

奥数经典 500 例

几 何

陈拓 著

电子工业出版社版权所有
盗版必究

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内容提要

本书共有 111 个知识点及相关解题方法,按照几何的特点和逻辑关系由易到难进行编排。从角的概念开始,到立体图形中的索玛立方体结束。每个知识点就是一把神器,帮助学生快速理解知识的由来和运用。每个神器的名称都很鲜明,采用诙谐的顺口溜总结知识要点,通过“神器溯源”,让读者知其然,更知其所以然。每个神器都配有例题精讲和针对性练习。通过对精选例题的学习和对应练习,希望读者能把一颗颗精美的知识明珠串在一起,进而形成完善的知识体系。

本书适合小学中、高年级学生以及初中学生进行培优学习使用,也可作为数学竞赛者的专题培训教材。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

奥数经典 500 例:几何 / 陈拓著. — 北京:电子

工业出版社, 2021. 11

ISBN 978-7-121-42223-2

I. ①奥… II. ①陈… III. ①中学数学课—初中—教

学参考资料 IV. ①G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 210162 号

责任编辑:崔汝泉 特约编辑:陈 迪

印 刷:

装 订:

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本:787×1092 1/16 印张:24.25 字数:620 千字

版 次:2021 年 11 月第 1 版

印 次:2021 年 11 月第 1 次印刷

定 价:98.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888,88258888。

质量投诉请发邮件至 zltts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式:(010)88254407。

Preface

如何提高学生的解题能力？这是一个非常复杂的问题。有人提出了“问题教学法”，在教学中设置一些问题情境，让学生在反复失败中探索数学真知，但学生往往在浪费了大量时间后，在成功之前就丧失了信心。有人提出了“讲授法”，但这种方法往往被称为“填鸭式”教学，学生往往是被动接受，一般不会深刻思考。有人则提出了“练习法”，经过刷题进行提高，找到题感。这些方法都各有优缺点，应根据学习的具体内容以及学生的年龄特征合理选用。

学习的主体是学生，充分发挥学生的主观能动性才是学习之道，传授之道。只有让学生学会自学，学会阅读，理清知识点的来龙去脉，然后去做例题，对照解题过程总结经验和教训，慢慢形成自己的学习方法、学习习惯，才能更好地提高学习效率。这就是“自学阅读法”。

那么问题来了，学生学习数学，应阅读什么？又应如何阅读？为学生提供一套较好数学阅读学习资料，且要兼顾例题和练习，的确不是一件容易的事。我在平时的教学中，反复思索着这个问题，从知识点入手，从解题方法入手或许是一个捷径。基于此想法，我倾心编写了“奥数经典 500 例”，把数学学科按照知识体系和方法（不像小学、初中数学内容那样间隔循环提升）由浅入深、环环相扣地编写出来。每一例，都是一个知识点，瑰丽的宝石；每一例，都是一个神器，秒杀的秘诀。为了让学生能掌握各知识点，特设置了“神器溯源”栏目，力争让学生知其然，又知其所以然；既知道公式的结构，又知道公式的推导过程；既知道定理，又掌握定理的证明；既知道数学家的贡献，又了解了数学家的故事。为了进一步帮助学生掌握各知识点，我把各知识点浓缩提炼成合辙押韵的顺口溜。（这里需要声明一下，有人说，顺口溜太多，学生记不住。我只想说，让学生背顺口溜，本身就是不合时宜的，顺口溜是知识点的精华，其作用是帮助学生理解知识点）为了帮助学生加深对各知识点的理解，我针对每个知识点精心编写了 2~6 个例题，来帮助学生加深理解与巩固。为了让学生学有所用，我还对应编写了由易到难的 3~10 个练习题。总之，学生通过认真地阅读和理解，学习例题，完成练习，基本能掌握所学的知识点。

根据数学的特点，“奥数经典 500 例”分成 6 册出版，每册一个专题，分别是计算专题、应用题专题、数论专题、几何专题、计数专题、构造论证专题。

由于编写时间仓促，难免有错漏之处，恳请各位读者斧正。

陈拓

2021 年 8 月 8 日



“奥数经典 500 例”答疑群

Preface

前言

“几何”是研究图形位置关系与度量关系的一门科学。几何图形是从现实生活中的实物抽象出来,剔除非数学属性而保留下来的图形。

组成几何图形的基本单元是点,通过点动成线、线动成面、面动成体构成一维、二维、三维图形。几何知识系统具有很强的连贯性,前面所学内容是后面要学内容的基础,后面内容是前面内容的延伸与拓展。所以,打牢几何基础是后续提高的必要环节。

几何专题共有 111 个知识点及其对应方法、技巧,编排专题时,本书既注重几何的学科特点,又兼顾了读者的认知水平,力争做到形象直观、语言精练、思路清晰、通俗易懂。每讲都有知识要点和说明、神器溯源、例题精讲、针对性练习及练习参考答案。

几何专题从角开始,介绍不同的角的概念和对应的数学关系;接着是图形周长的不同求法、比例图形的几何模型、正多边形的标准分割等;然后是曲边图形的相关问题、与圆有关的问题等;最后是立体图形、极值等问题。

在知识点的编写过程中,注重知识点之间的联系,力争提升学生对图形的分析能力。

例如:如何求三角形面积,三种方法对应三种思路:先是面积公式及其变形;然后是对三角形进行等积变形,体现动态转化思想;最后是图形比例法,通过“邻居帮扶”找到面积的倍数关系。这样安排的好处就是,看到题目就能马上找到解题思路。

几何知识博大精深,希望本书能够抛砖引玉,为读者的几何学习提供一定的帮助。

陈拓

2021 年 8 月 8 日



“奥数经典 500 例”答疑群

Contents

目录

JH-001	角的度量	(1)	JH-026	网格弦图剪又拼	(78)
JH-002	两线四角	(5)	JH-027	面积公式的正逆运用	(81)
JH-003	三线八角	(8)	JH-028	图形形状特殊化	(85)
JH-004	方位角与方向角	(12)	JH-029	图形位置特殊化	(89)
JH-005	多边形的内角和与外角和	(15)	JH-030	图形边长特殊化	(92)
JH-006	角模型之旗子形	(19)	JH-031	图形面积特殊化	(94)
JH-007	角模型之沙漏形	(22)	JH-032	勾股定理	(97)
JH-008	角模型之导航形	(25)	JH-033	勾股弦图	(102)
JH-009	三角形内角平分线夹角(内心角)	(28)	JH-034	正方形格点中的毕克公式	(106)
JH-010	三角形内角、外角平分线夹角 (旁心角Ⅰ型)	(31)	JH-035	正三角形格点中的毕克公式	(110)
JH-011	三角形外角平分线夹角 (旁心角Ⅱ型)	(33)	JH-036	将军饮马	(113)
JH-012	三角形边的中垂线夹角(外心角)	(36)	JH-037	等积变形	(117)
JH-013	三角形高线的夹角(垂心角)	(39)	JH-038	田字格	(121)
JH-014	皇冠平均角	(42)	JH-039	田三捉蟹	(124)
JH-015	折角的大小关系*	(45)	JH-040	田三捉蟹中的最值问题*	(128)
JH-016	桌面锯角	(49)	JH-041	推出三角形(一半模型)	(132)
JH-017	钟面上指针夹角	(51)	JH-042	推出四边形	(136)
JH-018	折尺模型求角	(54)	JH-043	梯形中的一半模型	(140)
JH-019	平移法求周长	(57)	JH-044	出入相补法	(144)
JH-020	拍球法求周长	(60)	JH-045	共边定理之山脊形	(147)
JH-021	截长补短求周长	(63)	JH-046	共边定理之风筝形	(150)
JH-022	拼图的周长	(65)	JH-047	共边定理之蝴蝶形	(153)
JH-023	剪图的周长	(68)	JH-048	共边定理之山峰形	(157)
JH-024	数方格求螺旋折线长	(71)	JH-049	共边定理之燕尾形	(160)
JH-025	旋转法剪切图形	(74)	JH-050	共边定理之导航形	(164)
			JH-051	共角定理之一般鸟头形	(167)
			JH-052	共角定理之一般沙漏形	(171)
			JH-053	共角定理之母子依偎形	(174)
			JH-054	共角定理之母子溺爱形	(177)

JH-055	相似定理之平行鸟头形	(181)	JH-084	图形的剪拼	(281)
JH-056	相似定理之平行沙漏形	(185)	JH-085	圆与勾股	(285)
JH-057	相似定理之母子射影形	(189)	JH-086	扇形相关量	(289)
JH-058	相似定理之比例中项形 * ...	(192)	JH-087	弓形相关量	(293)
JH-059	相似定理之三垂 K 字形 * ...	(194)	JH-088	方中圆与圆中方	(297)
JH-060	平行马路口	(197)	JH-089	贴膜法	(300)
JH-061	广义的梯蝴蝶模型	(202)	JH-090	分割法	(303)
JH-062	风沙模型	(206)	JH-091	割补法	(306)
JH-063	区字调和定理 *	(209)	JH-092	求差的技巧	(309)
JH-064	三线共点之塞瓦定理	(212)	JH-093	平面图形的翻动	(313)
JH-065	三点共线之梅氏定理	(215)	JH-094	圆的内外滚动	(316)
JH-066	三线包围之卢森定理	(219)	JH-095	圆心角与圆周角	(321)
JH-067	重心定理	(223)	JH-096	圆的切线与割线	(325)
JH-068	三角形内角平分线定理	(227)	JH-097	圆幂定理 *	(329)
JH-069	三角形外角平分线定理 * ...	(230)	JH-098	两圆的位置关系	(333)
JH-070	正方形的内接四边形	(233)	JH-099	立体图形表面展开图	(337)
JH-071	直角三角形中的正方形	(236)	JH-100	三视图	(341)
JH-072	正方形的两个内接正方形 *	(239)	JH-101	棱柱的表面积与体积	(345)
JH-073	正三角形的两个内接正三角形 *	(243)	JH-102	圆柱的表面积与体积	(348)
JH-074	正三角形的标准分割	(247)	JH-103	锥体的表面积与体积	(351)
JH-075	正方形的标准分割	(250)	JH-104	台体的表面积与体积	(354)
JH-076	正五边形的标准分割	(253)	JH-105	球体与旋转体	(357)
JH-077	正六边形的标准分割	(257)	JH-106	水中放物排水法	(360)
JH-078	正八边形的标准分割	(260)	JH-107	几何学中的欧拉公式与正多面体	(364)
JH-079	含 30° 角的三角形面积	(263)	JH-108	长方体的染色与分割	(367)
JH-080	正十二边形的标准分割	(267)	JH-109	几何中的极值 *	(370)
JH-081	图形的平移	(271)	JH-110	七巧板中的数学	(373)
JH-082	图形的旋转	(273)	JH-111	索玛立方体	(378)
JH-083	图形的翻转	(277)			

注:标记“*”为选学内容。

JH-001 角的度量

神器内容	(1) $1^{\circ}=60'$, $1'=60''$。 (2) 互余角之和为 90°, 互补角之和为 180°。
要点与说明	角的定义很重要, 几何问题常用到。 角的大小的度量, 量角器能帮上忙。 角度单位度分秒, 从大到小要记好。 六十进制来换算, 换算一定要熟练。



神器溯源

1. 角的定义一: 具有公共端点的两条射线组成的图形叫作角。其中射线叫作边, 射线的公共点叫作角的顶点, 如图 1 所示。

认识角的内部与外部, 如图 2 所示。认识角的符号与标记: $\angle$ 。两条相邻射线组成的角叫作基本角。其他角都是由相邻的基本角拼成的。如图 3 所示, $\angle 1 = \angle AOB$, $\angle 2 = \angle BOC$, $\angle 1 + \angle 2 = \angle AOC$ 。

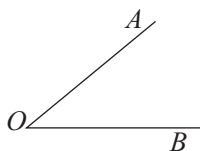


图 1

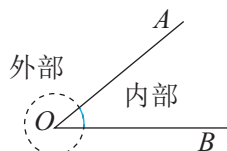


图 2

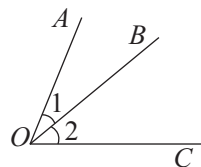


图 3

2. 角的定义二: 一条射线绕着端点旋转到另一位置形成的图形叫作角。开始的射线叫作角的始边, 结束的射线叫作角的终边。按照逆时针旋转的角为正角, 如图 4 所示; 按照顺时针旋转的角为负角, 如图 5 所示。

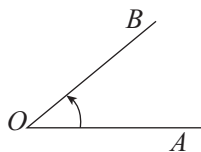


图 4

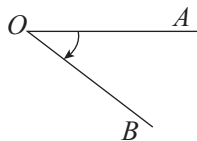


图 5

3. 角的度量:如图 6 所示,一条射线,绕端点逆时针旋转一周,形成的角叫作周角,把周角等分 360 份,每份角为 1 度,记作 1° 。把 1° 角等分 60 份,每份角为 1 分,记作 $1'$ 。再把 $1'$ 角等分 60 份,每份角为 1 秒,记作 $1''$ 。



图 6

$$1^\circ = 60' \quad 1' = 60''$$

直角 $\alpha = 90^\circ$, 平角 $\alpha = 180^\circ$, 锐角 α 的取值范围为 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, 钝角 α 的取值范围为 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, 优角 α 的取值范围为 $180^\circ < \alpha < 360^\circ$ 。

4. 两个角的关系

(1) 如果 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的度数之和为 90° , 则称 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互余, $\angle 1$ 的余角为 $\angle 2$, 记作: $(90^\circ - \angle 1)$ 。如 48° 角的余角为 $90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$ 。特别指出, 互余的两个角之间只有角度之和为 90° 的固定关系, 没有角的位置关系。当两个互余的角有一条公共边, 且两个角分居在公共边的两侧, 这样的两个角叫作邻余角, 如图 7 所示。

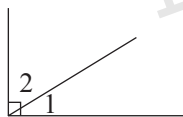


图 7

(2) 如果 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的度数之和为 180° , 则称 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补, $\angle 1$ 的补角为 $\angle 2$, 记作: $(180^\circ - \angle 1)$ 。如 48° 角的补角为 $180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$ 。特别指出, 互补的两个角之间只有角度之和为 180° 的固定关系, 没有角的位置关系。当两个互补的角有一条公共边, 且两个角分居在公共边的两侧, 这样的两个角叫作邻补角, 如图 8 所示。

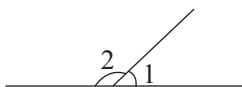


图 8



例题精讲

例题 1 角度换算与运算

$$(1) 12^\circ 15' = \underline{\hspace{2cm}}' \quad 5^\circ 20' 26'' = \underline{\hspace{2cm}}'' \quad 20.125^\circ = \underline{\hspace{2cm}}''$$

$$(2) 72^\circ 15' 48'' + 56^\circ 02' 36'' = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \underline{\hspace{2cm}}' \underline{\hspace{2cm}}''$$

$$180^\circ - 38^\circ 45' 16'' = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \underline{\hspace{2cm}}' \underline{\hspace{2cm}}''$$

$$18^\circ 26' 32'' \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \underline{\hspace{2cm}}' \underline{\hspace{2cm}}''$$

答案: (1) 735 19226 72450 (2) 128 18 24; 141 14 44; 92 12 40

【解答】 (1) $12^{\circ}15' = (12 \times 60 + 15)' = 735'$

$$5^{\circ}20'26'' = (5 \times 60^2 + 20 \times 60 + 26)'' = 19226''$$

$$20.125 \times 3600 = 72450''$$

$$(2) 72^{\circ}15'48'' + 56^{\circ}02'36'' = 128^{\circ}17'84'' = 128^{\circ}18'24''$$

$$180^{\circ} - 38^{\circ}45'16'' = 179^{\circ}59'60'' - 38^{\circ}45'16'' = 141^{\circ}14'44''$$

$$18^{\circ}26'32'' \times 5 = 90^{\circ}130'160'' = 92^{\circ}12'40''$$

例题 2 (1) 一个角比它的余角的 2 倍大 36° , 那么这个角为 _____ $^{\circ}$ 。

答案: 72

【解答】 因为一个角与它的余角之和为 90° , 所以这个角的余角为 $(90^{\circ} - 36^{\circ}) \div (1 + 2) = 18^{\circ}$, 这个角为 $90^{\circ} - 18^{\circ} = 72^{\circ}$ 。

另解: 设这个角为 x° , 则这个角的余角为 $(90 - x)^{\circ}$ 。

$$x - 36 = 2(90 - x)$$

$$x = 72$$

(2) 一个角的补角比这个角的余角的 3 倍小 48° , 那么这个角为 _____ $^{\circ}$ 。

答案: 21

【解答】 因为一个角的补角比它的余角大 90° , 所以这个角的余角为 $(90^{\circ} + 48^{\circ}) \div (3 - 1) = 69^{\circ}$, 这个角为 $90^{\circ} - 69^{\circ} = 21^{\circ}$ 。

另解: 设这个角为 x° , 则这个角的余角为 $(90 - x)^{\circ}$, 补角为 $(180 - x)^{\circ}$ 。

$$(180 - x)^{\circ} = 3(90 - x)^{\circ} - 48^{\circ}$$

$$x = 21$$



针对性练习

练习① 角度换算

$$(1) 30^{\circ}25' = \underline{\hspace{2cm}}'$$

$$(2) 10^{\circ}36'' = \underline{\hspace{2cm}}''$$

$$(3) 1350.6^{\circ} = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ} \underline{\hspace{2cm}}'$$

练习② 角度运算

$$(1) 36^{\circ}16'34'' + 26^{\circ}12'16'' = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ} \underline{\hspace{2cm}}' \underline{\hspace{2cm}}''$$

$$(2) 500^{\circ} - 236^{\circ}47'45'' = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ} \underline{\hspace{2cm}}' \underline{\hspace{2cm}}''$$

$$(3) 80^{\circ}22'15'' \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ} \underline{\hspace{2cm}}' \underline{\hspace{2cm}}''$$

$$(4) 125^{\circ}48' \div 4 = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ} \underline{\hspace{2cm}}'$$

练习③ 一个角的 4 倍加上 35° , 恰好等于它的补角, 那么这个角为 _____ $^\circ$ 。

练习④ 如图 9 所示, 在直线 AB 上有一点 O , 过 O 点作 $CO \perp OD$, $\angle 3$ 是 $\angle 1$ 的 6 倍, 那么 $\angle 2 =$ _____ $^\circ$ 。

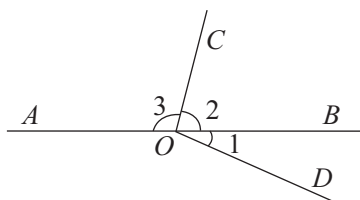


图 9

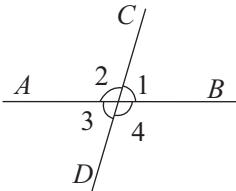
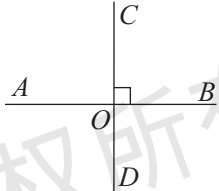
练习⑤ 一个角的 2 倍、它的余角的 3 倍、它的补角的 4 倍, 三者之和为 900° , 那么这个角的度数为 _____。



练习参考答案

练习题号	练习 1	练习 2	练习 3
参考答案	(1) $1825'$ (2) $36036''$ (3) $1350^\circ 36'$	(1) $62^\circ 28' 50''$ (2) $263^\circ 12' 15''$ (3) $482^\circ 13' 30''$ (4) $31^\circ 27'$	29
解答提示	直接换算	基本运算, 注意进位	可从份数入手
练习题号	练习 4	练习 5	
参考答案	72	18	
解答提示	观察 $\angle 2$ 与 $\angle 1$ 、 $\angle 3$ 的关系	余角、补角定义	

JH-002 两线四角

神器内容	(1)如图 1 所示,两直线相交,形成 4 个角,出现 4 对邻补角,2 对对顶角。 (2)对顶角相等。 (3)如图 2 所示,两线四角中,有一个角为直角,则四个角都是直角,则称两直线垂直。  图 1  图 2
要点与说明	两条直线来相交,四对邻补两对角。 对顶之角必相等,解题直接来使用。 垂直关系要看清,除了九零标方形。



神器溯源

如图 3 所示,直线 AB 与 CD 交于点 O ,形成四个角,其中有两对对顶角: $\angle 1$ 与 $\angle 3$, $\angle 2$ 与 $\angle 4$,对顶角相等;四对邻补角: $\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 2$ 与 $\angle 3$, $\angle 3$ 与 $\angle 4$, $\angle 4$ 与 $\angle 1$,邻补角之和为 180° 。

如图 4 所示,直线 AB 与 CD 交于点 O ,形成四个角中,如果有一个角为直角,那么其他角都是直角,两条直线互相垂直, O 为垂足,记作: $AB \perp CD$ 于点 O 。

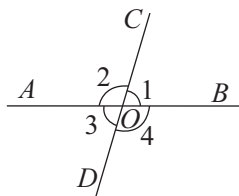


图 3

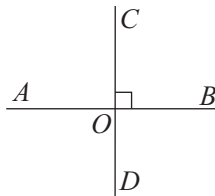


图 4



例题精讲

例题 1 如图 5 所示, 直线 AB 与 CD 交于点 O , $OE \perp AB$, 那么 $\angle 2 - \angle 1 =$ _____ $^\circ$ 。

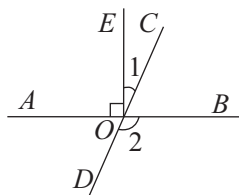


图 5

答案: 90

【解答】 $\angle 1$ 是 $\angle BOC$ 的余角, $\angle 2$ 是 $\angle BOC$ 的补角,
 $\therefore \angle 2 - \angle 1 = (180^\circ - \angle BOC) - (90^\circ - \angle BOC) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ 。

另解: 如图 6 所示, 延长 EO 到 F , 则 $\angle 1 = \angle DOF$,
 $\therefore \angle BOD - \angle 1 = (\angle BOF + \angle DOF) - \angle 1 = \angle BOF = 90^\circ$ 。

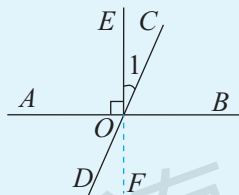


图 6

例题 2 如图 7 所示, 直线 AB 、 CD 交于点 O , OE 平分 $\angle AOD$, 且 $\angle DOE = 2\angle AOC$, 那么 $\angle BOC =$ _____ $^\circ$ 。

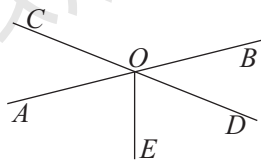


图 7

答案: 144

【解答】 $\angle AOC = 180^\circ \div (2 + 2 + 1) = 36^\circ$, $\angle BOC = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ 。



针对性练习

练习 1 如图 8 所示, 四条直线相交于一点, 图中共有 _____ 对对顶角。

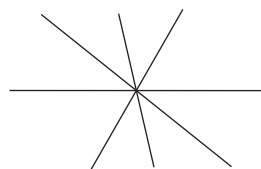


图 8

练习 2 如图 9 所示, 直线 AB 上有一点 O , OD 平分 $\angle AOC$, OE 平分 $\angle BOC$, 那么 $\angle DOE =$ _____ $^\circ$ 。

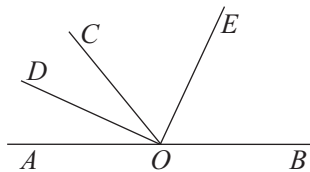


图 9

练习③ 如图 10 所示,直线 AB 、 CD 、 EF 交于点 O , OG 平分 $\angle BOC$, $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 36^\circ$, 那么 $\angle 3 =$ _____ $^\circ$ 。

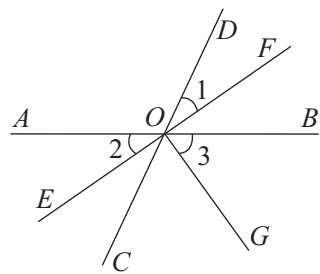


图 10

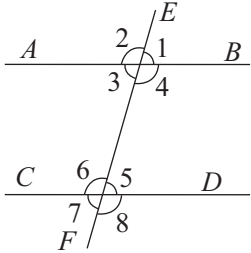


练习参考答案

练习题号	练习 1	练习 2	练习 3
参考答案	12	90	57
解答提示	$2 \times C_4^2$	角度推导	角度推导

电子工业出版社版权所有
盗版必究

JH-003 三线八角

神器内容	(1)如图 1 所示,两条平行线被第三条直线所截,同位角相等,内错角相等,同旁内角互补。 (2)在三线八角中,同位角、内错角有一组相等或有一组同旁内角互补,则必有平行线。	 图 1
要点与说明	三线八角三种角,角的名称真不少。 同位角,内错角,可能相等要知晓。 同旁内角若互补,两线平行能推出。 角的关系得平行,常常用到是判定。 直线平行角关系,这是性质告诉你。	



神器溯源

1.如图 2 所示,直线 AB 、 CD 被第三条直线 EF 所截,形成的八个角中,

(1)没有公共顶点的两个角,它们在直线 AB 、 CD 的同侧,在第三条直线 EF 的同旁(即方位相同),这样的一对角叫作同位角。

如 $\angle 1$ 与 _____; $\angle 3$ 与 _____。

(2)没有公共顶点的两个角,它们在直线 AB 、 CD 之间,在第三条直线 EF 的两旁(即位置交错),这样的一对角叫作内错角。

如 $\angle 3$ 与 _____; $\angle 4$ 与 _____。

(3)没有公共顶点的两个角,它们在直线 AB 、 CD 之间,在第三条直线 EF 的同旁,这样的一对角叫作同旁内角。

如 $\angle 3$ 与 _____; $\angle 4$ 与 _____。

2. 平行线的性质:根据平行线,可以得到角的关系。

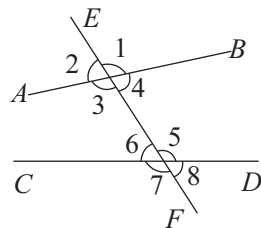


图 2

(1)如果两条平行直线被第三条直线所截,那么同位角相等,简称:两直线平行,同位角相等。如图3所示,表述:

$$\because AB \parallel CD, \therefore \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2)如果两条平行直线被第三条直线所截,那么内错角相等,简称:两直线平行,内错角相等。如图3所示,表述:

$$\because AB \parallel CD, \therefore \angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(3)如果两条平行直线被第三条直线所截,那么同旁内角互补,简称:两直线平行,同旁内角互补。如图3所示,表述:

$$\because AB \parallel CD, \therefore \angle 3 + \angle 6 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 平行线的判定:根据角的关系,可以判定两条直线是平行线。

(1)两条直线被第三条直线所截,如果同位角相等,那么两直线平行。如图3所示,表述:

$$\because \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}, \therefore AB \parallel CD.$$

(2)两条直线被第三条直线所截,如果内错角相等,那么两直线平行。如图3所示,表述:

$$\because \angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}, \therefore AB \parallel CD.$$

(3)两条直线被第三条直线所截,如果同旁内角互补,那么两直线平行。如图3所示,表述:

$$\because \angle 3 + \angle \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, \therefore AB \parallel CD.$$

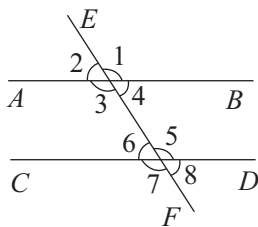


图3

例题精讲

例题1 如图4所示,已知 $AB \parallel CD$, $\angle A = 40^\circ$, $\angle E = 88^\circ$, 那么 $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

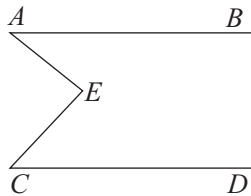


图4

答案:48

【解答】 如图5所示,过E作 $EF \parallel AB$, 则 $\angle A = \angle 1$, $\angle C = \angle 2$.

$$\therefore \angle C = 88^\circ - 40^\circ = 48^\circ.$$

注:本题采用添加平行线,利用内错角相等进行解题。大家可以思考是否可以使用添加平行线,利用同位角相等或者同旁内角互补来解题。

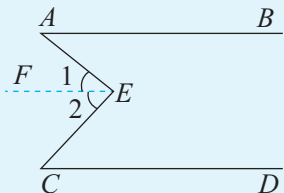


图5

例题 2 如图 6 所示, 直线 l_1, l_2 都与 l_3, l_4 相交, $\angle 1 = 35^\circ$, $\angle 2 = 145^\circ$, $\angle 3 = 62^\circ$, 那么 $\angle 4 =$ _____ $^\circ$ 。

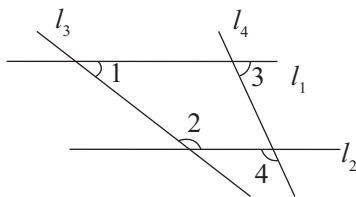


图 6

答案: 118

【解答】 如图 7 所示, $\because \angle 1 + \angle 2 = 35^\circ + 145^\circ = 180^\circ$,

$\therefore l_1 \parallel l_2$ 。

$\therefore \angle 5 = \angle 3 = 62^\circ$, 从而 $\angle 4 = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$ 。

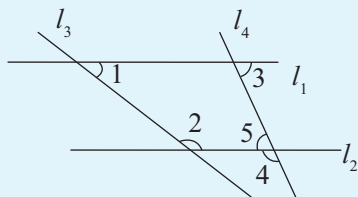


图 7



针对性练习

练习 1 在图 8 中, 共有 _____ 对对顶角, _____ 对同位角, _____ 对内错角, _____ 对同旁内角。

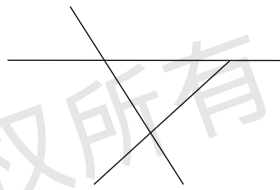


图 8

练习 2 如图 9 所示, 已知 $AB \parallel DE$, $\angle B = 26^\circ$, $\angle C = 62^\circ$, 那么 $\angle D =$ _____ $^\circ$ 。

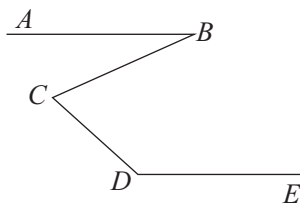


图 9

练习 3 如图 10 所示, CD 是 $\angle ACB$ 的平分线, $\angle 1 = \angle 2 = 28^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, 那么 $\angle 3 =$ _____ $^\circ$ 。

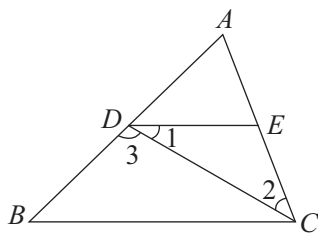


图 10

练习 4 如图 11 所示, 直线 $AB \parallel CD$, 则 $\angle 1 - \angle 2 + \angle 3 - \angle 4 + \angle 5 =$ _____ $^\circ$ 。

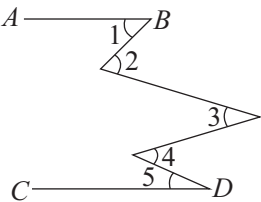


图 11

练习 5 如图 12 所示, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle ABE$ 和 $\angle CDE$ 的平分线相交于 F , $\angle E = 136^\circ$, 那么 $\angle BFD =$ _____ $^\circ$.

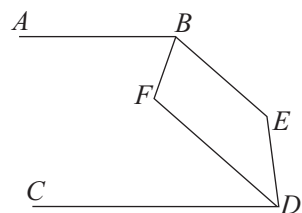


图 12



练习参考答案

练习题号	练习 1	练习 2	练习 3	练习 4	练习 5
参考答案	4 8 5 5	144	107	0	112
解答提示	观察角的位置	过 C 作平行线	先得到 $DE \parallel BC$	角度推导	平行线间同向角之和相等

电子工业出版社版权所有
盗版必究