

普通高等学校对口招生考试

数学（对口）升学冲刺试卷（一）

本试题卷包括选择题、填空题和解答题三部分，共4页。时量120分钟，满分120分。

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

- 已知全集  $U = \{2, 3, 4\}$ ，集合  $A = \{x | (x-1)(x-4) < 0, x \in \mathbf{Z}\}$ ，则  $\complement_U A =$  ( )。
 

A.  $\{4\}$       B.  $\{2, 3, 4\}$       C.  $\{2, 3\}$       D.  $\{1, 4\}$
- “ $m=2$ ”是函数  $f(x) = (m^2 - 3)x^m$  为幂函数的 ( )。
 

A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
- 下列函数中，是偶函数且在区间  $(0, +\infty)$  上单调递减的是 ( )。
 

A.  $y = \ln x$       B.  $y = x^2$       C.  $y = \cos x$       D.  $y = -|x|$
- 设  $\tan \alpha, \tan \beta$  是方程  $x^2 - 4x + 3 = 0$  的两根，则  $\tan(\alpha + \beta) =$  ( )。
 

A.  $-3$       B.  $-1$       C.  $1$       D.  $-2$
- 设  $\vec{a}, \vec{b}$  为不共线的两个向量，已知  $\vec{AB} = 2\vec{a} + m\vec{b}$ ， $\vec{BC} = \vec{a} + \vec{b}$ ， $\vec{CD} = \vec{a} - 2\vec{b}$ 。若  $A, B, D$  三点共线，则  $m$  的值为 ( )。
 

A.  $1$       B.  $-1$       C.  $2$       D.  $-2$
- 设  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和， $S_8 = 4a_3$ ， $a_7 = -2$ ，则  $a_9 =$  ( )。
 

A.  $-6$       B.  $6$       C.  $2$       D.  $4$
- 已知直线  $a, b$ ，平面  $\alpha, \beta$ ，且  $\alpha // \beta$ ， $a \perp \alpha$ ， $b \perp \beta$ ，则直线  $a, b$  的位置关系是 ( )。
 

A. 相交      B. 垂直      C. 异面      D. 平行
- 平面截一球得到直径为  $4\sqrt{2}$  cm 的圆面，球心到这个平面的距离是 2cm，则该球的表面积是 ( )  $\text{cm}^2$ 。
 

A.  $12\pi$       B.  $24\pi$       C.  $36\pi$       D.  $48\pi$
- 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的一个焦点为  $(1, 0)$ ，且双曲线的离心率等于  $\sqrt{5}$ ，则双曲线方程为 ( )。
 

A.  $5x^2 - \frac{4y^2}{5} = 1$       B.  $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$   
C.  $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$       D.  $5x^2 - \frac{5y^2}{4} = 1$
- 某单位职工 750 人，其中青年职工 350 人，中年职工 250 人，老年职工 150 人，为了解该单位职工的健康情况，用分层抽样的方法从中抽取样本，若样本中的青年职工 7 人，则样本容量为 ( )。
 

A. 7      B. 15      C. 25      D. 35

二、填空题（本大题共5个小题，每小题4分，共20分。将答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

- 若  $f(x-1) = 1 + \lg x$ ，则  $f(9) =$  \_\_\_\_\_。
- 设等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，已知  $S_2 = 2$ ， $S_4 = 6$ ，则  $a_5 + a_6 =$  \_\_\_\_\_。
- 圆心在  $x$  轴上，半径为 1，且过点  $(1, 1)$  的圆的方程为 \_\_\_\_\_。
- 二项式  $(x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}})^{10}$  的展开式中的常数项是第 \_\_\_\_\_ 项。
- 高三毕业时甲、乙、丙等 5 位同学站成一排合影留念，已知甲、乙相邻，则甲、丙相邻的概率为 \_\_\_\_\_。

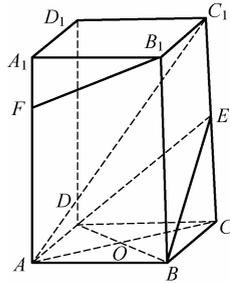
三、解答题（本大题共7小题，其中第21、22小题为选做题，每小题10分，共60分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

- 已知  $f(\log_a x) = \frac{a}{a^2 - 1} (x - \frac{1}{x})$ ， $(a > 0$  且  $a \neq 1)$ 。
  - 求  $f(x)$  的解析式；
  - 判断并证明  $f(x)$  的奇偶性。

- 角  $\theta$  的终边过点  $(4, -3)$ ，数列  $\{a_n\}$  是以  $\sin \theta$  为首项， $\cos \theta$  为公差的等差数列，试求数列  $\{a_n\}$  的前项和  $S_n$ 。
  - 若  $\vec{m} = (\cos \omega x, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ， $\vec{n} = (-\frac{1}{2}, \sin \omega x)$ ，函数  $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$  的最小正周期为  $\pi$ ，将  $f(x)$  的图像向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位，得  $y = g(x)$  图像，求  $y = g(x)$  的单调区间。

18. 底面是正方形的四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 侧棱  $AA_1 \perp$  底面  $ABCD$ ,  $E$  是  $CC_1$  中点,  $O$  是  $AC, BD$  的交点.

- (1) 求证:  $AC_1 \parallel$  平面  $BDE$ ;  
 (2) 求证: 平面  $BDE \perp$  平面  $ACC_1$ .



19. 已知中心在原点  $O$ , 焦点在  $x$  轴上的椭圆过点  $M(2, 1)$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(1) 求椭圆的标准方程;  
 (2) 若直线  $l$  经过椭圆的左焦点且平行于  $OM$ , 求直线  $l$  的方程.

20. 某游乐场有 A、B 两种闯关游戏, 甲、乙、丙、丁四人参加, 其中甲、乙两人各自独立进行游戏 A, 丙、丁两人各自独立进行游戏 B, 已知甲、乙两人各自闯关成功的概率均为  $\frac{1}{3}$ , 丙、丁两人各自闯关成功的概率均为  $\frac{1}{2}$ .

(1) 求游戏 A 被闯关成功的人数多于游戏 B 被闯关成功的人数的概率;  
 (2) 记游戏 A、B 被闯关成功的总人数为  $x$ , 求  $x$  的分布列和期望.

四、选做题: 请考生在第 21、22 题中选择一题作答, 如两题都做, 则按所做的第 21 题计分. 作答时, 请写清题号.

21. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且满足  $\cos \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$ .

- (1) 求  $\triangle ABC$  的面积;  
 (2) 若  $b+c=8$ , 求  $a$  的值.

22. 某旅行社租用 A、B 两种型号的客车安排 900 名客人旅行, A、B 两种车辆的载客量分别为 36 人和 60 人, 每辆车租金分别为 1600 元和 2400 元. 旅行社要求租车总数不超过 21 辆, 且 B 型车不多于 A 型车 7 辆, 求租金最少为多少元?