见，网孔电流一旦求得，所有支路电流（或电压等）随之即可求出，因此网孔电流具有完备性。如图 1-55 所示电路有

$$i_1 = i_a,\quad i_2 = i_b,\quad i_3 = i_c$$
$$i_4 = i_b - i_a,\quad i_5 = i_c - i_a,\quad i_6 = i_b - i_c$$

为了求出 L 个网孔电流，必须建立 L 个以网孔电流为变量的独立方程，由于网孔电流不

受 KCL 约束，因此只能根据 KVL 和支路的伏安关系列方程。若利用网孔电流的完备性以及支路的伏安关系，将各支路电压用网孔电流表示，则可得到 L 个以网孔电流为变量的独立方程，该组方程就称为网孔方程。对图 1-55 所示电路列写 KVL 方程如下：

网孔 a：$R_1 i_a - R_5(i_c - i_a) - R_4(i_b - i_a) = u_{S1}$

网孔 b：$R_2 i_b + R_4(i_b - i_a) - R_6(i_b - i_c) = -u_{S2}$

网孔 c：$R_3 i_c - R_6(i_b - i_c) + R_5(i_c - i_a) = u_{S2}$

整理得

$$\begin{cases}(R_1 + R_4 + R_5)i_a - R_4 i_b - R_5 i_c = u_{S1} \\ (R_2 + R_4 + R_6)i_b - R_4 i_a - R_6 i_c = -u_{S2} \\ (R_3 + R_5 + R_6)i_c - R_5 i_a - R_6 i_b = u_{S2}\end{cases} \tag{1.8-1}$$

写成一般形式

$$\begin{cases}R_{11}i_a + R_{12}i_b + R_{13}i_c = u_{S11} \\ R_{21}i_a + R_{22}i_b + R_{23}i_c = u_{S22} \\ R_{31}i_a + R_{32}i_b + R_{33}i_c = u_{S33}\end{cases} \tag{1.8-2}$$

如果用网孔法分析电路都有上述方程的整理过程，那显然还是比较麻烦的。能否简化方程的列写呢？比如，能否观察电路直接写出每一个网孔的 KVL 方程？不妨先看整理后每一个方程式有何规律。

观察方程组（1.8-1）的第一个方程可以看出：以网孔电流参考方向作为绕行方向，方程的左端为电压降之和（含网孔电流变量），方程的右端为电压升之和。i_a 前的系数 $(R_1 + R_4 + R_5)$ 恰好是网孔 a 内所有电阻之和，称它为网孔 a 的自电阻；i_b 前的系数 $(-R_4)$ 是网孔 a 和网孔 b 公共支路上的电阻，称它为 a 和网孔的互电阻。由于流过 R_4 的网孔电流 i_a、i_b 方向相反，故 R_4 前冠以“−”（如一致，则取“+”）；同样，i_c 前系数 $(-R_5)$ 是网孔 a 和网孔 c 公共支路上的电阻，称它为网孔 a 和网孔 c 的互电阻。等式右端表示网孔 a 中沿绕行方向电压源电压升之和，电压升即为 u_{S1}。

在方程组（1.8-2）中：

R_{kk} 称为网孔 k 的自电阻，恒取“+”号。

$R_{kj}(k \neq j)$称为网孔 k 与网孔 j 的互电阻。

u_{Skk} 为网孔 k 的电压源之代数和（沿绕行方向的电压升之和）。

因此，可得从网络直接列写网孔方程的通式为

自电阻×本网孔电流+Σ 互电阻×相邻网孔电流=本网孔所含电压源电压升之和

综上，网孔法分析电路的步骤归纳如下：

（1）设定网孔电流及其参考方向（通常同取顺时针方向或逆时针方向）；

（2）列网孔方程组，联立求解，解出网孔电流；

（3）由网孔电流求出电路响应。

列网孔方程时，要将各网孔 KVL 方程中的各支路电压用网孔电流表示。若网络含有电流源，由于电流源的电压要由外电路确定而不能直接用网孔电流表示，故一般采用以下处理方法：

（1）若存在电流源并联电阻的有伴电流源，则将其并联组合转换成电压源串联电阻模型；

（2）若某个无伴电流源所在支路单独属于某个网孔，则与其关联网孔的网孔电流为已知，该网孔的 KVL 方程可省去；

（3）若某个无伴电流源为两个网孔所共有，则可增设电流源两端电压为未知变量，从而增补一个辅助方程，使电流源电流与网孔电流相联系。

例 1-20　用网孔分析法求例 1-19 中的各支路电流。

解：设网孔电流变量及其参考方向分别与图 1-54 所标示的 i_1 和 i_3 相同，则两个网孔 KVL 方程为

$$5i_1+15(i_1+i_2)=5$$
$$10i_2+15(i_1+i_2)=-10$$

或应用网孔方程通式，得到方程组

$$(5+15)i_1+15i_2=5$$
$$(10+15)i_2+15i_1=-10$$

联立解方程组，得各支路电流为：i_1=1A，i_2=−1A。

由 KCL 得

$$i_3=i_1+i_2=0$$

例 1-21　如图 1-56(a)所示电路，试用网孔分析法求电流 i 和电压 u。

解：图 1-56(a)中 20A 电流源有伴，将其并联组合转换成电压源串联电阻，如图 1-56(b)所示；在图 1-56(b)中，10A 电流源为网孔 a 独有，故 i_a =10A，该网孔 KVL 方程可省去；5A 电流源为 b、c 两网孔共有，应增设其两端电压变量 u_x。故应列 KVL 方程 2 个、辅助方程 1 个：

网孔 b：$10i_b+2(i_b-i_a)=10-40-u_x$

网孔 c：$1\times i_c+2(i_c-i_a)=20+u_x$

辅助方程：$i_c-i_b=5$

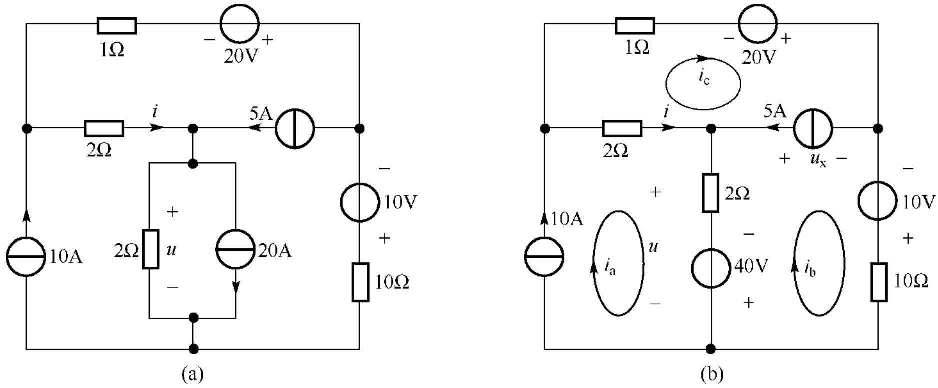


图 1-56

或应用网孔方程通式加上辅助方程，得到方程组

$$\begin{cases}(10+2)i_b-2i_a=10-40-u_x\\(1+2)i_c-2i_a=20+u_x\\i_c-i_b=5\end{cases}$$

联立求解上述方程（其中 $i_a=10A$），得

$$i_b=1A,\quad i_c=6A$$

故用网孔电流表示所求响应为

$$i=i_a-i_c=10-6=4A$$
$$u=2(i_a-i_b)-40=2(10-1)-40=-22V$$

如果电路中含有受控源，可先将受控源按独立源一样对待，列写网孔方程，再增加辅助方程，即将受控源的控制量用网孔电流表示。

思考与练习

1.8.1 有人说：“若电路不含受控源，在对电路列写网孔方程时，如果网孔电流都设成顺时针或逆时针方向，则所列出的网孔方程中的互电阻均为负”。这种说法正确吗？为什么？

1.8.2 有人说：“以网孔电流为变量的方程必是 KCL 方程”，这种说法正确吗？为什么？

1.9 节 点 法

以节点电压为电路变量，直接列写独立节点的 KCL 方程，先求得节点电压，进而求得响应。这种求解方法称为节点法。以下讨论均对具有 n 个节点、b 条支路的电路而言。

这里，节点电压定义为：任意选定电路中某一节点为参考点，其余节点指向参考点之间的电压（或称节点电位）。显然，节点电压的数目为 $T=(n-1)$ 个。如图 1-57 所示，当选择节点 d 为参考点时，节点电压则为 u_a、u_b、u_c。

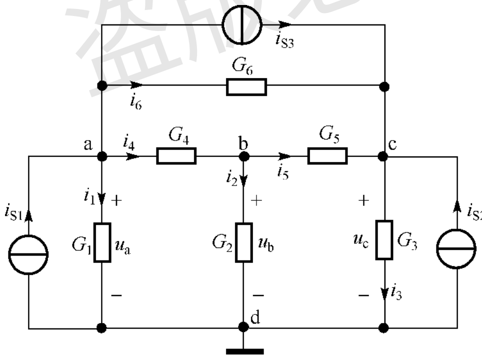


图 1-57

节点电压是相互独立的变量。这是因为节点电压变量不可能处于同一个回路内，所以不能通过 KVL 方程把各个节点电压变量联系起来，即它们相互之间不受 KVL 约束，具有独立性。

节点电压是完备的变量。由图可以看出，任何支路的电压均可用节点电压表示。由支路伏安关系还可求出各支路电流，进而可进一步求出其余变量，因此节点电压具有完备性。

设电路有 T（$T=n-1$）个节点电压，必须建立 T 个以节点电压为变量的独立方程，由于节点电压不受 KVL 约束，因此只能根据 KCL 和支路的伏安关系列写方程。若利用节点电压的完备性及支路伏安关系，将这些 KCL 方程中的各支路电流用节点电压表示，则可得到 T 个以节点电压为变量的独立方程，该组方程就称为节点方程。

对图 1-57 所示电路，对 a、b、c 三节点列写 KCL 方程如下：

$$\begin{cases} G_1u_{\rm a}+G_4(u_{\rm a}-u_{\rm b})+G_6(u_{\rm a}-u_{\rm c})=i_{\rm S1}-i_{\rm S3} \\ G_2u_{\rm b}+G_4(u_{\rm b}-u_{\rm a})+G_5(u_{\rm b}-u_{\rm c})=0 \\ G_3u_{\rm c}+G_5(u_{\rm c}-u_{\rm b})+G_6(u_{\rm c}-u_{\rm a})=i_{\rm S2}+i_{\rm S3} \end{cases} \tag{1.9-1}$$

整理得

$$\begin{cases} (G_1+G_4+G_6)u_{\rm a}-G_4u_{\rm b}-G_6u_{\rm c}=i_{\rm S1}-i_{\rm S3} \\ (G_2+G_4+G_5)u_{\rm b}-G_4u_{\rm a}-G_6u_{\rm c}=0 \\ (G_3+G_5+G_6)u_{\rm c}-G_5u_{\rm b}-G_6u_{\rm a}=i_{\rm S2}+i_{\rm S3} \end{cases} \tag{1.9-2}$$

写成一般形式

$$\begin{cases} G_{11}u_{\rm a}+G_{12}u_{\rm b}+G_{13}u_{\rm c}=i_{\rm S11} \\ G_{21}u_{\rm a}+G_{22}u_{\rm b}+G_{23}u_{\rm c}=i_{\rm S22} \\ G_{31}u_{\rm a}+G_{32}u_{\rm b}+G_{33}u_{\rm c}=i_{\rm S33} \end{cases} \tag{1.9-3}$$

式（1.9-3）中：

- G_{kk} 称为节点 k 的自电导，它是连接到节点 k 的所有支路的电导之和，恒取“+”。
- G_{kj}（$k\neq j$）称为节点 k 与节点 j 的互电导，它是节点 k 与节点 j 之间共有支路的电导之和，恒取“−”。
- $i_{\mathrm{S}kk}$ 为流入节点 k 的电流源之代数和。

上述方程的左端为流出某节点的电导上电流之代数和，方程的右端为流入该节点的电流源之代数和。同网孔分析法一样，节点法也能仅观察电路即可写出不需要整理的通式，可对式（1.9-2）中的每一个方程总结为以下通式：

自电导×本节点电压+Σ 互电导×相邻节点电压=流入本节点电流源电流代数和

综上，节点法分析电路的步骤归纳如下：

（1）设定参考节点，确定节点电压变量；

（2）列节点方程组，联立求解，解出节点电压；

（3）由节点电压求出电路响应。

列节点方程时，要将各独立节点 KCL 方程中的各支路电流用节点电压表示。若网络含有电压源，由于电压源的电流要由外电路确定而不能直接用节点电压表示，故一般采用以下处理方法：

（1）若存在电压源串联电阻的有伴电压源，则可将其串联组合转换成电流源并联电阻模型；

（2）若存在无伴电压源支路，可将无伴电压源支路的一端设为参考点，则它的另一端的节点电压即为已知量，等于该电压源的电压或差一个负号，此节点的节点方程可省去。

（3）若存在两个或两个以上无伴电压源支路，可对其中的一个无伴电压源支路按第（2）种方法处理。而对其余的无伴电压源支路，可增设流过无伴电压源的电流为未知量，先列节点方程，再增补一个或若干个辅助方程，使电压源电压与节点电压相联系。

例 1-22　用节点分析法求例 1-20 中的各支路电流。

解：设 b 点为参考节点，则关于 a 节点的 KCL 方程为

$$\frac{u_a}{15}+\frac{u_a-5}{5}+\frac{u_a+10}{10}=0$$

或由通式得 KCL 方程为

$$\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\right)u_a=\frac{5}{5}-\frac{10}{10}$$

解方程得：$u_a=0$，故有

$$i_1=\frac{5-u_a}{5}=1\text{A}$$

$$i_2=\frac{-10-u_a}{10}=-1\text{A}$$

$$i_3=0$$

例 1-23 如图 1-58 所示电路，应用节点分析法求电流 i 和电压 u。

解：此电路含有两个无伴电压源，只能选择其中一个理想电压源的一端为参考点。设节点 d 为参考点，则 u_a =10V 为已知量，该节点的 KCL 方程可省去。设流过 5V 电压源的电流为 i_x，则列出节点方程及辅助方程为

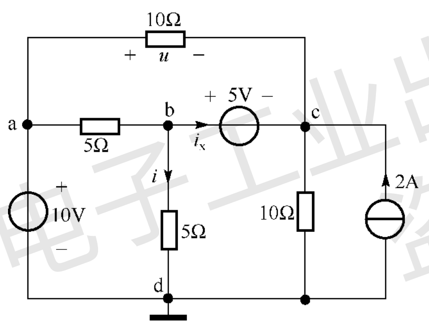


图 1-58

节点 b：$-\frac{1}{5}u_a+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)u_b=-i_x$

节点 c：$-\frac{1}{10}u_b+\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)u_c=i_x+2$

辅助方程：$u_b-u_c=5$

联立求解以上方程可得：

$$u_b=10\text{V}，u_c=5\text{V}$$

故有

$$u=u_a-u_c=10-5=5\text{V}$$

$$i=\frac{u_b}{5}=\frac{10}{5}=2\text{A}$$

同样，如果电路中含有受控源，可先将受控源按独立源一样对待，列写节点方程，再增加辅助方程，即将受控源的控制量用节点电压表示。

思考与练习

1.9.1 “若电路中不含受控源，应用节点法时均有互电导相等，即：$G_{kj}=G_{jk}$”，这种说法对吗？若电路中含有受控源，情况又如何？

1.9.2 用网孔法求解例 1-23 中的变量。并比较两种方法哪一种更好？

1.10 齐次定理和叠加定理

线性电路是由线性元件组成的，其重要特性是同时具有齐次性（又称比例性或均匀性）和叠加性。由此可总结为两个重要定理：齐次定理和叠加定理。当电路中有多种或多个信号

激励时，它们为研究响应与激励的关系提供了理论依据和方法，并经常作为推导其他电路定理的基础。

1.10.1　齐次定理

在介绍齐次定理之前，先看以下例题。

例 1-24　求电路图 1-59(a)中的电流 I_1' 和图 1-59(b)中的电流 I_1'' 。

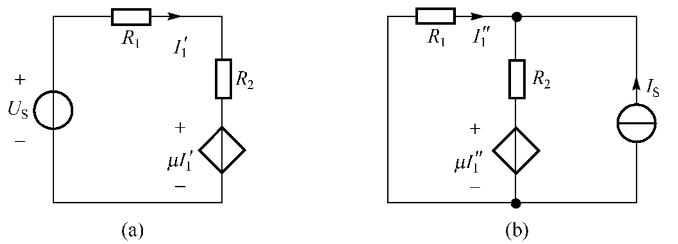


图 1-59

解：(a)以回路电流为变量，列出回路的 KVL 方程

$$(R_1+R_2)I_1'+\mu I_1'=U_S$$

解得

$$I_1'=\frac{U_S}{R_1+R_2+\mu}$$

可见，由于电阻值和受控源参数均为常数，响应 I_1' 与激励 U_S 成正比。

(b)网孔法求解。设两个网孔电流与 I_1'' 和 I_S 一致，则网孔方程为

$$(R_1+R_2)I_1''+R_2I_S+\mu I_1''=0$$

解得

$$I_1''=\frac{-R_2I_S}{R_1+R_2+\mu}$$

同样，由于电阻值和受控源参数均为常数，响应 I_1'' 与激励 I_S 成正比。

上例中反映的响应与激励成正比的关系具有一定的普遍性，可将其总结为齐次定理。

齐次定理的内容为：当线性电路中只有一个激励源作用时，其任意支路上的响应与激励值成正比。

其中，激励源可以是独立电压源，也可以是独立电流源，但不可以是受控源。例如，假设激励是电压源 u_S，响应是某支路电流 i，则根据齐次定理有 $i=ku_S$ 。式中 k 为常数，它只与电路结构和元件参数有关，而与激励源无关。

例 1-25　如图 1-60 所示电路中，已知电流源 $I_S=15\text{A}$，试求电流 I_0。

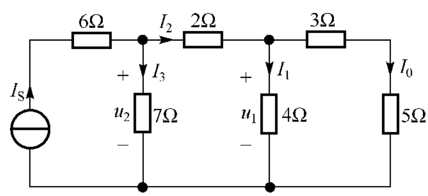


图 1-60

解：利用齐次定理求解。不妨先假设电流 I_0=1A，则

$$u_1=(3+5)I_0=8\times1=8\text{V}$$

$$I_1=\frac{u_1}{4}=\frac{8}{4}=2\text{A},\quad I_2=I_1+I_0=2+1=3\text{A}$$

可求得

$$u_2=2I_2+u_1=2\times3+8=14\text{V}$$

从而有

$$I_3=\frac{u_2}{7}=\frac{14}{7}=2\text{A}$$

此时的 $I_\text{S}=I_2+I_3=3+2=5\text{A}$ 。

显然，根据齐次定理，当 I_s = 15A 时：

$$I_0=1\times\frac{15}{5}=3\text{A}$$

1.10.2 叠加定理

在介绍叠加定理之前，再看一道例题。

例 1-26 求解电路图 1-61 中的 I_1。

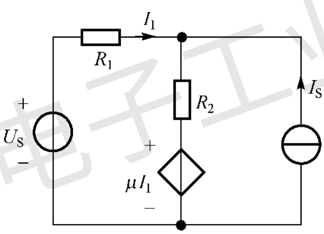


图 1-61

解：网孔法求解。设网孔电流同 I_1 和 I_S（大小及参考方向均相同），则网孔方程为

$$(R_1+R_2)I_1+R_2I_\text{S}+\mu I_1=U_\text{S}$$

解得

$$I_1=\frac{U_\text{S}-R_2I_\text{S}}{R_1+R_2+\mu}=\frac{U_\text{S}}{R_1+R_2+\mu}+\frac{-R_2I_\text{S}}{R_1+R_2+\mu}$$

分析该结果可知，响应 I_1 与两个独立源 U_S 和 I_S 均有关系。I_1 的表达式中第一项只与 U_S 有关，第二项只与 I_S 有关。若令 $I_1'=\dfrac{U_\text{S}}{R_1+R_2+\mu}$， $I_1''=\dfrac{-R_2I_\text{S}}{R_1+R_2+\mu}$，则显然有

$$I_1=I_1'+I_1''$$

联系例 1-25，可以发现 I_1' 和 I_1'' 在两道题中是一致的。故本例中的 I_1' 可看作仅有 U_S 作用而 I_S 不作用（视为开路）时 R_1 上的电流， I_1'' 可看成仅有 I_S 作用而 U_S 不作用（视为短路）时 R_1 上的电流。即电流 I_1 可以看成独立电压源 U_S 与独立电流源 I_S 分别单独作用时产生电流的代数和。响应与激励之间关系的这种规律不仅对于本例才有，而且所有具有唯一解的线性电路都具有这种特性，具有普遍意义，因此把线性电路的这种特性总结为叠加定理。

叠加定理的内容为：对于具有唯一解的线性电路，多个激励源共同作用时引起的响应（电流或电压）等于各个激励源单独作用时（其他激励源置为零）所引起的响应之代数和。

所谓激励源单独作用，是指每个或一组独立源作用时，其他独立源均置为零（即其他独立电压源短路，独立电流源开路），而电路的结构及所有电阻和受控源均不得变动。

叠加定理用来分析线性电路的基本思想是“化整为零”的思想，它将多个独立源作用的复杂电路分解为每一个（或每一组）独立源单独作用的较简单的电路，在分解图中分别计算某支路的电流或电压响应，然后通过求代数和求出它们共同作用时的响应。对于独立源数目不是很多的线性电路，用叠加定理分析有方便之处。

例 1-27　利用叠加定理求图 1-62(a)所示电路的电压 u_2。

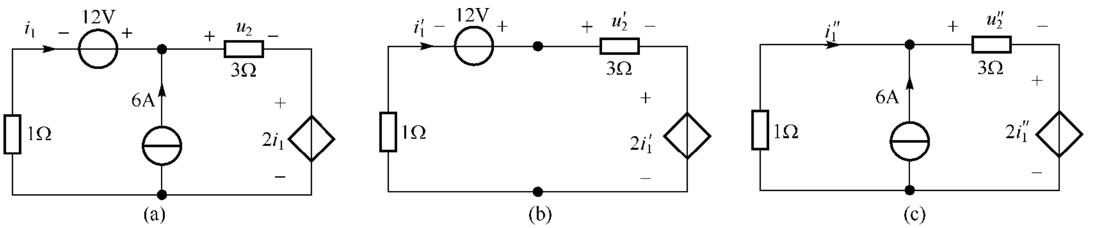


图 1-62

解：根据叠加定理，首先分别画出两个独立源分别单独作用时的分解电路。

（1）当 12V 电压源单独作用时，6A 电流源被置零，即开路，如图 1-62(b)所示。可得

$$(3+1)i_1' + 2i_1' = 12$$
$$i_1' = 2\text{A}$$
$$u_2' = 3i_1' = 6\text{V}$$

（2）当 6A 电流源单独作用时，12V 电压源被置零，即短路，如图 1-62(c)所示。可得

$$u_2'' = 3(6 + i_1'') = -1 \times i_1'' - 2i_1'' = -3i_1''$$
$$i_1'' = -3\text{A}$$
$$u_1'' = 9\text{A}$$

故由叠加定理得：$u_2 = 6 + 9 = 15\text{V}$。

例 1-28　如图 1-63 所示的电路中，N 为含有独立源的线性电阻电路。已知：

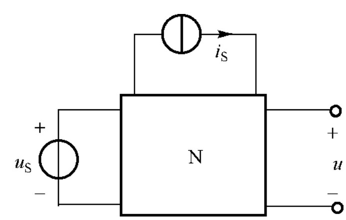


图 1-63

当 $u_S = 6\text{V}$，$i_S = 0$ 时，开路端电压 $u = 4\text{V}$；

当 $u_S = 0\text{V}$，$i_S = 4\text{A}$ 时，$u = 0$；

当 $u_S = -3\text{V}$，$i_S = -2\text{A}$ 时，$u = 2\text{V}$。

求当 $u_S = 3\text{V}$，$i_S = 3\text{A}$ 时的开路端电压 u。

解：将激励源分为三组：电压源 u_S、电流源 i_S、N 内的全部独立源。

设仅有电压源 u_S 产生的响应为 u_1，则 $u_1 = a\,u_S$（u_S 发生变化）；

设仅有电流源 i_S 产生的响应为 u_2，则 $u_2 = b\,i_S$（i_S 发生变化）；

设 $u_S = 0$，$i_S = 0$ 时，仅由 N 内部所有独立源引起的响应为 u_3，$u_3 = c$（N 内独立源不发生变化，故设为常数）。

于是，在任何情况下均有

$$u = u_1 + u_2 + u_3 = au_S + bi_S + c$$

将已知条件代入得

$$\begin{cases} 6a + c = 4 \\ 4b + c = 0 \\ -3a - 2b + c = 2 \end{cases}$$

解得：

$$a = \frac{1}{3},\ b = -\frac{1}{2}\Omega,\ c = 2\text{V}$$

则当 $u_S = 3\text{V}$，$i_S = 3\text{A}$ 时的开路端电压 u 为

$$u = au_S + bi_S + c = \frac{1}{3} \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 + 2 = 1.5\text{V}$$

使用叠加定理时应注意以下几点：

（1）叠加定理仅适用于线性电路（包括线性时变电路），而不适用于非线性电路。

（2）叠加定理只适用于计算电流和电压，而不能用于计算功率。这是因为电压和电流都与激励呈一次函数关系，而功率与激励不是一次函数关系。

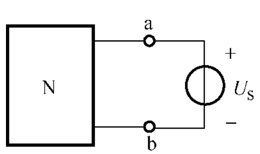
（3）若电路中含有受控源，受控源不单独作用。在独立源每次单独作用时受控源都要保留其中，其数值随每一独立源单独作用时控制量数值的变化而变化。

（4）应用叠加定理时，可以分别计算各个独立电压源和电流源单独作用下的电流或电压，然后把它们进行叠加；也可以将电路中的所有独立源分为几组，按组计算所需的电流或电压，然后叠加。特别是对于内部结构未知的“黑箱”问题，只能通过将其中所有的独立源作为一组进行分析。

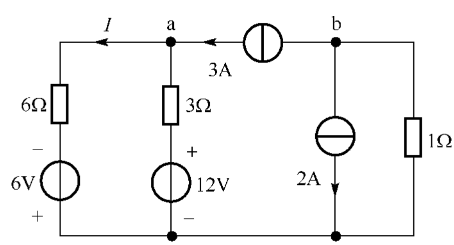
思考与练习

1.10.1　电路如图所示，N 为含有独立源和电阻的线性电路，已知 $U_S = 2\text{V}$ 时，$I = 1\text{A}$，则当 $U_S = 4\text{V}$ 时，$I = 2\text{A}$，这个结论对吗？为什么？

1.10.2　用叠加定理求电路图中 I 和 U_{ab}。



练习题 1.10.1 图



练习题 1.10.2 图

1.10.3　有人说：“叠加定理只适用于线性电路，它可以用来求线性电路中的任何量，包括电流、电压、功率。”，你同意这种观点吗？为什么？

1.11　替代定理*

替代定理（又称置换定理）是集总参数电路理论中一个重要的定理。既适用于线性电路，又适用于非线性电路。内容为：在具有唯一解的线性或非线性电路中，若已知某一支路的电

压为 u，电流为 i，那么该支路可以用“$u_S = u$”的电压源替代，或者用“$i_S = i$”的电流源替代。替代后电路其他各处的电压、电流均保持原来的值。

定理中所说的某支路可以是无源的，也可以是含独立源的，或是一个二端网络（又称广义支路）。但是，被替代的支路与原电路的其他部分（图 1-64(a)中的电路 N）间不应有耦合。例如，在被替代部分的电路中不应有控制量在 N 中的受控源，而 N 中受控源的控制量也不应在被替代部分的电路中。图 1-64 为替代定理示意图，其中 M 为被替代的广义支路。

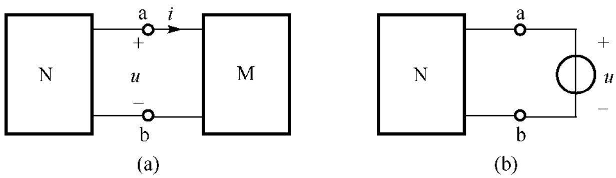


图 1-64

替代定理可论证如下：设原电路（图 1-64 中的 N 部分）各支路电流、电压具有唯一的解，它们满足 KCL、KVL 和各支路的伏安关系。当某条支路用电压源 u 替代后，其电路拓扑结构与原电路完全相同，因而原电路与替代后的电路的 KCL 和 KVL 方程完全相同；除被替代的支路外，替代前后电路的支路约束关系也完全相同。替代后的电路中，电压源支路的电压为 u 没有变化，而它的电流是任意的（因电压源的电流可为任意值）。所以，上述原电路各支路的电流、电压满足替代后电路的所有约束关系。故它也是替代后电路的唯一的解。

若用电流源来替代，也可进行类似的论证。

在分析电路时，经常使用替代定理化简电路，辅助其他方法求解。在推导许多新的定理与等效变换方法时也常用到替代定理。实际工程中，在测试电路或试验设备中采用假负载（或称模拟负载）的理论根据即是替代定理。

例 1-29　在含源网络 N 的一侧接 π 形衰减器，如图 1-65(a)所示，求解当负载电阻 R_L 为何值时，负载中的电流为网络 N 的输出电流的一半。

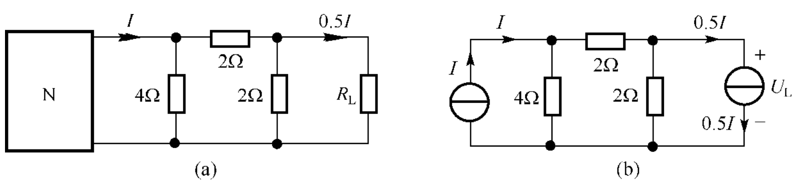


图 1-65

解： 为求出电阻 R_L，可先求其两端电压，并以 U_L 表示，再利用欧姆定律求出电阻 R_L。为此，根据替代定理，N 网络及负载均用电流源替代，得电路如图 1-65(b)所示。

由叠加定理，求得负载电阻电压为

$$U_L = I \times \frac{4}{4+2+2} \times 2 + \left(-\frac{I}{2}\right) \times [2//(2+4)] = 0.25I$$

故利用欧姆定律有

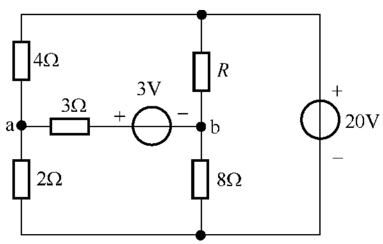
$$R_L = \frac{U_L}{0.5I} = \frac{0.25I}{0.5I} = 0.5\Omega$$

即当 R_L =0.5Ω时，负载中的电流为网络 N 的输出电流的一半。

应当注意，“替代”与“等效变换”是两个不同的概念，“替代”是用独立电压源或电流源替代已知电压或电流的支路，替代前后替代支路以外电路的拓扑结构和元件参数不能改变，因为一旦改变，替代支路的电压和电流也将发生变化；而等效变换是两个具有相同端口伏安特性的电路间的相互转换，与变换以外电路的拓扑结构和元件参数无关。

从等效的角度看，替代定理属于有条件等效。即必须在电路确定并已知支路上电压或电流的限定条件下支路才能被替代，替代前后各支路的电压、电流、功率是等效的。

思考与练习



练习题 1.11.2 图

1.11.1　有人说：“理想电压源与理想电流源之间不能互换，但对某一确定的电路，若已知理想电压源的电流为 2A，则该理想电压源可以替代为 2A 的理想电流源，这种替代不改变原电路的工作状态。”你认为对吗？

1.11.2　图示电路中，已知 $u_{ab}=0$，求电阻 R。

1.11.3　在待替代支路中串联两个极性相反且数值等于该支路已知电压值的电压源，即可证明替代定理。试画出电路图，并证明之。

1.12　等效电源定理

在 1.6 节曾介绍了二端网络的一些等效方法，本节介绍的等效电源定理则说明另一种等效变换方法，即如何将一个有源线性二端网络（指一个含电源、线性电阻和线性受控源的二端网络）等效成一个电源，它包括戴维南定理和诺顿定理。如果将有源线性二端网络等效成电压源形式，应用的则是戴维南定理；如果将有源线性二端网络等效成电流源形式，应用的则是诺顿定理。前者由法国电讯工程师戴维南（L. C. Thévenin）于 1883 年提出，后者由美国贝尔实验室的工程师诺顿（L. Norton）于 1933 年提出。两个定理具有对偶性，但两者的提出却相隔了 50 年的时间，这一方面说明了人类进行科学探索的艰辛，另一方面也说明了科学的方法论对于科研实践具有重要的指导意义。

戴维南定理的内容为：任何一个线性有源二端网络 N，对外电路而言，可以用一个电压源和电阻的串联组合电路来等效，该电压源的电压 u_{OC} 等于该有源二端网络在端口处的开路电压，与电压源串联的电阻 R_0 等于该有源二端网络中全部独立源置零（电压源短路，电流源开路）后的等效电阻。

上述电压源和电阻的串联组合称为戴维南等效电路，电阻 R_0 又称为戴维南等效电阻。

诺顿定理的内容为：任何一个线性有源二端网络 N，对外电路而言，可以用一个电流源和电导的并联组合电路来等效，该电流源的电流 i_{SC} 等于该有源二端网络端口处的短路电流，与电流源并联的电导 G_0 等于该有源二端网络中全部独立源置零后的等效电导。

上述电流源和电导的并联组合电路称为诺顿等效电路，电导 G_0 称为诺顿等效电导。

等效电源定理的示意图如图 1-66 所示。

由图 1-66 可以看出，由于网络 N_1 和 N_2 都是网络 N 的等效电路，它们彼此之间也是等效的，则显然有

$$u_{OC}=R_0 i_{SC} \quad \text{或} \quad i_{SC}=\frac{u_{OC}}{R_0},\ G_0=\frac{1}{R_0}$$

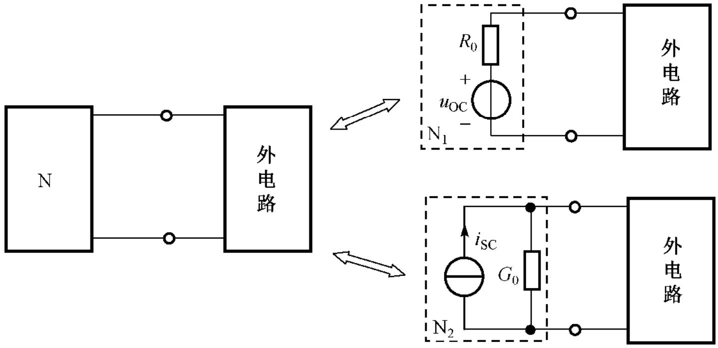


图 1-66

需要指出的是，一般来说，二端网络的两种等效电路都存在。但当网络内含有受控源时，其等效电阻有可能为零，这时戴维南等效电路即为理想电压源，而其诺顿等效电路将不存在。如果其等效电导为零，这时诺顿等效电路即为理想电流源，戴维南等效电路将不存在。

应用叠加定理和替代定理可以推导出等效电源定理。以下仅以戴维南定理为例，用替代定理和叠加定理加以证明。

在图 1-67(a)所示电路中，N 为有源二端网络，当接外电路后，N 端口电压为 u，电流为 i。根据替代定理，外电路可用一个电流 $i_s = i$ 的电流源替代，替代后的电路如图 1-67 (b)所示。

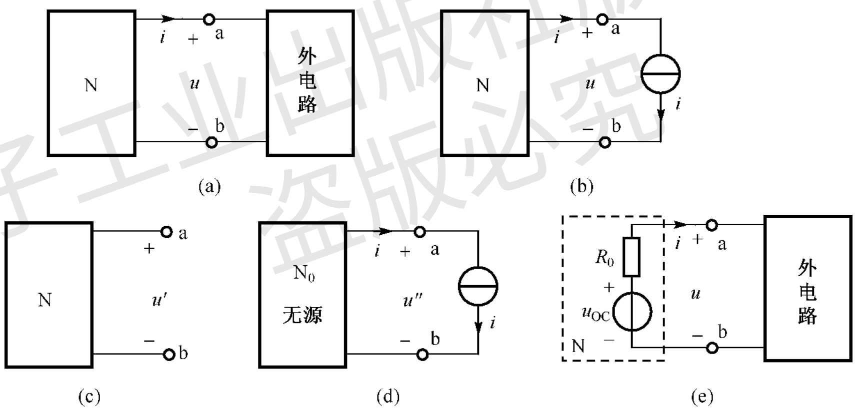


图 1-67

应用叠加定理推导出 N 端口的电压与电流的关系。对图 1-67 (b)所示电路，可分解为图 1-67(c)和(d)两个分解图。其中图 1-67(c)所示电路为电流源 i 不作用、由 N 中全部独立源作用时的电路，此时端口电压即为 ab 支路开路电压，即有 $u' = u_{OC}$；图 1-67(d)所示电路为电流源 i 单独作用、而 N 中全部独立源不作用时的电路，即 N 变为 N_0（无源网络），ab 端口的等效电阻为 R_0，此时其端口电压 $u'' = -R_0 i$ 。

根据叠加定理，端口电压为

$$u = u' + u'' = u_{OC} - R_0 i$$

该 N 端口的电压与电流的关系对应的电路模型即为戴维南等效电路，如图 1-67(e)中虚线框内所示。

等效电源定理在网络分析中十分有用，如果要求解网络中某一条支路的电压或电流，这时可将该支路从网络中抽出，而将网络的其余部分视为一个有源二端网络，应用戴维南定理

或诺顿定理将该有源二端网络用它的戴维南等效电路或诺顿等效电路等效，从而把原电路简化为一个单回路或单节点偶电路，在此电路中所要求的支路电压或电流可很容易求得。

因此，应用等效电源定理分析电路的基本步骤可归为：

（1）断开待求支路或局部网络，求出所余二端有源网络的开路电压 u_{OC} 或短路电流 i_{SC}；

（2）将二端网络内所有独立源置零（电压源短路，电流源开路），求等效电阻 R_0；

（3）将待求支路或局部网络接入等效后的戴维南等效电路或诺顿等效电路，求取响应。

在这个过程中，开路电压和短路电流的求解用前面学过的方法即可解决，需要注意的是等效电阻的求解。归纳起来，其求解方法有以下几种：

（1）纯电阻网络等效变换方法：若二端网络为纯电阻网络（无受控源），则可利用电阻串联、并联和 Y-△转换等规律进行计算。

（2）外加电源法：在无源二端网络的端口处施加电压源 u 或电流源 i，在端口电压和电流关联参考方向下，求得端口处电流 i（或电压 u），得等效电阻 $R_0 = u/i$。此法适用于任何线性电阻电路，尤其适用于含受控源二端网络的等效电阻的计算，如图 1-68 所示。

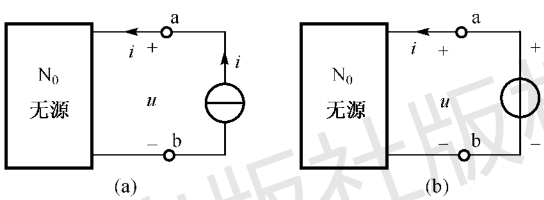


图 1-68

（3）开路短路法：当求得有源二端网络的开路电压 u_{OC} 后，把端口 ab 处短路，求出短路电流 i_{SC}（注意 u_{OC} 和 i_{SC} 参考方向对外电路一致，如图 1-69 所示），于是等效电阻 $R_0 = \dfrac{u_{OC}}{i_{SC}}$。此方法同样适用于任何线性电阻电路，尤其适用于含受控源的有源二端网络的等效电阻的计算。需要注意的是：求 u_{OC} 和 i_{SC} 时，N 内所有独立源均应保留。

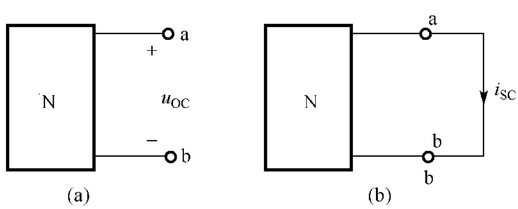


图 1-69

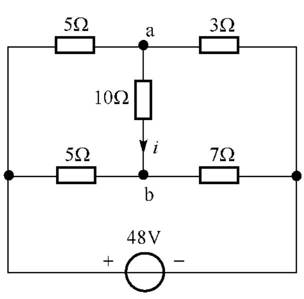


图 1-70

例 1-30 求图 1-70 中的支路电流 i。

解：利用戴维南定理求解。

将待求支路断开，得到如图 1-71(a)所示的二端网络。计算 ab 端口的开路电压如下

$$u_{OC} = 48 \times \frac{3}{5+3} - 48 \times \frac{7}{5+7} = -10\text{V}$$

再计算等效电阻 R_0，将独立源电压源置零（短路），如图 1-71(b)所示。由图可得等效电阻 R_0 为

$$R_0=(5//3)+(5//7)=4.8\Omega$$

则接上10Ω 电阻后，原电路等效为图 1-71(c)。

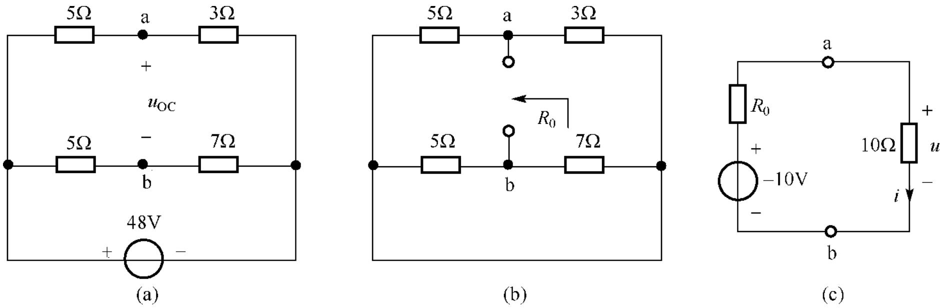


图 1-71

从而可得支路电流 $i=\dfrac{-10}{4.8+10}=-0.68\text{A}$ 。

例 1-31　用等效电源定理求电路图 1-72(a)中的负载电压 u。

解法一：戴维南定理求解。

（1）断开负载 3Ω电阻，如图 1-72(b)所示。求开路电压 u_{OC} 为

$$u_{OC}=3\times1+6=9\text{V}$$

（2）把独立源置为零，得图 1-72(c)所示电路。求等效电阻 R_0 为

$$R_0=3\Omega$$

（3）接上负载，原电路可简化为如图 1-72(d)所示。

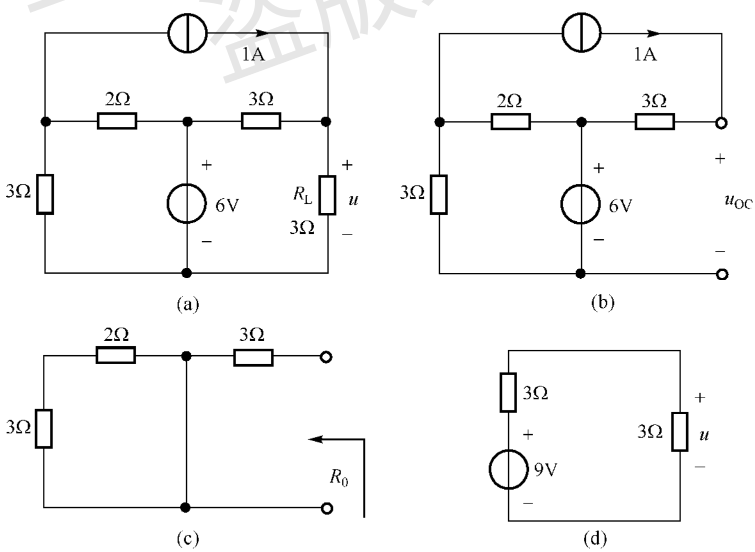


图 1-72

由分压公式可得

$$u=4.5\text{V}$$

解法二：诺顿定理求解。

（1）将负载短路，如图 1-73(a)所示，求短路电流 i_{SC} 为

$$i_{SC} = 1 + \frac{6}{3} = 3\text{A}$$

（2）求等效电阻 R_0，方法同解法一，得 R_0 =3Ω。

也可用开路短路法验证，即：$R_0 = \dfrac{u_{OC}}{i_{SC}} = \dfrac{9}{3} = 3\Omega$

（3）将原电路化为如图 1-73(b)所示。显然，$u = 3 \times (3//3) = 4.5\text{V}$ 。

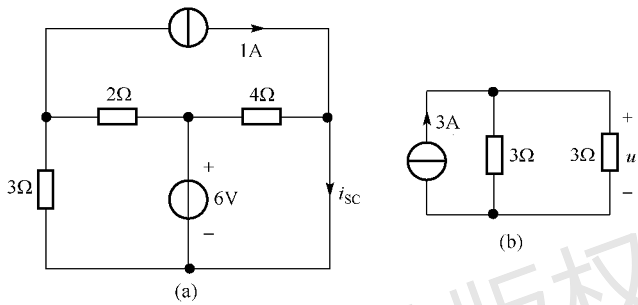


图 1-73

例 1-32 电路如图 1-74 所示，求 ab 端口的戴维南等效电路和诺顿等效电路。

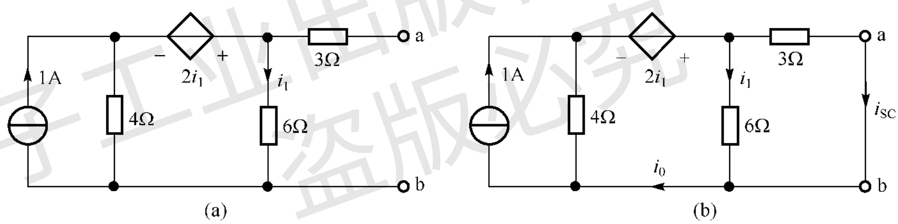


图 1-74

解：利用戴维南定理和诺顿定理求解。

（1）求开路电压 u_{OC} 和短路电流 i_{SC}。

当 ab 端开路时，右侧网孔电流即为控制量 i_1，其网孔方程为

$$(4+6)i_1 - 1\times 4 - 2i_1 = 0$$

解得 i_1 =0.5A。

故 u_{OC} =6 i_1 =3V。

当 ab 端短路后可得电路如图 1-74 (b)所示，设中间网孔电流为 i_0，则中间网孔方程为

$$(4+6)i_0 - 1\times 4 - 2i_1 - 6i_{SC} = 0$$

又

$$i_{SC} = 2\,i_1$$

$$i_1 = i_0 - i_{SC}$$

由以上三式消去 i_1 和 i_0 可得

$$i_{SC} = 0.5\text{A}$$

（2）求等效电阻 R_0。

① 开路短路法：

$$R_0=\frac{u_{\mathrm{OC}}}{i_{\mathrm{SC}}}=\frac{3}{0.5}=6\Omega$$

② 外加电源法：令网络内部独立源为零（电流源开路），受控源保留，在 ab 端加一电压源 u，得电路如图 1-75 所示。

设端口流入无源网络的电流为 i，则等效电阻 $R_0=\dfrac{u}{i}$。故只需列出端口 u 和 i 关系即可。

右网孔的 KVL 方程为

$$u=3i+6i_1$$

外沿回路的 KVL 方程为

$$u=3i+2i_1+4(i-i_1)$$

从中消去 i_1 得

$$u=6i$$

故　$R_0=\dfrac{u}{i}=6\Omega$。

（3）由求得的开路电压 u_{OC} 或短路电流 i_{SC} 和 R_0 可画出原二端网络的戴维南等效电路和诺顿等效电路，如图 1-76 所示。

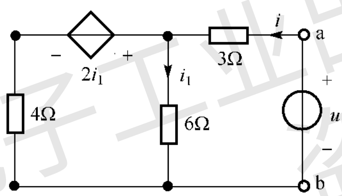


图 1-75

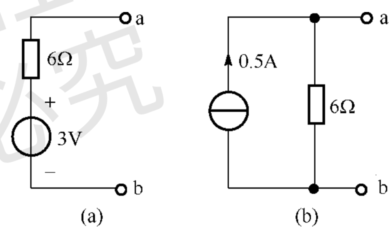


图 1-76

应用等效电源定理时，需要注意以下两点：

（1）等效电源定理只要求被等效的有源二端网络是线性的（可含线性电阻、独立源和受控源），而对该网络所接的外电路是没有限制的（线性或非线性均可），但被等效的二端网络与外电路之间不能有耦合关系，例如含有控制变量在外电路中的受控源等；

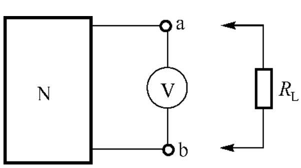
（2）求等效电阻 R_0 时，将有源二端网络中的所有独立源置零，但受控源应保留不变。

思考与练习

1.12.1　有人说："一线性二端网络 N 的戴维南等效内阻为 R_0，则 R_0 上消耗的功率等于 N 内所有电阻及受控源吸收功率之和。"，你同意这样的观点吗？说明理由。

1.12.2　求线性有源网络的等效电阻 R_0 也可以用测量的方法完成。如图所示，设断开负载 R_L 时测得开路电压为 u_{OC}，接入后测得电压为 u_1（电压表内阻为无穷大），试证明

$$R_0=\left(\frac{u_{\mathrm{OC}}}{u_1}-1\right)R_L$$



练习题 1.12.2 图

1.13　最大功率传输定理

在电路分析中还常遇到最大功率传输问题。所谓最大功率传输是指有源二端网络联接负载电阻后，通过改变负载电阻的阻值使有源二端网络传递最大功率，也就是说此时负载电阻获得的功率最大。在电子技术中，负载电阻可能接在某些电源或信号源上，这些电源或信号源内部结构复杂，因此可以看成一个有源二端网络。

应用戴维南定理和诺顿定理分析这类问题十分方便。最大功率传输问题可以用图 1-77(a)来说明，即对于外接负载 R_L 的有源二端网络 N，当负载 R_L 调至多少时可使负载上获得最大功率。

首先，利用戴维南定理将原电路转化为图 1-77(b)所示电路。

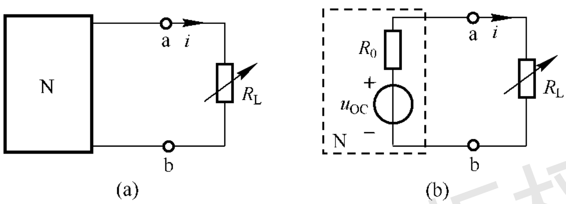


图 1-77

其次，推导出负载取得最大功率的条件及其取得的最大功率。由图 1-77(b)可知，流经负载的电流为

$$i=\frac{u_{OC}}{R_0+R_L}$$

负载吸收功率为

$$p_L=i^2R_L=\frac{u_{OC}^2}{(R_0+R_L)^2}R_L=\frac{u_{OC}^2R_L}{R_0^2+R_L^2+2R_0R_L}=\frac{u_{OC}^2}{\dfrac{R_0^2}{R_L}+R_L+2R_0}$$

由数学极值定理可知，当 $\frac{R_0^2}{R_L}=R_L$=时，即 $R_L=R_0$ 时上式分母最小，则负载吸收功率最大。即有

$$p_{Lmax}=\frac{u_{OC}^2}{4R_0} \tag{1.13-1}$$

可见，为了能从给定的网络或电源获得最大功率，应使负载电阻等于网络等效电阻或电源内阻，即 $R_L=R_0$ 时，其最大功率为 $p_{Lmax}=\frac{u_{OC}^2}{4R_0}$。这常称为最大功率传输定理，也称为最大功率传输条件。

上面的结论是通过戴维南等效电路得到的，若改用诺顿等效电路来求解，其结论是一样的，负载功率仍然是当 $R_L=R_0$ 时获得最大值，最大值为 $p_{Lmax}=\frac{1}{4}i_{SC}^2R_0$（读者可自行证明）。

不难看出，求解最大功率传输问题的关键是求出一个二端网络的戴维南等效电路或诺顿等效电路。

例 1-33　如图 1-78(a)所示电路，当 R_L 为何值时能取得最大功率？该最大功率是多少？

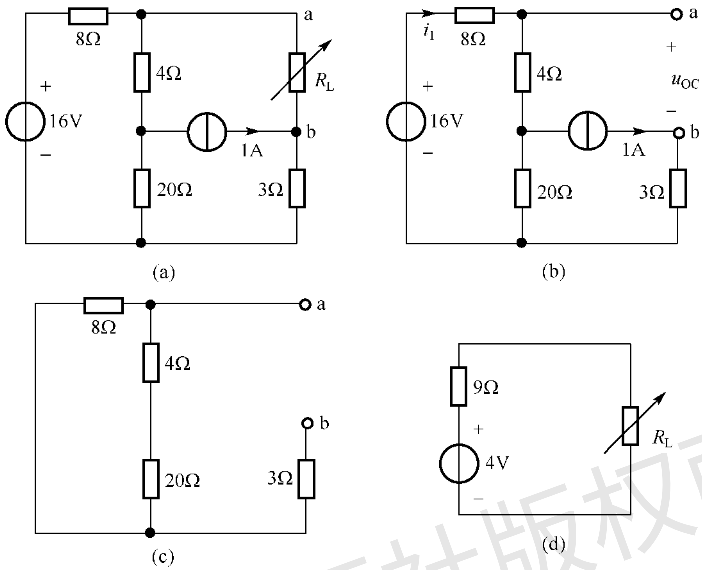


图 1-78

解：（1）断开 R_L 支路，如图 1-78(b)所示，求开路电路电压 u_{OC}。设左网孔电流为 i_1，列出该网孔的 KVL 方程为

$$(8+4+20)i_1-20\times1=16$$

解得：

$$i_1=\frac{9}{8}\text{A}$$

由 KVL 得：

$$u_{OC}=-8i_1+16-3\times1=4\text{V}$$

（2）将独立源置零，得图 1-78(c)所示电路，求等效电阻 R_0。

$$R_0=3+8//(4+20)=9\Omega$$

（3）根据求出的 u_{OC} 和 R_0 得出戴维南等效电路，并接上负载，得到如图 1-78(d)所示电路。根据最大功率传输定理可知，当 $R_L=R_0=9\Omega$ 时，负载可获得最大功率，其最大功率为

$$p_{L\max}=\frac{u_{OC}^2}{4R_0}=\frac{4^2}{4\times9}=\frac{4}{9}\text{W}$$

思考与练习

1.13.1　“实际电压源接上可调负载电阻 R_L 时，只有当 R_L 等于其内阻时，R_L 才能获得最大功率，此时电源产生的功率也最大”。这种说法正确吗？为什么？

1.13.2　试将线性含源二端网络 N 等效为诺顿电路后证明，负载获得最大功率条件及其最大功率为：当 $R_L=R_0$ 时，$p_{L\max}=\frac{1}{4}i_{SC}^2R_0$。

习　题　1

1-1　选择合适答案填入括号内，只需填入 A、B、C 或 D。

（1）电路如题 1-1（1）图所示，其端口电压 $U_{ab}=$（　　）。

A．−8V　　B．14V　　C．2V　　D．−14V

（2）电路如题 1-1（2）图所示，其中电压源产生的功率为（　　）。

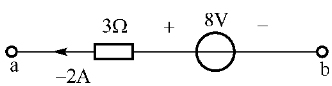
A．0　　B．1W　　C．2W　　D．−1W

（3）如题 1-1（3）图所示，图中的 $U_x=$（　　）。

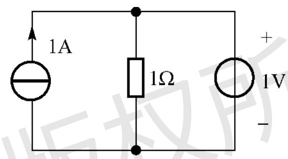
A．2V　　B．−13V　　C．3V　　D．−3V

（4）题 1-1（4）图所示电路中，电流 $I=$（　　）。

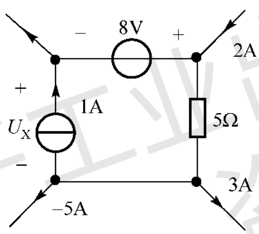
A．0　　B．−1A　　C．1A　　D．5A



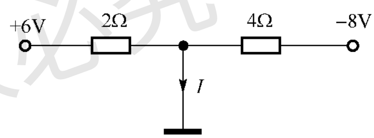
题 1-1（1）图



题 1-1（2）图



题 1-1（3）图



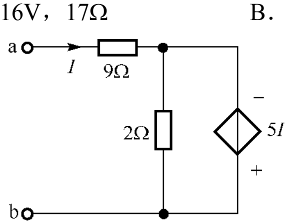
题 1-1（4）图

（5）题 1-1（5）图所示电路中，ab 端的等效电阻为（　　）。

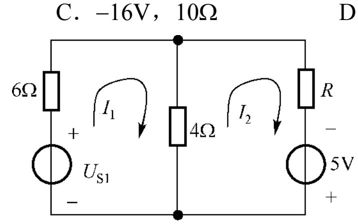
A．14Ω　　B．9Ω　　C．4Ω　　D．11Ω

（6）电路如题 1-1（6）图所示，已知网孔电流 I_1=2A，I_2=1A，则 U_{S1} 和 R 应分别为（　　）。

A．16V，17Ω　　B．16V，9Ω　　C．−16V，10Ω　　D．−16V，9Ω



题 1-1（5）图



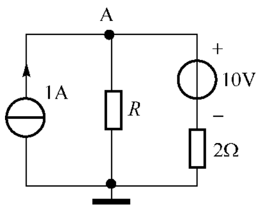
题 1-1（6）图

（7）电路如题 1-1（7）图所示，已知 A 点的电位为 6V，则电路中 R=（　　）。

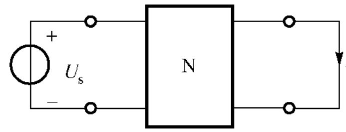
A．2Ω　　B．4Ω　　C．5Ω　　D．3Ω

（8）题 1-1（8）图所示电路中，N 为含独立源的电阻电路。已知：当 $U_S=0$ 时，$I=4$mA；当 $U_S=10$V 时，$I=-2$mA。则当 $U_S=-15$V 时，$I=$（　　）。

A．2mA　　B．11mA　　C．13mA　　D．−11mA



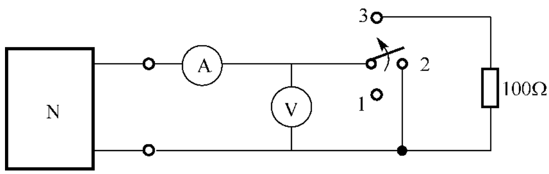
题 1-1（7）图



题 1-1（8）图

（9）题 1-1（9）图所示电路中，当开关 S 在位置“1”时，电压表读数为 20V；S 在位置“2”时，电流表的读数为 50mA。则 S 在位置“3”时，电压表及电流表的读数分别为（　　）。

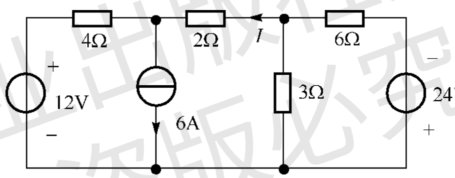
A．40mA，2V　　B．40mA，8V　　C．20mA，4V　　D．40mA，4V



题 1-1（9）图

（10）题 1-1（10）图所示电路中，24V 电压源单独作用产生的电流 I 分量应为（　　）。

A．−6A　　B．0　　C．−2A　　D．−1A

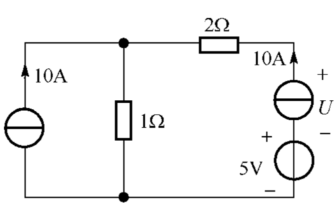


题 1-1（10）图

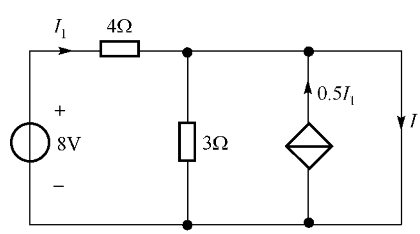
1-2　将合适答案填入空内。

（1）题 1-2（1）图所示电路中 U =________。

（2）题 1-2（2）图所示电路中 I = ________。



题 1-2（1）图



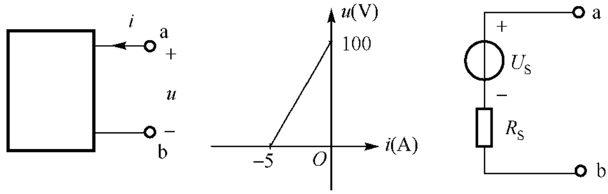
题 1-2（2）图

（3）测得题 1-2（3）图(a)所示网络端口的电压电流关系如图(b)所示，则其等效为图(c)电路中的 U_S =________，R_S =________。

（4）题 1-2（4）图(a)所示电路等效为图(b)所示电路，则 I_S = ________，R_S = ________。

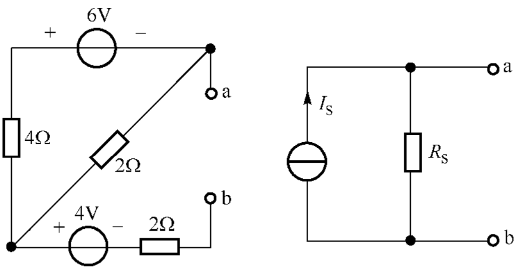
（5）题 1-2（5）图示电路中 A 点的电位 U_A =________。

（6）电路如题 1-2（6）图所示，由节点法可得 A 点的电位为________。



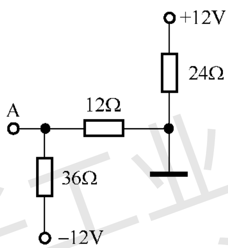
(a) (b) (c)

题 1-2（3）图

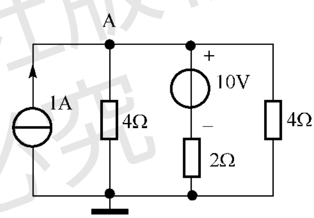


(a) (b)

题 1-2（4）图



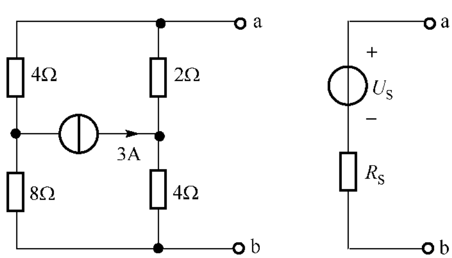
题 1-2（5）图



题 1-2（6）图

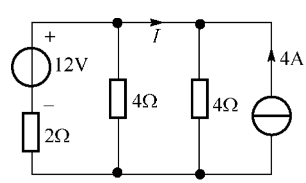
（7）题 1-2（7）图所示电路中图(a)端口等效为图(b)时，则 U_S =________，R_S =________。

（8）题 1-2（8）图所示电路中，电压源单独作用时 I = ________，电流源单独作用时 I =________。



(a) (b)

题 1-2（7）图



题 1-2（8）

（9）题 1-2（9）图所示电路中，若开关 S 在位置“1”时，I=3A。则开关在位置“2”时，I =________。

（10）题 1-2（10）图所示电路中 R=________时可获得最大功率。

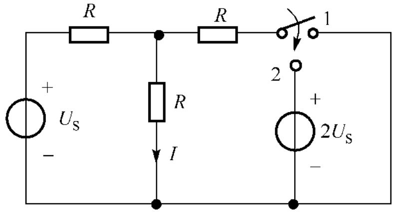
1-3　题 1-3 图是电路中的一条支路，其电流、电压参考方向如图所示。

（1）如果 i=2A，u=4V，求元件吸收功率；

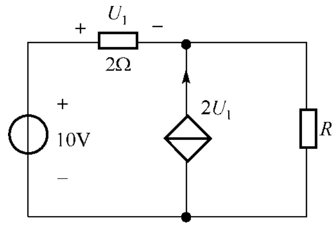
（2）如果 i=2mA，u=−5mV，求元件吸收功率；

（3）如果 i=2.5mA，元件吸收功率 p=10mW，求电压 u；

（4）如果 u=–200V，元件吸收功率 p=12kW，求电流 i。



题 1-2（9）图



题 1-2（10）图

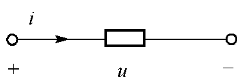
1-4 题 1-4 图是电路中的一条支路，其电流、电压参考方向如图所示。

（1）如果 i=2A，u=3V，求元件发出功率；

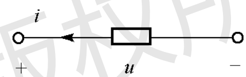
（2）如果 i=2mA，u=5V，求元件发出功率；

（3）如果 i=–4A，元件发出功率为 20W，求电压 u；

（4）如果 u=400V，元件发出功率为–8kW，求电流 i。



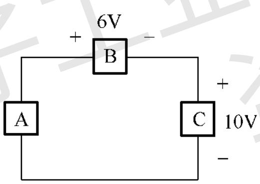
题 1-3 图



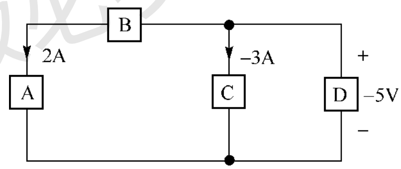
题 1-4 图

1-5 如题 1-5 图示电路，若已知元件 C 发出功率为 20W，求元件 A 和 B 吸收的功率。

1-6 如题 1-6 图示电路，若已知元件 A 吸收功率为 20W，求元件 B 和 C 吸收的功率。



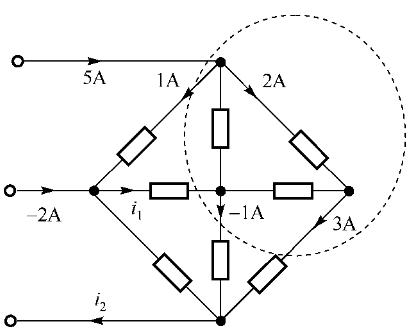
题 1-5 图



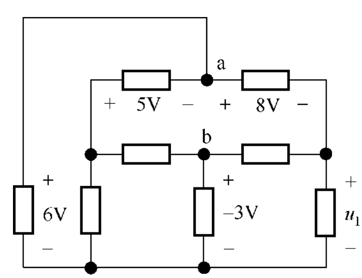
题 1-6 图

1-7 电路如题 1-7 图所示，求电流 i_1 和 i_2。

1-8 电路如题 1-8 图所示，求电压 u_1 和 u_{ab}。



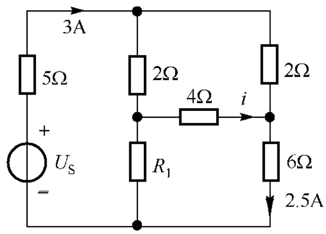
题 1-7 图



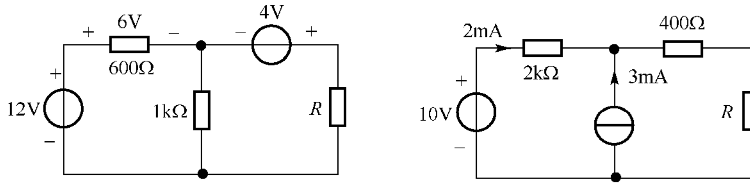
题 1-8 图

1-9 电路如题 1-9 图所示，求电流 i。

1-10 题 1-10 图所示电路中，分别求图(a)和图(b)中的未知电阻 R。



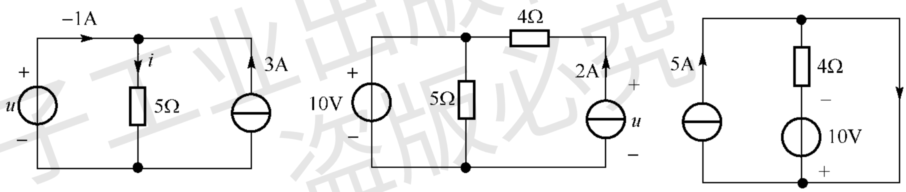
题 1-9 图



(a) (b)

题 1-10 图

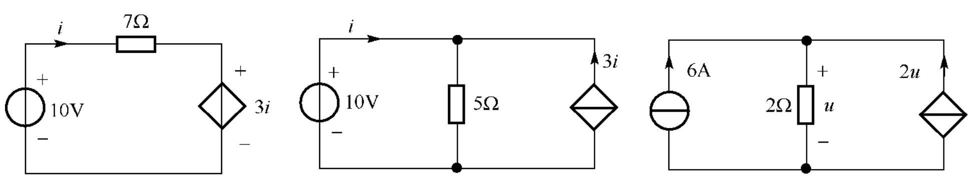
1-11 电路如题 1-11 图所示。（1）求图(a)中的电流 i；（2）求图(b)中电流源的电压 u；（3）求图(c)中的电流 i。



(a) (b) (c)

题 1-11 图

1-12 在题 1-12 图所示含受控源的电路中，分别求：（1）图(a)中的电流 i；（2）图(b)中的电流 i；（3）图(c)中的电压 u。



(a) (b) (c)

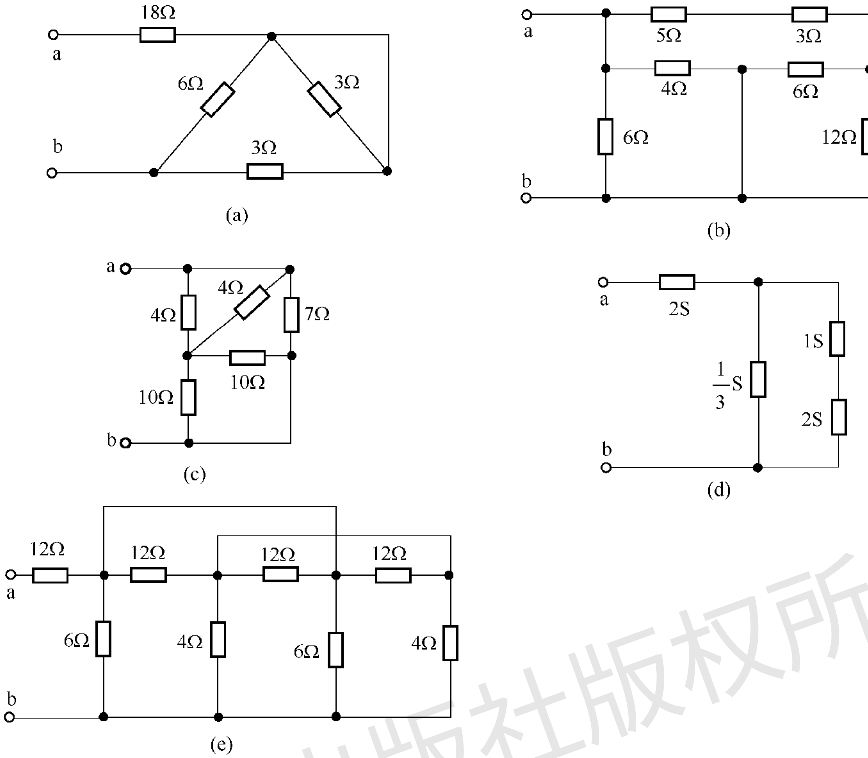
题 1-12 图

1-13 求题 1-13 图所示电路中各电路 ab 端的等效电阻。

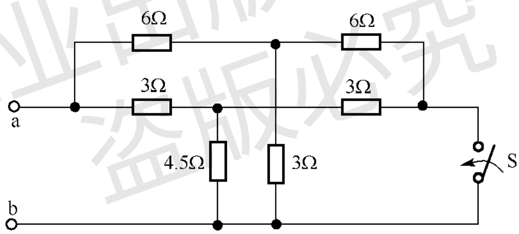
1-14 如题 1-14 图所示的双 T 形电路，分别求当开关 S 闭合及断开时 ab 端的等效电阻。

1-15 如题 1-15 图所示含受控源的电路，求各图中 ab 端的等效电阻。

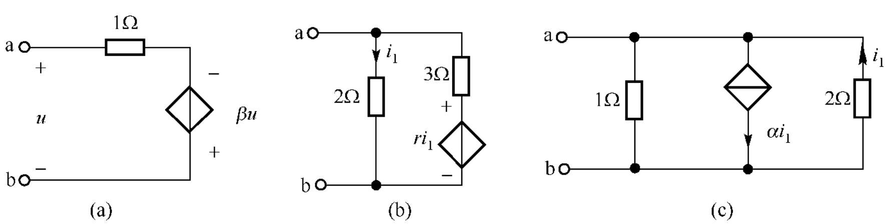
1-16 化简题 1-16 图所示的各二端网络。



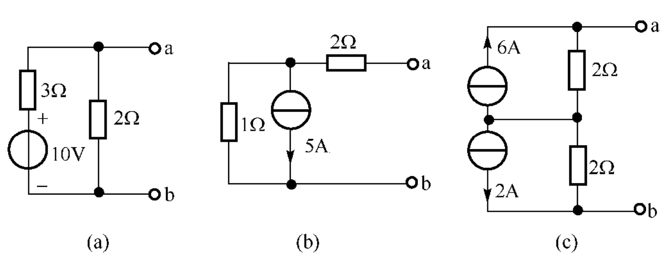
题 1-13 图



题 1-14 图

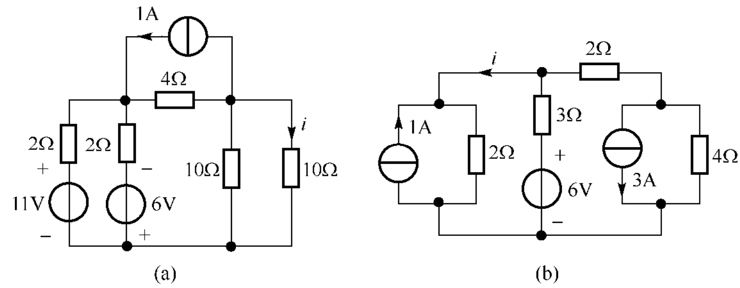


题 1-15 图



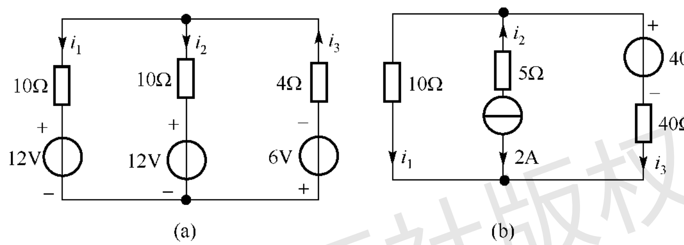
题 1-16 图

1-17　求题 1-17 图所示电路中的电流 i。



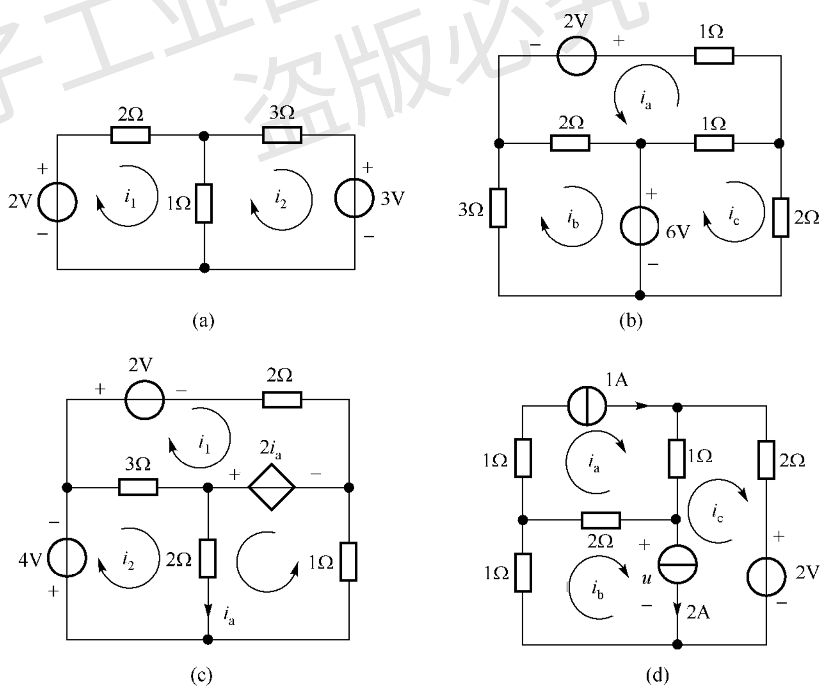
题 1-17 图

1-18　如题 1-18 图所示电路，用支路电流法求各支路电流。



题 1-18 图

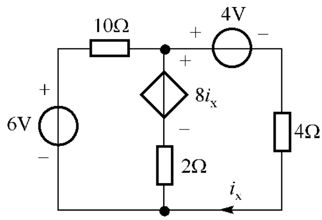
1-19　如题 1-19 图所示电路，试分别列出网孔方程（不必求解）。



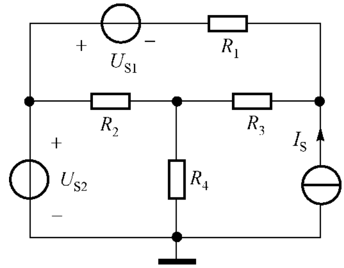
题 1-19 图

1-20　用网孔分析法求题 1-20 图所示电路中的 i_x。

1-21　分别列出用网孔法和节点法分析题 1-21 图所示电路所需的方程组（不必求解）。

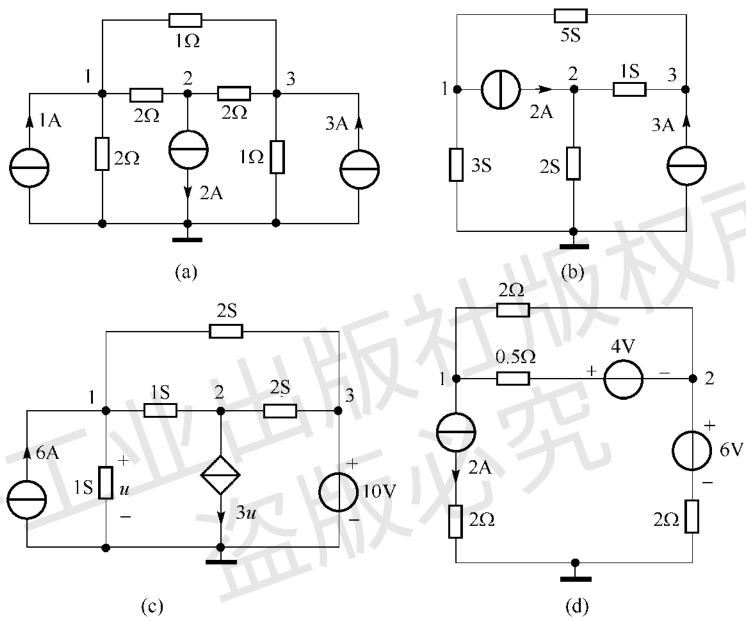


题 1-20 图



题 1-21 图

1-22　如题 1-22 图所示电路，参考点如图所示，试分别列出节点方程。



题 1-22 图

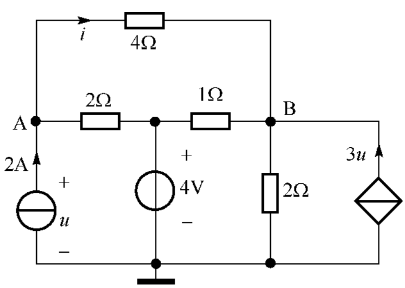
1-23　如题 1-23 图的电路，求电压 u 和电流 i。

1-24　用最少的方程求解题 1-24 图所示电路的 u_X。

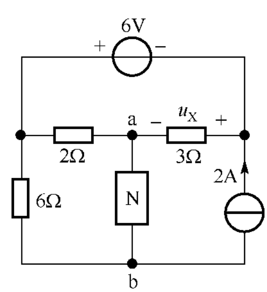
（1）若 N 为 12V 的独立电压源，正极在 a 端；

（2）若 N 为 0.5A 的独立电流源，箭头指向 b；

（3）若 N 为 $6u_X$ 受控电压源，正极在 a 端。



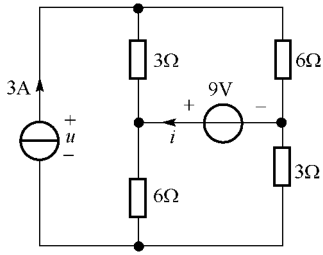
题 1-23 图



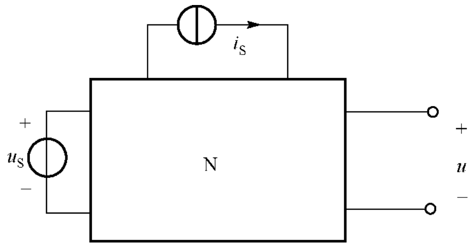
题 1-24 图

1-25　如题 1-25 图所示电路，用叠加定理求电流源的端电压 u 和电压源的电流 i。

1-26　如题 1-26 图所示电路，N 为不含独立源的线性电路。已知：当 u_S=12V，i_S=4A 时，u=0；　当 u_S = −12V，i_S = −2A 时，u = −1V。求当 u_S = 9V，i_S = −1A 时的电压 u。

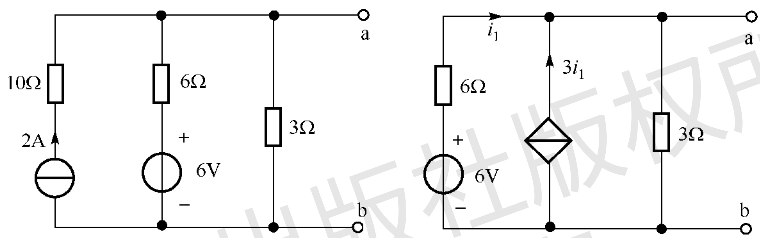


题 1-25 图



题 1-26 图

1-27　求题 1-27 图所示各电路 ab 端的戴维南等效电路或诺顿等效电路。



(a)　　(b)

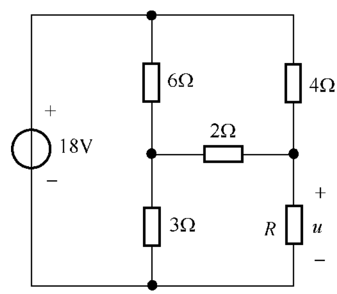
题 1-27 图

1-28　如题 1-28 图所示的电路，已知 u=8V，求电阻 R。

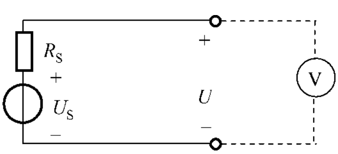
1-29　用电压表测量直流电路中某条支路的电压，如题 1-29 图所示。当电压表的内电阻为 20kΩ时，电压表的读数为 5V；当电压表的内电阻为 50kΩ时，电压表的读数为 10V。问该支路的实际电压为多少？

1-30　（1）求题 1-30 图所示电路 ab 端的戴维南等效电路或诺顿等效电路；（2）当 ab 端接可调电阻 R_L 时，问其为何值时能获得最大功率？此最大功率是多少？

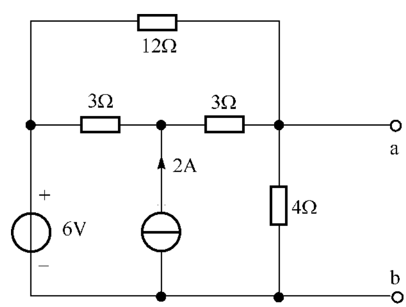
1-31　如题 1-31 图所示的各电路，负载 R_L 为何值时能获得最大功率？此最大功率是多少？



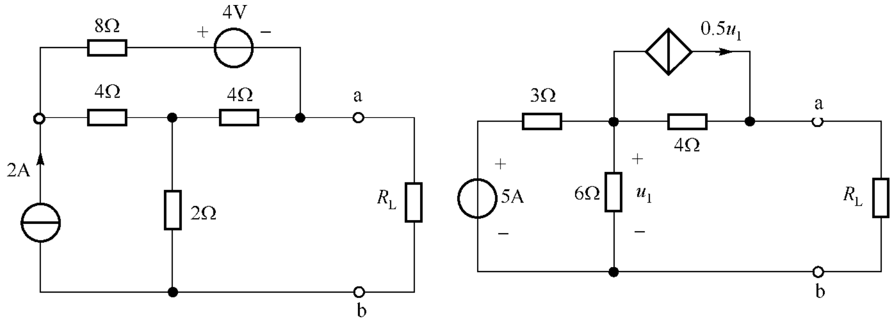
题 1-28 图



题 1-29 图



题 1-30 图



(a)　(b)

题 1-31 图