

第 1 章

传输线—波导—集成与互连

传输线理论是打开射频与微波电路技术大门的一把钥匙，也是电磁场理论与微波技术之间的桥梁。当电路与系统工作的频率足够高时，它们的尺寸就变得重要，这是在学习低频电子线路时不曾遇到的新现象。因为在低频电路里，起基本作用的理论是基尔霍夫电压定律和基尔霍夫电流定律，电路元器件都是集总参数元器件。而当电路与系统的工作频率达到射频与微波频段时，或者数字电路的速度突破某个限量之后，一段普通的传输线的输入阻抗就会与其长度相关，有可能包含电感，有可能包含电容，有可能是纯电阻，称为分布参数电路。本章就讨论这一基本物理现象背后的数学原理，并通过介绍一种最具有学习价值的经典传输线结构——波导，以引导大家了解现代学术界的新晋热点，即基片集成波导，以及各种集成电路和数字高速互连结构背后的物理规律。

1.1 麦克斯韦和基尔霍夫

现代射频与微波理论的基础基于由 4 个电场与磁场的关系式构成的方程组，称为麦克斯韦方程组。1873 年，麦克斯韦将这组方程发表在一篇经典论文中，由此建立了第一个统一的电磁理论。这组方程基于库仑、高斯、安培、法拉第和其他科学家的实验观测报告推导而来，不仅揭示了电场与电荷，以及磁场与电流之间的关系，还描述了电磁场及其通量之间的双边耦合关系。同其他辅助方程（本构方程）一起，麦克斯韦方程组构成了电磁理论的框架。

下面简单回顾一下自由空间微分形式的麦克斯韦方程组及其物理意义。

(1) $\nabla \cdot \mu_0 \mathbf{H} = 0$ ，磁场的散度为零：不存在纯粹的磁荷（磁单极子）。

(2) $\nabla \cdot \epsilon_0 \mathbf{E} = \rho$ ，高斯定律：存在纯电荷，空间的电荷分布是电场散度的来源。

(3) $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ ，安培定律：麦克斯韦对此进行了著名的修正，说明无论是“通常”

的传导电流，还是电场对时间的变化率（位移电流），都会产生磁场。其中涉及电场导数的那一项，即位移电流项，是麦克斯韦发明出来以推导波动方程的。

(4) $\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ，法拉第电磁感应定律：时变磁场是电场旋度的根源。

以上这些量的定义如下：

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ，是真空磁导率。

$\epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ ，是真空介电常数。

$\mathbf{E}$ 是电场强度，单位为 V/m 。

$\mathbf{H}$ 是磁场强度，单位为 A/m 。

$\mathbf{J}$ 是电流密度，单位为 A/m^2 。

正是由于 (3)、(4) 两个方程的相互耦合，才产生了电磁波：时变电场产生了时变磁场，而时变磁场又会产生电场，如此周而复始，相互耦合，产生了“波动”，理论上允许自我维持的电磁波传播于空间。然而许多工程师常常忽视了电路理论里常用的基尔霍夫电压定律 (Kirchhoff Voltage Law, KVL) 和基尔霍夫电流定律 (Kirchhoff Current Law, KCL)，它们其实是麦克斯韦方程在宏观、低速条件下的近似。若令 μ_0 和 ϵ_0 等于 0，那么电和磁之间的相互耦合将会消失，并且不会产生波动方程，此时电路分析就可以在准静态的基础上进行了^[1]。

例如，既然 μ_0 已经很小了，若令 $\mu_0=0$ ，根据法拉第电磁感应定律，电场的旋度为 0，那么电场沿闭合路径的线积分（电压之和）为 0，即

$$\underbrace{\int_S \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}}_{\text{斯托克斯定理}} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \oint (-\nabla \phi) \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1.1)$$

也就是说， $V = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ ，这正是 KVL 的场论形式的表达式。

再如，若令 $\epsilon_0=0$ ，则磁场的旋度只取决于传导电流密度 $\mathbf{J}$ ($\partial \mathbf{D} / \partial t$ 项系数为零，消失了)。又因为磁场的旋度的散度等于 0，所以可得

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = 0 \quad (1.2)$$

传导电流密度 $\mathbf{J}$ 的散度等于 0，即电路的节点上没有任何净电流产生或丢失，得到 KCL，即对于电路中的任意一个节点，在任意时刻，流入该节点的电流之和等于流出该节点的电流之和。

已知光速为

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (1.3)$$

由前述讨论可知，将 μ_0 和 ϵ_0 近似为 0，等价于将光速看作无穷大，通过这种近似方法，从麦克斯韦方程组得到 KVL 和 KCL，因此，KVL 和 KCL 是假设电磁波无限快速传播的结果。换句话说，在真实的世界里，如果电路元器件的物理尺寸 l 与其传播的电磁波的波长相比很小 ($l \ll \lambda$)，则光速虽然很大，但是其有限性不十分明显（光速为 $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ），此时就可以近似认为 KVL 和 KCL 是成立的。

可以这样说，KVL 和 KCL 是麦克斯韦方程在集总参数^①情况下的近似。工作频率提高意

① 集总参数理论：电路元器件的空间分布尺度为零（点状）。分布参数理论：电路元器件相对于工作波长具有可比拟的空间分布尺度。

意味着波长减小,当波长与分立电路元器件的几何尺寸可以相比拟时(一般来说是电路元器件的特征尺寸超过电磁波波长的 $1/10$ 左右),电压和电流都将随着空间位置的不同而变化,因此,需要把它们看作传输的波,在这种情况下,集总参数的基尔霍夫电路理论必须由分布参数的波动理论替代。为了对这一论述在数值上有些感觉,考虑一个最长尺度为 1cm 的电路元器件,如果假设“小很多”意味着“小 10 倍”,则当信号的最高频率对应的波长大于 10cm 时,该元器件可以被当成集总元器件来处理, 10cm 波长对应的频率为 3GHz ,即这个 1cm 的电路元器件对 3GHz 或以下频率的信号都可以认为是集总的。如果深入这个计算实例,则可以发现:在几个 GHz 的频率范围内,人体大小的物体不能按集总元器件来处理。

综上所述,集总电路理论和分布电路理论之间的界限取决于电路元器件尺寸与所感兴趣的最短波长之间的相对大小。如果电路元器件尺寸与波长相比非常小,如日常用的照明电路,则可以采用集总参数电路理论(KCL 和 KVL 均成立),不会引起误差;如果电路元器件尺寸与所传播的信号波长可以相比拟,则必须用分布参数理论,也称为传输线理论。

1.2 传输线理论

1.2.1 均匀传输线及其等效电路

如前所述,当射频与微波电路的工作频率提高到一定程度时,集总参数的基尔霍夫电路理论必须由分布参数的波动理论替代。传输线理论事实上是集总参数电路模型和分布参数电路模型之间的桥梁。这里需要说明的是,传统的电路理论和传输线理论的根本差别在于电尺寸,集总参数电路理论是假定电路的尺寸比波长小很多,而传输线理论则强调射频与微波电路的尺寸可以和波长相比拟或在同一个数量级上。因此,传输线是分布参数网络,在整个电路所占空间不同位置的电压和电流的幅值与相位都可能不同。

为了解决 KVL 和 KCL 不能用于较长传输线的问题,传输线理论的基本思想是将传输线分割成一段一段的长度为无穷小的线段并级联起来,这些线段包含传输线的所有电特性,如损耗、电感和电容效应,通过将无限长的均匀传输线进行微分来引入分布参数的概念,在这一小段上可以使用基尔霍夫定律进行分析。

因为传输 TEM 波的传输线一般为双导体或多导体传输线,所以关于传输线理论的分析,通常用双线来示意。如图 1.1 所示,长度为 Δz 的一段传输线可以模拟为一个集总元器件电路,有限长的传输线可以认为是若干如图 1.1 (b) 所示的电路的级联。

构建如图 1.1 所示的等效电路模型有其内在的物理意义:当工作频率提高后,传输线将出现新的物理效应,导线中流过的高频电流会由于趋肤效应而使导线有效面积缩小,高频电阻加大,称为分布效应电阻 R ,单位为 Ω/m ;通过高频电流的导线周围存在高频磁场,会出现分布效应电感 L ,单位为 H/m ;又由于两导线间有电压,存在高频电场,因而有分布效应电容 C ,单位为 F/m ;两线间的介质并非理想介质,因而存在漏电流,相当于并联了一个电导,这就是分布效应电导 G ,单位为 S/m ^[2]。

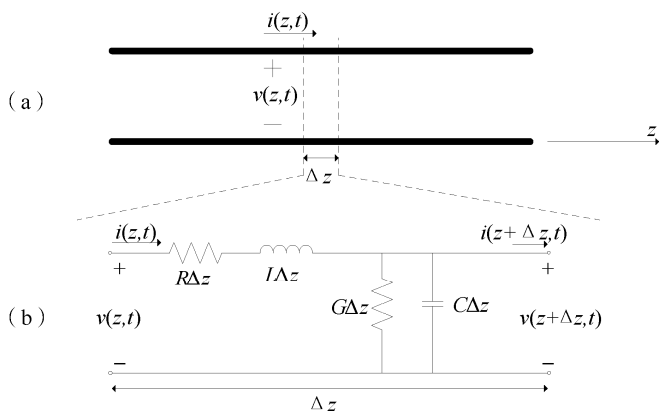


图 1.1 传输线的一个长度增量 (a) 电压电流定义 (b) 集总参数元件等效电路

对于如图 1.1 (b) 所示的电路, 利用 KVL 可得

$$v(z, t) - R\Delta z i(z, t) - L\Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} - v(z + \Delta z, t) = 0 \quad (1.4a)$$

利用 KCL 可得

$$i(z, t) - G\Delta z v(z + \Delta z, t) - C\Delta z \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} - i(z + \Delta z, t) = 0 \quad (1.4b)$$

将式 (1.4a) 和式 (1.4b) 都除以 Δz 并取 $\Delta z \rightarrow 0$ 时的极限, 且假设 $\frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} \approx \frac{\partial v(z, t)}{\partial t}$, 得到以下微分方程:

$$\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} = -Ri(z, t) - L \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \quad (1.5a)$$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -Gv(z, t) - C \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} \quad (1.5b)$$

这就是传输线方程 (或称电报方程) 的时域形式。

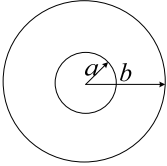
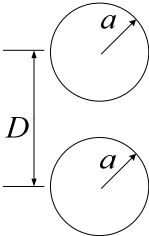
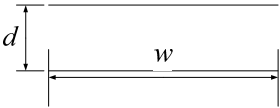
当电路处于时谐稳态 (Time Harmonic) 时, 采用余弦型的相量形式, 式 (1.5) 可用复相/矢量表示为

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L)I(z) \quad (1.6a)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C)V(z) \quad (1.6b)$$

传输线参量 (L 、 C 、 R 、 G) 值的确定则需要根据具体的传输线类型, 通过求解传输线上电磁场的麦克斯韦方程来得到, 具体可参考文献[3-5]。表 1.1 列出了常见传输线的传输线参量 (假定导体具有表面电阻 R_s , 两导体间的填充材料具有复介电常数 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ 和磁导率 $\mu = \mu_0\mu_r$)。

表 1.1 常见传输线的传输线参量

类 型	同 轴 线	双 线	平 行 板
			
L	$\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$	$\frac{\mu}{\pi} \operatorname{arcosh}(\frac{D}{2a})$	$\frac{\mu d}{w}$
C	$\frac{2\pi\epsilon'}{\ln b/a}$	$\frac{\pi\epsilon'}{\operatorname{arcosh}(D/2a)}$	$\frac{\epsilon' w}{d}$
R	$\frac{R_s}{2\pi} (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$	$\frac{R_s}{\pi a}$	$\frac{2R_s}{w}$
G	$\frac{2\pi\omega\epsilon''}{\ln b/a}$	$\frac{\pi\omega\epsilon''}{\operatorname{arcosh}(D/2a)}$	$\frac{\omega\epsilon'' w}{d}$

为了进一步求解传输线（电报）方程，将式（1.6a）等号两边对空间位置变量 z 求导数，再代入电流对空间的导数式（1.6b），可得

$$\frac{d^2 V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0 \quad (1.7a)$$

同理可得

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \quad (1.7b)$$

式（1.7a）和式（1.7b）分别是关于 $V(z)$ 和 $I(z)$ 的波动方程，与从麦克斯韦方程出发得到的自由空间波动方程在形式上完全一样，可见，传输线理论确实在场波理论和基本电路理论之间充当着不可替代的桥梁角色。其中，复传播常数为

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (1.8)$$

它是频率的函数。式（1.7）的解为

$$V(z) = V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z} \quad (1.9a)$$

$$I(z) = I^+ e^{-\gamma z} + I^- e^{+\gamma z} \quad (1.9b)$$

式（1.9）为沿 z 轴取向的传输线方程的通解。其中， $e^{-\gamma z}$ 项表示沿 $+z$ 方向的波传播， $e^{+\gamma z}$ 项表示沿 $-z$ 方向的波传播。当传输线终端接负载时，式（1.9）的物理意义可以理解成， $e^{-\gamma z}$ 项为入射的电压波（电流波）， $e^{+\gamma z}$ 项为反射的电压波（电流波）。因为 $\alpha \geq 0$ ，所以 γ 前面的符号保证了沿 $+z$ 和 $-z$ 方向传播的波的幅度是不变或衰减的。把式（1.9a）代入式（1.6a），可得传输线上的电流，为

$$I(z) = \frac{\gamma}{R + j\omega L} (V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z}) \quad (1.10)$$

电压和电流通常用阻抗联系起来，因此引入特性阻抗（也称特征阻抗） Z_0 ，可将 Z_0 定义为

$$Z_0 = \frac{V^+}{I^+} = \frac{V^-}{-I^-} \quad (1.11)$$

将式（1.9b）与式（1.10）进行比较，得到特性阻抗：

$$Z_0 = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (1.12)$$

根据特性阻抗的定义，即式（1.11），式（1.9b）可写为

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} (V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z}) \quad (1.13)$$

这里要注意 Z_0 的定义，它是传输线上正向行进的电压波与电流波之比，或反向行进的电压波与电流波之比，与低频电路里的总电压与总电流之比的概念是不同的。

由电磁场和电磁波的相关理论可知，传输线上的波长为

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (1.14)$$

相速为

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f \quad (1.15)$$

1.2.2 端接负载的无耗传输线

1. 传播常数和相速

一般来说，实际的传输线总是有损耗的，即传播常数为复数，但是，在射频与微波电路工程实际中，许多情况下损耗可以忽略不计，即认为 $R=G=0$ ，从而上述结果可以简化。因此，无耗传输线的传播常数是纯虚数，即

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{LC} \quad (1.16)$$

或

$$\alpha = 0, \quad \beta = \omega\sqrt{LC} \quad (1.17)$$

此时的特性阻抗为

$$Z_0 = \sqrt{L/C} \quad (1.18)$$

即 Z_0 与频率无关，只与传输线的类型有关，将具体传输线参量（见表 1.1）代入公式即可求得其特性阻抗的确定值。

因此，可得无耗传输线上的电压和电流的一般解为

$$V(z) = V^+ e^{-j\beta z} + V^- e^{j\beta z} \quad (1.19a)$$

$$I(z) = \frac{V^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V^-}{Z_0} e^{j\beta z} \quad (1.19b)$$

波长为

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} \quad (1.20)$$

相速为

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.21)$$

2. 电压反射系数与电压驻波比

图 1.2 为端接负载 Z_L 的无耗传输线示意图，假定负载位于 $z=0$ 处。

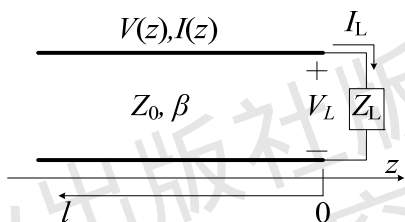


图 1.2 端接负载 Z_L 的无耗传输线示意图

一般情况下，传输线上任意一点的电压由式 (1.19a) 给出。当传输线终端所接负载 $Z_L \neq Z_0$ 时，传输线上传播的除了有从 $z<0$ 处向负载传送的入射波，还有由于负载不匹配产生的反射波，通过式 (1.19a) 的 $e^{j\beta z}$ 项的物理意义体现出来。在 $z=0$ 处，传输线上的总电压和总电流为

$$V(0) = V^+ e^{-j\beta 0} + V^- e^{j\beta 0} = V^+ + V^- \quad (1.22a)$$

$$I(0) = \frac{V^+}{Z_0} e^{-j\beta 0} - \frac{V^-}{Z_0} e^{j\beta 0} = \frac{V^+ - V^-}{Z_0} \quad (1.22b)$$

负载的总电压和总电流通过负载阻抗相联系，有

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V^+ + V^-}{V^+ - V^-} Z_0 \quad (1.23)$$

因此，反射电压波的振幅为

$$V^- = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} V^+ \quad (1.24)$$

这里定义负载处的电压反射系数 Γ_0 ($0 \leq |\Gamma_0| \leq 1$) 为反射电压波与入射电压波在负载端 $z=0$ 处的比值，即

$$\Gamma_0 = \frac{V^-}{V^+} \quad (1.25)$$

更为一般的情况是，传输线上任意一点 $z=-l$ 处的电压反射系数为

$$\Gamma(l) = \frac{V^- e^{-j\beta l}}{V^+ e^{j\beta l}} = \Gamma_0 e^{-2j\beta l} \quad (1.26)$$

将式 (1.24) 代入式 (1.25)，得到负载处的电压反射系数：

$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (1.27)$$

因此，无耗传输线上的总电压和总电流又可写为

$$V(z) = V^+ (e^{-j\beta z} + \Gamma_0 e^{j\beta z}) \quad (1.28a)$$

$$I(z) = \frac{V^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} - \Gamma_0 e^{j\beta z}) \quad (1.28b)$$

传输线上的电压和电流是由入射波与反射波叠加组成的。只有当 $\Gamma_0=0$ 时，传输线上才不会有反射波，这样的波状态称为行波。为此，必须使负载阻抗 Z_L 等于传输线特性阻抗 Z_0 （完全匹配）。此时，传输线上的电压幅值 $|V(z)|=|V^+|$ 为常数。当负载失配，即 $Z_L \neq Z_0$ 时，存在反射波，会产生驻波，这时传输线上 $z=-l$ 处的电压幅值为

$$|V(z)| = |V^+| |1 + \Gamma_0 e^{2j\beta z}| = |V^+| |1 + \Gamma_0 e^{-2j\beta l}| = |V^+| |1 + |\Gamma_0| e^{j(\theta - 2\beta l)}| \quad (1.29)$$

其中， l 为由负载处开始测量的正距离； θ 为终端负载反射系数的相位 ($\Gamma_0 = |\Gamma_0| e^{j\theta}$)。这里需要注意的是，为了后续学习方便，引入了用 l 表述的新坐标系。新坐标系与用 z 表述的坐标系的原点相同，但正方向相反。

可以看到，当负载失配时，沿线电压幅值并不是一个常数，而是随 z 的改变而有最大值和最小值的起伏，即

$$V_{\max} = |V^+| (1 + |\Gamma_0|) \quad (1.30a)$$

$$V_{\min} = |V^+| (1 - |\Gamma_0|) \quad (1.30b)$$

当电压反射系数增大时， $V_{\max}$ 和 $V_{\min}$ 之比增大，为了量度传输线的失配量，引入电压驻波比 (Voltage Standing Wave Ratio, VSWR)，定义为

$$\text{VSWR} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|} \quad (1.31)$$

VSWR 的范围是 $1 \leq \text{VSWR} \leq \infty$ ，当 $\text{VSWR}=1$ 或 $\Gamma_0=0$ 时，意味着负载阻抗匹配；当 $\text{VSWR} \rightarrow \infty$ 或 $|\Gamma_0|=1$ 时，意味着全反射。从式 (1.29) 可以看出，相邻的两个电压幅值最大值（最小值）之间的距离为 $l=2\pi/2\beta=\lambda/2$ ，相邻的电压最大值和最小值之间的距离为 $l=\lambda/4$ ，其中 λ 为传输线的波长。

根据式 (1.28)，在距离负载 l 处，朝着负载看过去的输入阻抗为

$$Z_{\text{in}} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = \frac{V^+ (e^{j\beta l} + \Gamma_0 e^{-j\beta l})}{V^+ (e^{j\beta l} - \Gamma_0 e^{-j\beta l}) / Z_0} = \frac{1 + \Gamma_0 e^{-2j\beta l}}{1 - \Gamma_0 e^{-2j\beta l}} Z_0 \quad (1.32)$$

又可写为

$$Z_{\text{in}} = \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)} Z_0 \quad (1.33)$$

将式 (1.27) 代入式 (1.32), 得

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{in}} &= Z_0 \frac{(Z_L + Z_0)e^{j\beta l} + (Z_L - Z_0)e^{-j\beta l}}{(Z_L + Z_0)e^{j\beta l} - (Z_L - Z_0)e^{-j\beta l}} \\
 &= Z_0 \frac{Z_L \cos \beta l + jZ_0 \sin \beta l}{Z_0 \cos \beta l + jZ_L \sin \beta l} \\
 &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l}
 \end{aligned} \quad (1.34)$$

这是一个具有基础意义的重要结果, 在分析负载阻抗沿传输线的变换规律时十分重要。它事实上是射频与微波电路理论里阻抗匹配技术的根本核心, 因为它表明一个选定的负载阻抗配合上某一特定长度的传输线几乎可以转化为任意输入阻抗。

例 1.1 一个无耗传输线端接一个 100Ω 的负载, 若传输线上的 VSWR 为 1.5, 求该传输线的两个可能的特征值。

解: 由式 (1.31) 可得, $|\Gamma_0| = \frac{\text{VSWR} - 1}{\text{VSWR} + 1} = \frac{0.5}{2.5} = 0.2$ 。

(1) 当 $\Gamma_0 = 0.2$ 时, 有

$$Z_0 = Z_L \frac{1 - \Gamma_0}{1 + \Gamma_0} = 100 \times \frac{0.8}{1.2} \Omega = 66.7 \Omega$$

(2) 当 $\Gamma_0 = -0.2$ 时, 有

$$Z_0 = Z_L \frac{1 - \Gamma_0}{1 + \Gamma_0} = 100 \times \frac{1.2}{0.8} \Omega = 150 \Omega$$

3. 回波损耗和插入损耗

在实际的电路中, 负载并不总是匹配的, 即不是所有来自源的功率都传给了负载。这种由反射引起的损耗定义为回波损耗 (Return Loss, RL), 是反射功率 P_r 与入射功率 P_i 之比, 一般以 dB 为单位, 取负号, 即

$$\text{RL (dB)} = -10 \log \left(\frac{P_r}{P_i} \right) = -10 \log |\Gamma_{\text{in}}|^2 = -20 \log |\Gamma_{\text{in}}| \quad (1.35)$$

回波损耗可以用矢量网络分析仪测量, 反映了传输线负载与源之间的阻抗失配程度。请注意: 对该概念的理解关键要抓住其是衡量由于不匹配而反射回来的波的损耗, 所以叫回波 (Return) 损耗。举个数值的例子: 回波损耗为 20dB 的负载, 其与源的匹配程度要优于回波损耗为 5dB 的负载。

除了回波损耗, 插入损耗 (Insertion Loss, IL) 也经常用到, 它是传输功率 P_t 与入射功率 P_i 之比, 一般以 dB 为单位, 取负号, 即

$$\text{IL (dB)} = -10 \log \frac{P_t}{P_i} \quad (1.36)$$

当系统无耗且不存在各种误差, 仅存在负载阻抗失配时, 有

$$IL \text{ (dB)} = -10 \log \frac{P_i - P_r}{P_i} = -10 \log(1 - |\Gamma_{in}|^2) \quad (1.37)$$

例 1.2 一无线发射机通过 50Ω 的同轴线连接到阻抗为 $(80+j40)\Omega$ 的天线。若 50Ω 的无线发射机连接 50Ω 的负载时可以传输 30W 的功率，那么连接天线时有多少功率传送到天线？

解：由题意可得

$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{30 + j40}{130 + j40} = \frac{50 \angle 53^\circ}{136 \angle 17^\circ} \approx 0.367 \angle 36^\circ$$

因此有

$$P_L = P_i - P_r = P_i(1 - |\Gamma_0|^2) = 30 \times (1 - 0.367^2) \text{W} \approx 25.96 \text{W}$$

4. 特殊条件终端及长度

(1) 终端短路 ($Z_L=0$)。

终端短路传输线电路如图 1.3 所示。

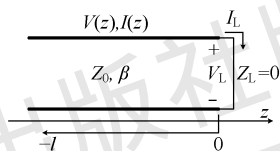


图 1.3 终端短路传输线电路

由式 (1.27) 可知，短路负载的电压反射系数为 $\Gamma_0=-1$ ；由式 (1.31) 可知，此时的电压驻波比为无穷大；由式 (1.28) 可知，传输线上的总电压和总电流为

$$V(z) = V^+(e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}) = -2jV^+ \sin \beta z \quad (1.38a)$$

$$I(z) = \frac{V^+}{Z_0}(e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}) = \frac{2V^+}{Z_0} \cos \beta z \quad (1.38b)$$

可以看出，在负载 $z=0$ 处，电压为 0，而电流为极大值，符合短路负载的常识。由式 (1.34) 可得距离负载 l 处的输入阻抗：

$$Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l \quad (1.39)$$

沿终端短路传输线的电压、电流和输入阻抗的示意图如图 1.4 所示。

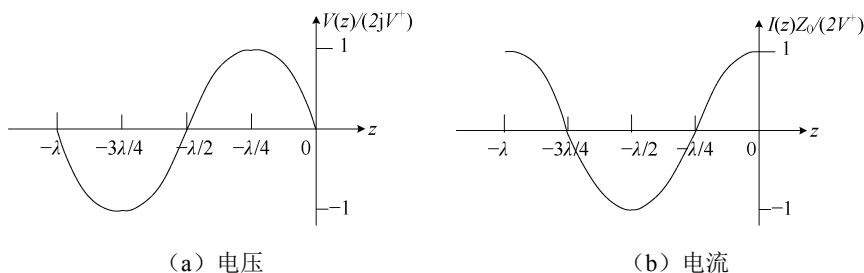
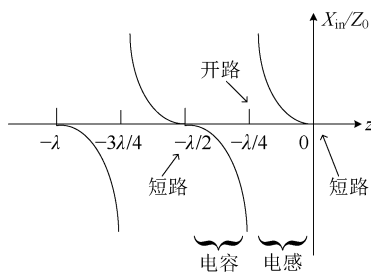


图 1.4 沿终端短路传输线的电压、电流和输入阻抗的示意图



(c) 输入阻抗

图 1.4 沿终端短路传输线的电压、电流和输入阻抗的示意图 (续)

从图 1.4 (c) 可以发现, 随着输入阻抗与短路点的距离的变化, 输入阻抗会呈现周期性变化, 这是在集总参数电路里没有的现象。当 $l=0$ 时, 输入阻抗值是 0, 为短路; 随着远离负载而靠近波源, 阻抗为正的纯虚数, 表示输入阻抗为感性, 且感抗逐渐增大; 当 $l=\lambda/4$ 时, 阻抗值无穷大, 等效为开路; 继续远离负载, 输入阻抗为负的纯虚数, 表示输入阻抗为容性, 且容抗逐渐减小; 当 $l=\lambda/2$ 时, 阻抗值是 0, 等效为短路, 之后是上述的周期性重复, 阻抗随传输线长度变化的周期为 $\lambda/2$ 。

(2) 终端开路 ($Z_L=\infty$)。

开路负载的终端电压反射系数为 $\Gamma_0=1$, 由式 (1.31) 可知, 电压驻波比为无穷大。由式 (1.28) 可得传输线上的总电压和总电流为

$$V(z) = V^+ (e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}) = 2V^+ \cos \beta z \quad (1.40a)$$

$$I(z) = \frac{V^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}) = \frac{-2jV^+}{Z_0} \sin \beta z \quad (1.40b)$$

可以看出, 在负载 $z=0$ 处, 电压为极大值, 而电流为 0, 符合开路负载的常识。由式 (1.34) 可得输入阻抗为

$$Z_{in} = -jZ_0 \cot \beta l \quad (1.41)$$

与终端短路一样, 读者可以把终端开路传输线的电压、电流和输入阻抗函数随传输线长度的改变而改变的示意图画出, 在此不再重复, 仅画出输入阻抗沿终端开路传输线的变化规律, 如图 1.5 所示。可以看出, 终端开路传输线和终端短路传输线的周期性规律相同, 只是向左 (向右) 平移了 $\lambda/4$ 。

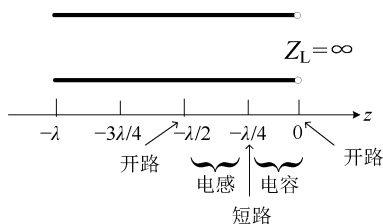


图 1.5 输入阻抗沿终端开路传输线的变化规律

(3) 半波长线。

当 $l=\lambda/2$ 时, 由式 (1.34) 可得输入阻抗为

$$Z_{\text{in}} = Z_L \quad (1.42)$$

可以看出, 对于经过长度为半波长或半波长的整数倍的传输线, 输入阻抗一定等于负载阻抗, 而与传输线的特性阻抗无关, 这也印证了刚刚所说的以 $\lambda/2$ 为周期的传输线输入阻抗的变化规律。

(4) $1/4$ 波长阻抗变换器。

当 $l=\lambda/4$ 时, 由式 (1.34) 可得输入阻抗为

$$Z_{\text{in}} = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad (1.43)$$

这一结果在工程上具有重要的应用, 通过对 $1/4$ 波长传输线进行设计, 可以使一个已知的实数负载阻抗变换为所需值, 如图 1.6 所示。

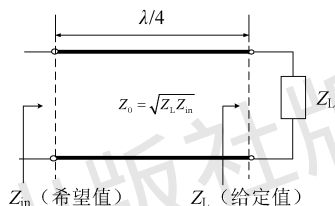


图 1.6 $1/4$ 波长阻抗变换器实现阻抗匹配

此时这段传输线的特性阻抗应设计为

$$Z_0 = \sqrt{Z_L Z_{\text{in}}} \quad (1.44)$$

其中, Z_{in} 为所需的负载阻抗值, 即希望值; Z_L 为已知负载阻抗, 即给定值。该结果的物理意义为通过对传输线的特性阻抗进行设计, 令其等于负载阻抗和输入阻抗的几何平均值, 即可使一个实数负载阻抗与一个需要的实数输入阻抗相匹配。

1.2.3 史密斯圆图

由前面得到的描述传输线有载输入阻抗的公式 (1.34) 可以发现, 这个公式将传输线的特性阻抗、负载阻抗, 以及传输线的长度和工作频率联系了起来, 输入阻抗可以等效地用与位置相关的电压反射系数来计算。为了简化电压反射系数的计算, 史密斯创立了以映射原理为基础的图解法, 即史密斯圆图。这个方法可以使我们在一个图中直接找到传输线的输入阻抗、电压反射系数和驻波比等重要参数。虽然这种图解法在计算机时代之前就已经被提出, 但是几乎所有现代计算机辅助设计程序都采用史密斯圆图进行电路阻抗的分析和匹配网络的设计, 掌握史密斯圆图这种图形化工具的思维方法对射频与微波工程具有重要的学习价值, 因为从本质上来说, 史密斯圆图就是在电压反射系数平面 (也称 Γ 平面) 关于式 (1.27) 和归一化阻抗 $z=r+jx$ 的一一映射关系。

由式 (1.26) 可知, 传输线上任意一点的电压反射系数都可以用实部 Γ_r 和虚部 Γ_i 表示:

$$\Gamma(l) = |\Gamma_0| e^{j\theta_L} e^{-j2\beta l} = \Gamma_r + j\Gamma_i \quad (1.45)$$

其中, θ_L 为终端负载电压反射系数的相位, 因此有

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i} \quad (1.46)$$

用传输线的特性阻抗将式 (1.46) 进行归一化, 得

$$z_{in} = Z_{in} / Z_0 = \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i} = r + jx \quad (1.47)$$

式 (1.47) 即从归一化阻抗 z_{in} 平面到电压反射系数 Γ 平面的映射关系。将式 (1.47) 的分母有理化, 得

$$r + jx = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2 + 2j\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (1.48)$$

即

$$r = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (1.49a)$$

$$x = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (1.49b)$$

为了清晰地建立映射关系, 我们的目标是找出一种计算输入阻抗的方法, 即将 z_{in} 平面的实部 r 和虚部 x 映射到 Γ 平面, 并用电压反射系数的实部 Γ_r 和虚部 Γ_i 表示。

整理式 (1.49), 可以得到 Γ 平面上以归一化电阻 r 为参变量的一簇圆的方程, 圆心位于 Γ 平面的 $(r/(r+1), 0)$ 处, 半径为 $1/(r+1)$ [见图 1.7 (a)]:

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{r+1} \right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{r+1} \right)^2 \quad (1.50a)$$

另外, 还可以得到 Γ 平面上以归一化电抗 x 为参变量的一簇圆的方程, 圆心位于 Γ 平面的 $(1, 1/x)$ 处, 半径为 $1/x$ [见图 1.7 (b)]:

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x} \right)^2 = \left(\frac{1}{x} \right)^2 \quad (1.50b)$$

通过观察几个特殊点和某些有代表意义的直线/线条可以清晰地认识这种映射关系。例如, 当负载阻抗和传输线特性阻抗匹配时, 如 $Z_L = 50\Omega$ 且 $Z_0 = 50\Omega$, 即 $z_{in} = 1$, 对应的电压反射系数为 0, 为 Γ 平面的圆心, 即归一化阻抗平面 (z_{in} 平面) 的 $(1, 0)$ 点映射到 Γ 平面的圆心, 旋即得到 $z = 0$ 点映射到 Γ 平面的 $\Gamma = -1$ ($\Gamma_r = -1, \Gamma_i = 0$)。在归一化阻抗平面上, 所有电阻值为 1 的阻抗即归一化阻抗平面上的 $z = 1 + jx$ 直线, 映射为 Γ 平面上一个圆心为 $(0.5, 0)$ 、半径为 $1/2$, 且与 $(0, 0)$ 、 $(1, 0)$ 两点相切的圆, 类似的这簇圆都称为等电阻圆, 如图 1.7 (a) 所示。事实上, 所有的无源阻抗 (阻抗的电阻部分大于或等于 0) 都被映射在 Γ 平面的单位圆 (半径为 1 的圆) 内; 而所有电抗值为 1, 电阻值大于 0 的阻抗, 即归一化阻抗平面上的 $z = r + j1$ ($r \geq 0$) 的线条, 映射为 Γ 平面上圆心为 $(\Gamma_r = 1, \Gamma_i = 1)$ 、半径为 1 的圆, 在 $|\Gamma| \leq 1$ 的圆内部分, 这样的圆称为等电抗圆, 如图 1.7 (b) 所示。将两幅图合成到一起, 就得到了通常见到的史密斯圆图, 如图 1.7 (c) 所示。这里需要声明的是, $r < 0$ 的阻抗也可以在史密斯圆图上表示, 称为压缩史密斯圆图, 本书对此暂不讨论。

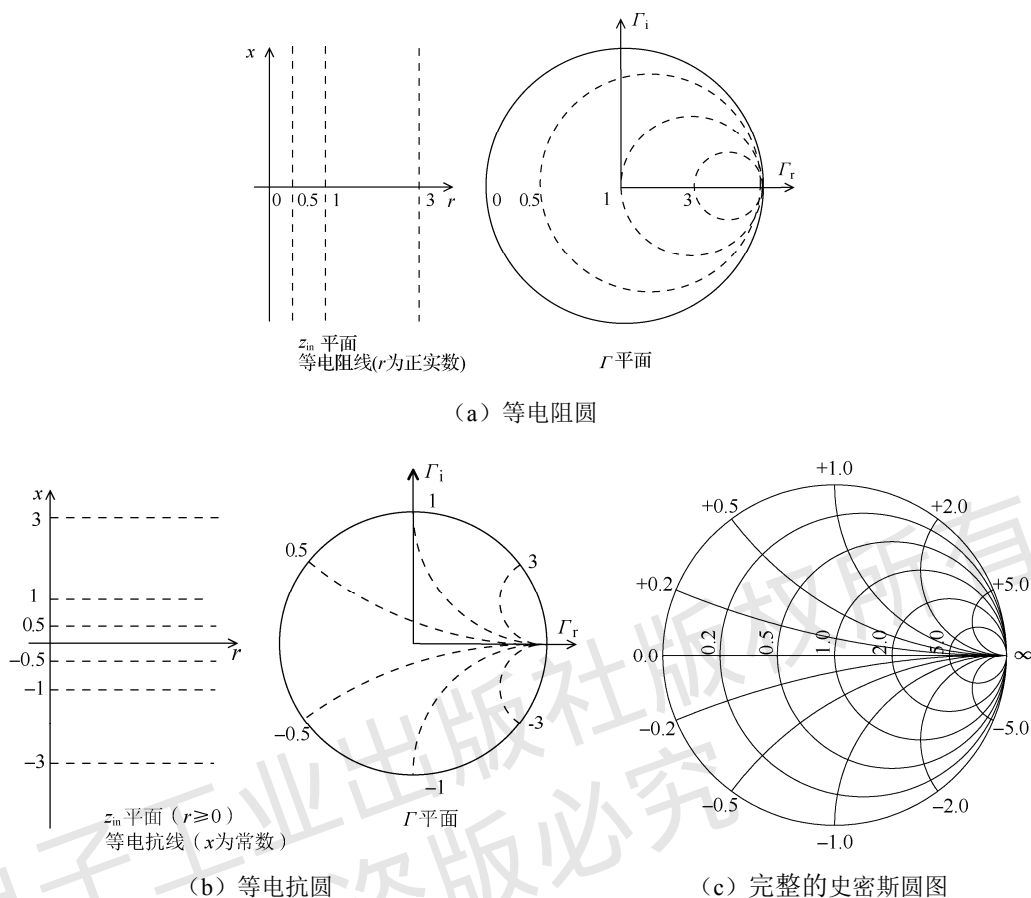


图 1.7 史密斯圆图的构成

从史密斯圆图上还可以发现由电压反射系数表达式 (1.26) 的指数幂 $(-2j\beta l)$ 决定的两个要点: ① $2\beta l = 2\pi$, 因此, 圆图外围圆周上有以电长度为基准的刻度, 刻度覆盖了 $0 \sim 0.5$ 个波长, 这隐含了史密斯圆图包含传输线的半波长周期性, 即一个长度为 $\lambda/2$ (或任意整数倍) 的传输线要绕圆图中心转 $2\beta l = 2\pi$; ② 负号表达的是, 当计算输入阻抗的参考面远离负载而朝向观察点时, 在史密斯圆图上表现为顺时针旋转, 即传向波源的波长所指的方向 (很多圆图上标注的是 Wavelength Toward Generator), 这里的观察点即波源 (Generator); 反之则为传向负载的波长所指的方向 (很多圆图上标注的是 Wavelength Toward Load)。

关于史密斯圆图的更深一步的讨论及其应用, 本节由于篇幅限制不做过多叙述, 有兴趣的读者可参考文献[3,5]。

1.3 射频与微波传输线

传输线在射频与微波工程里起着基石的作用, 客观地说, 每次一种新的传输线的发明或发现, 都会引起一场跨度 10 年或以上的射频与微波工业革命。事实上, 对于今天被人们广为熟知的经典传输线——金属波导管, 人们直到很迟才“再次”发现它。之所以说再次发现, 是因

为在 1897 年,瑞利已经在数学上证明了电磁波在空心金属管内传播的可能性,但由于当时没有相应的信号源,故没有实验验证。直到 20 世纪 30 年代,才又被人们发现^[6]。早期的微波系统依靠波导和同轴线为传播媒介。波导功率容量高、损耗小,但是体积大、造价高。同轴线带宽宽,易于实验测量,但是用来制作实际的微波器件有困难。随着平面电路,特别是微带的再次发现,射频与微波集成电路迅速发展。由于平面传输线易于采用光刻工艺加工生产,且易于与其他有源器件集成,所以成为单片微波集成电路(Monolithic Microwave Integrated Circuits, MMIC)的主流。21 世纪初,随着基片集成波导(Substrate Integrated Waveguide, SIW)技术的再次发现^[7],一种同时包含了传统非平面波导电路优势与平面电路易于加工和集成优势的新型传输线再次带来新的射频与微波电路的革新浪潮。电子信息类专业数据库 IEEE Xplore 收录的关于基片集成波导的论文已经连续 19 年(截至 2020 年)保持增长趋势。本节内容专门讨论最常用的矩形波导及其导波模式,深入掌握这部分内容是理解后续多个章节的一把钥匙。

对于一般意义上的传输线,只有由两个或更多导体组成的传输线系统才能支持 TEM 波,单导体波导不能支持 TEM 波。这是因为,假如在波导内存在 TEM 波,由于磁场只有横向分量,所以磁力线应该在横截面内闭合,这时就要求在波导内存在纵向的传导电流或位移电流。但是因为是单导体传输系统,所以其内没有纵向的传导电流;又因为 TEM 波的纵向电场 $E_z=0$,所以也没有纵向的位移电流,故单导体传输系统不能支持 TEM 波,但可以支持 TE (Transverse Electric, 横电)波和 TM (Transverse Magnetic, 横磁)波。需要注意的是,TEM 波的电压、电流和特性阻抗的定义是唯一的,而 TE 波和 TM 波的特性阻抗的定义不唯一。

1.3.1 TE 波和 TM 波的通解

如图 1.8 所示,假设波导中填充有介电常数为 ε 和磁导率为 μ 的材料。

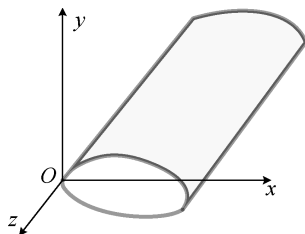


图 1.8 封闭式波导

本节分析的波导具有轴向均匀的特点,它们的截面形状及电特性沿轴向是不变的,这里以 z 轴为轴向。在不考虑源的情况下,波导内部的电场和磁场为亥姆霍兹波动方程的解,即

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (1.51)$$

其中

$$k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} = 2\pi/\lambda \quad (1.52)$$

是填充在波导中的材料的波数。

在式 (1.51) 中, z 变量是可以被分离出来的,因此可能会有 $f(z)g(x,y)$ 形式的解。假定一

个具有 $e^{j\omega t}$ 依赖关系的时谐场沿 z 轴传播, 类似地, 波动关于 z 轴的依赖关系也可以假定为 $e^{\pm j\beta z}$ 的形式。这个假设会产生 $\cos(\omega t \pm \beta z)$ 或 $\sin(\omega t \pm \beta z)$ 形式的波动方程的解。这两种解的形式适合描述沿 z 轴传播的波: $e^{-j\beta z}$ 代表沿 $+z$ 方向传播的波, $e^{+j\beta z}$ 代表沿 $-z$ 方向传播的波。现在假设波沿 $+z$ 方向传播, 那么 ∇ 算子可以写为

$$\nabla = \nabla_t + \nabla_z = \nabla_t - j\beta \mathbf{a}_z \quad (1.53)$$

其中, 纵向 ∇_z 算子和横向 ∇_t 算子分别为

$$\nabla_z = \mathbf{a}_z \partial / \partial z \quad \nabla_t = \mathbf{a}_x \partial / \partial x + \mathbf{a}_y \partial / \partial y \quad (1.54)$$

电场和磁场可以写为

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}_t(x, y, z) + \mathbf{E}_z(x, y, z) = \mathbf{e}(x, y)e^{-j\beta z} + \mathbf{e}_z(x, y)e^{-j\beta z} \quad (1.55a)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}_t(x, y, z) + \mathbf{H}_z(x, y, z) = \mathbf{h}(x, y)e^{-j\beta z} + \mathbf{h}_z(x, y)e^{-j\beta z} \quad (1.55b)$$

其中, $\mathbf{E}_t$ 和 $\mathbf{H}_t$ 为电场和磁场的横向分量; $\mathbf{E}_z$ 和 $\mathbf{H}_z$ 为纵向 (轴向) 分量; $\mathbf{e}(x, y)$ 和 $\mathbf{h}(x, y)$ 为横向矢量函数; $\mathbf{e}_z(x, y)$ 和 $\mathbf{h}_z(x, y)$ 为纵向矢量函数。

因此可以求出

$$\nabla \times \mathbf{E} = (\nabla_t - j\beta \mathbf{a}_z) \times (\mathbf{e} + \mathbf{e}_z)e^{-j\beta z}$$

又因为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} = -j\omega\mu(\mathbf{h} + \mathbf{h}_z)e^{-j\beta z}$$

所以可得

$$\underbrace{\nabla_t \times \mathbf{e}}_1 - \underbrace{j\beta \mathbf{a}_z \times \mathbf{e} + \nabla_t \times \mathbf{e}_z}_2 - \underbrace{j\beta \mathbf{a}_z \times \mathbf{e}_z}_3 = -j\omega\mu\mathbf{h} - j\omega\mu\mathbf{h}_z$$

在上式中, 第一项的结果只有 $\mathbf{a}_z$ 分量, 第二项为包含 $\mathbf{a}_x$ 和 $\mathbf{a}_y$ 的分量, 第三项的结果为 0。根据上式两端横向分量和纵向分量分别相等的原理, 可以得到

$$\nabla_t \times \mathbf{e} = -j\omega\mu\mathbf{h}_z \quad (1.56a)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{e}_z - j\beta \mathbf{a}_z \times \mathbf{e} = -\mathbf{a}_z \times \nabla_t \mathbf{e}_z - j\beta \mathbf{a}_z \times \mathbf{e} = -j\omega\mu\mathbf{h} \quad (1.56b)$$

同理, 对 $\nabla \times \mathbf{H}$ 进行计算可以得到

$$\nabla_t \times \mathbf{h} = j\omega\epsilon \mathbf{e}_z \quad (1.56c)$$

$$\mathbf{a}_z \times \nabla_t \mathbf{h}_z + j\beta \mathbf{a}_z \times \mathbf{h} = -j\omega\epsilon \mathbf{e} \quad (1.56d)$$

由于磁感应强度的散度等于 0, 所以有

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = (\nabla_t - j\beta \mathbf{a}_z) \cdot (\mathbf{h} + \mathbf{h}_z)\mu e^{-j\beta z} = 0$$

即

$$\nabla_t \cdot \mathbf{h} = j\beta h_z \quad (1.56e)$$

同理, 由于电位移矢量的散度等于 0, 所以有

$$\nabla_t \cdot \mathbf{e} = j\beta e_z \quad (1.56f)$$

式 (1.56) 为麦克斯韦方程组的简化形式, 这对求解波导系统有很大的帮助。下面就把这

一结果应用于特定波型^[8]。

(1) TE 波。

TE 波 (H 波) 的特征是 $E_z=0$ 和 $H_z \neq 0$, 只有先求解 h_z 才能完整地求解剩余的场分量。磁场为亥姆霍兹波动方程 $\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0$ 的解。因为 $\nabla^2 = \nabla_t^2 - \beta^2$, 所以有

$$(\nabla_t^2 - \beta^2) \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0$$

令 $k^2 = k_c^2 + \beta^2$, 本征值 k_c 定义为截止波数, 于是分别得到纵向和横向磁场的亥姆霍兹波动方程:

$$\nabla_t^2 h_z(x, y) + k_c^2 h_z(x, y) = 0 \text{ (纵向)} \quad (1.57a)$$

$$\nabla_t^2 \mathbf{h} + k_c^2 \mathbf{h} = 0 \text{ (横向)} \quad (1.57b)$$

将 $e_z=0$ 代入式 (1.56), 得

$$\nabla_t \times \mathbf{e} = -j\omega\mu\mathbf{h}_z \quad (1.58a)$$

$$\beta \mathbf{a}_z \times \mathbf{e} = \omega\mu\mathbf{h} \quad (1.58b)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{h} = 0 \quad (1.58c)$$

$$\mathbf{a}_z \times \nabla_t h_z + j\beta \mathbf{a}_z \times \mathbf{h} = -j\omega\epsilon \mathbf{e} \quad (1.58d)$$

$$\nabla_t \cdot \mathbf{h} = j\beta h_z \quad (1.58e)$$

$$\nabla_t \cdot \mathbf{e} = 0 \quad (1.58f)$$

式 (1.58c) 的旋度为

$$\nabla_t \times (\nabla_t \times \mathbf{h}) = \nabla_t (\nabla_t \cdot \mathbf{h}) - \nabla_t^2 \mathbf{h} = 0$$

将上式与式 (1.58e) 和式 (1.57b) 联立, 得

$$\mathbf{h} = -\frac{j\beta}{k_c^2} \nabla_t h_z \quad (1.59)$$

将 $\mathbf{a}_z$ 与式 (1.58b) 叉乘, 可得

$$\beta \mathbf{a}_z \times (\mathbf{a}_z \times \mathbf{e}) = \beta [(\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{e}) \mathbf{a}_z - (\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z) \mathbf{e}] = -\beta \mathbf{e} = \omega\mu \mathbf{a}_z \times \mathbf{h}$$

即

$$\mathbf{e} = -\frac{\omega\mu}{\beta} \mathbf{a}_z \times \mathbf{h} = -\frac{k}{\beta} Z_0 \mathbf{a}_z \times \mathbf{h} \quad (1.60)$$

其中, 因子 kZ_0/β 具有阻抗的量纲, 故定义其为波阻抗, 即横向电场与磁场之比, 即

$$Z_{TE} = \frac{e_x}{h_y} = -\frac{e_y}{h_x} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{k\eta}{\beta} \quad (1.61)$$

其中

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (1.62)$$

为波导填充材料的本征阻抗。

分析 TE 波的过程可以总结如下。

① 求解关于 h_z (纵向场) 的亥姆霍兹方程:

$$\nabla_t^2 h_z(x, y) + k_c^2 h_z(x, y) = 0 \quad (1.63a)$$

② 求出横向磁场:

$$\mathbf{h} = -\frac{j\beta}{k_c^2} \nabla_t h_z \quad (1.63b)$$

③ 求出横向电场:

$$\mathbf{e} = -Z_{TE} \mathbf{a}_z \times \mathbf{h} \quad (1.63c)$$

④ 将特定波导的边界条件应用于场分量, 求解未知常数 k_c (截止波数, 也称本征值)。

⑤ 传播常数为

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \quad (1.64)$$

波阻抗为

$$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta} \quad (1.65)$$

完整的场 (沿+z 方向传播的波) 表达式为

$$\mathbf{E} = \mathbf{e} e^{-j\beta z} \quad (1.66a)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{h} e^{-j\beta z} + \mathbf{h}_z e^{-j\beta z} \quad (1.66b)$$

(2) TM 波。

分析 TM 波的过程其实和分析 TE 波的过程非常类似。TM 波 (E 波) 的特征是 $H_z=0$ 和 $E_z \neq 0$, 只有先求解 e_z 才能完备地求解剩余的场分量:

$$\nabla_t^2 e_z + k_c^2 e_z = 0 \quad (1.67)$$

将式 (1.67) 应用边界条件可以求出 k_c 。横向电场和横向磁场为 (假设波沿+z 方向传播)

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{e} e^{-j\beta z} = -\frac{j\beta}{k_c^2} \nabla_t e_z e^{-j\beta z} \quad (1.68a)$$

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{h} e^{-j\beta z} = \frac{1}{Z_{TM}} \mathbf{a}_z \times \mathbf{e} e^{-j\beta z} \quad (1.68b)$$

其中, 传播常数为

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \quad (1.69)$$

TM 波的波阻抗为

$$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k} \quad (1.70)$$

完整的场表达式为

$$\mathbf{E} = \mathbf{e} e^{-j\beta z} + \mathbf{e}_z e^{-j\beta z} \quad (1.71)$$

$$\mathbf{H} = (\mathbf{h} + \mathbf{h}_z) e^{-j\beta z} \quad (1.72)$$

上述求解方法的特征是把 ∇ 算子分解为纵向 ∇_z 算子和横向 ∇_t 算子。下面简单介绍另一种对TE波和TM波的求解方法，其思路与上述介绍的方法类似，都是以亥姆霍兹波动方程为工具，先求解纵向磁场（电场），然后以麦克斯韦方程为基础求解横向电/磁场，具体计算过程更加简洁。

假定波导区域是无源的，则麦克斯韦方程可以写为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E}$$

由于具有 $e^{-j\beta z}$ 随 z 的变化关系，所以上述每个矢量方程的3个分量可以简化为

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu H_x \quad (1.73a)$$

$$-j\beta E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y \quad (1.73b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z \quad (1.73c)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\varepsilon E_x \quad (1.73d)$$

$$-j\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_y \quad (1.73e)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon E_z \quad (1.73f)$$

将4个横向场分量（ E_x 、 E_y 、 H_x 、 H_y ）用2个纵向场分量（ E_z 、 H_z ）来表达：

$$H_x = \frac{j}{k_c^2} \left(\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (1.74a)$$

$$H_y = \frac{-j}{k_c^2} \left(\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (1.74b)$$

$$E_x = \frac{-j}{k_c^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (1.74c)$$

$$E_y = \frac{j}{k_c^2} \left(-\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (1.74d)$$

式（1.74）可以用于各种波导系统。下面将这一结果应用到特定波型。

（1）TE波。

TE波的特征是 $E_z=0$ ， $H_z \neq 0$ ，于是，式（1.74）化简为

$$H_x = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (1.75a)$$

$$H_y = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (1.75b)$$

$$E_x = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (1.75c)$$

$$E_y = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (1.75d)$$

可以看到，横向场可以由纵向场表达出来，为了求出横向场，接下来利用亥姆霍兹波动方程求出 H_z ：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_z = 0$$

由于 $H_z(x,y,z)=h_z(x,y)e^{-j\beta z}$ ，所以上式可化简为 h_z 的二维波动方程：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) h_z = 0 \quad (1.76)$$

此方程需要根据特定的波导结构的边界条件求解。

(2) TM 波。

TM 波的特征是 $H_z=0$, $E_z \neq 0$ ，于是，式 (1.74) 化简为

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (1.77a)$$

$$H_y = \frac{-j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (1.77b)$$

$$E_x = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (1.77c)$$

$$E_y = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (1.77d)$$

接下来利用亥姆霍兹波动方程求出 E_z ：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_z = 0$$

由于 $E_z(x,y,z)=e_z(x,y)e^{-j\beta z}$ ，所以上式可化简为 e_z 的二维波动方程：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) e_z = 0 \quad (1.78)$$

类似地，此方程也需要根据特定的波导结构的边界条件求解。

1.3.2 矩形波导

中空矩形波导可以传播 TE 模和 TM 模，而不能传播 TEM 模，因为它是单导体导波系统。

沿 z 轴放置的矩形波导的几何结构如图 1.9 所示。假设波导中填充有介电常数为 ε 和磁导率为 μ 的材料。一般取波导的宽边沿 x 轴，即 $a > b$ 。

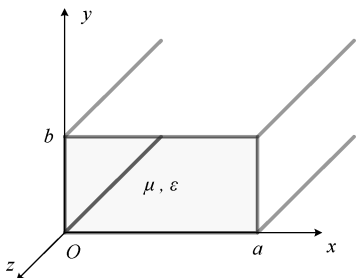


图 1.9 沿 z 轴放置的矩形波导的几何结构

(1) TE 模。

TE 模的特征是 $E_z=0$ ， H_z 满足简化后的波动方程，即式 (1.76)：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) h_z(x, y) = 0 \quad (1.79)$$

注意到 $h_z(x, y)e^{-j\beta z} = H_z(x, y, z)$ ；截止波数 $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ 。偏微分方程，即式 (1.79) 可用分离变量法求解，令

$$h_z(x, y) = X(x)Y(y) \quad (1.80)$$

代入式 (1.79)，得

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + k_c^2 = 0 \quad (1.81)$$

对式 (1.81) 采用分离变量法，这里定义分离变量常数 k_x 和 k_y ，使得

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + k_x^2 X = 0 \quad (1.82a)$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} + k_y^2 Y = 0 \quad (1.82b)$$

$$k_x^2 + k_y^2 = k_c^2 \quad (1.82c)$$

因此， X 和 Y 的通解可以分别写为

$$X = A \cos k_x x + B \sin k_x x$$

$$Y = C \cos k_y y + D \sin k_y y$$

此时有

$$h_z(x, y) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x)(C \cos k_y y + D \sin k_y y) \quad (1.83)$$

为了计算式 (1.83) 中的常数，将边界条件应用于波导壁上的电场切向分量，即

$$e_x(x, y) = 0, \text{ 在 } y = 0, b \text{ 处} \quad (1.84a)$$

$$e_y(x, y) = 0, \text{ 在 } x = 0, a \text{ 处} \quad (1.84b)$$

此时, 首先需要由 h_z 求解得到 e_x 和 e_y , 可以利用式 (1.75c) 和式 (1.75d), 可得

$$e_x = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} k_y (A \cos k_x x + B \sin k_x x) (-C \sin k_y y + D \cos k_y y) \quad (1.85a)$$

$$e_y = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} k_x (-A \sin k_x x + B \cos k_x x) (C \cos k_y y + D \sin k_y y) \quad (1.85b)$$

比较式 (1.84) 和式 (1.85), 可以得到 $B=D=0$, $k_x=m\pi/a$ ($m=0,1,2,\dots$), $k_y=n\pi/b$ ($n=0,1,2,\dots$)。 H_z 的最终解为

$$H_z(x, y, z) = A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (1.86)$$

其中, A_{mn} 是常数 A 和 C 组成的任意振幅常数。TE_{mn} 模的横向场分量可以由式 (1.75) 和式 (1.86) 求得

$$E_x = \frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (1.87a)$$

$$E_y = \frac{-j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (1.87b)$$

$$H_x = \frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (1.87c)$$

$$H_y = \frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (1.87d)$$

其中, 截止波数 k_c 为

$$k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (1.88)$$

此时截止波长为

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \quad (1.89)$$

又因为

$$k_c = 2\pi f_c \sqrt{\mu\epsilon} \quad (1.90)$$

所以每个模 (不同的 m 和 n 的组合) 的截止频率为

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (1.91)$$

截止频率最低的模称为基模 (主模), 其他模式称为高次模; 由于这里已经假定了 $a>b$, 所以 TE 模的基模为 TE₁₀ ($m=1, n=0$) 模, 其截止频率为

$$f_{c10} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (1.92)$$

矩形波导不存在 TE_{00} 模的原因是：若 $m=n=0$ ，那么电场和磁场的表达式就恒为 0。

传播常数为

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \quad (1.93)$$

在给定的工作频率 f 下，只有 $f > f_c$ 的模能够传播；而 $f < f_c$ 的模则不能传播，因为此时 β 是虚数，所有场分量都会随着传播距离的增加而呈指数衰减，这样的模称为截止模。

波导波长定义为沿波导的相邻等相位面之间的距离：

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}} > \frac{2\pi}{k} = \lambda \quad (1.94)$$

即波导波长大于相应无限介质中传播的平面波的波长 λ 。

相速为

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} > \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (1.95)$$

即相速大于相应无限介质中传播的平面波的传播速度。

TE 模的波阻抗为

$$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta} \quad (1.96)$$

其中， η 的定义为式 (1.62)，是波导填充材料的本征阻抗。当 β 为实数（传播模）时， Z_{TE} 为实数；当 β 为虚数（截止模）时， Z_{TE} 为虚数。

(2) TM 模。

TM 模的特征是 $H_z=0$ ， E_z 满足简化后的波动方程，即式 (1.78)：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) e_z(x, y) = 0 \quad (1.97)$$

注意到 $e_z(x, y) e^{-j\beta z} = E_z(x, y, z)$ ；截止波数 $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ 。偏微分方程，即式 (1.97) 可用分离变量法求解，其通解为

$$e_z(x, y) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x)(C \cos k_y y + D \sin k_y y) \quad (1.98)$$

其中

$$k_x^2 + k_y^2 = k_c^2$$

将边界条件应用于 e_z ，可得

$$e_z(x, y) = 0, \text{ 在 } x = 0, a \text{ 处} \quad (1.99a)$$

$$e_z(x, y) = 0, \text{ 在 } y = 0, b \text{ 处} \quad (1.99b)$$

比较式 (1.98) 和式 (1.99)，可以得到 $A=C=0$ ， $k_x=m\pi/a$ ($m=1, 2, \dots$)， $k_y=n\pi/b$ ($n=1, 2, \dots$)。于是 E_z 的最终解为

$$E_z(x, y, z) = B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (1.100)$$

其中, B_{mn} 是常数 A 和 C 组成的任意振幅常数。TM_{mn} 模的横向场分量可以由式 (1.77) 和式 (1.100) 求得

$$E_x = \frac{-j\beta m\pi}{k_c^2 a} B_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (1.101a)$$

$$E_y = \frac{-j\beta n\pi}{k_c^2 b} B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (1.101b)$$

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (1.101c)$$

$$H_y = \frac{-j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (1.101d)$$

TM 模的传播常数 β 、截止波长 λ_c 、波导波长 λ_g 和相速 v_p 与 TE 模的表达式相同。同样, 在给定的工作频率 f 下, 只有 $f > f_c$ 的模能够传播, 而 $f < f_c$ 的模则不能传播, 因此矩形波导相当于一个高通滤波器。矩形波导不存在 TM₀₀ 模、TM₀₁ 模和 TM₁₀ 模, 因为若 $m=0$ 或 $n=0$, 那么电场和磁场的表达式就恒为 0, 所以 TM 模的最低阶模是 TM₁₁ 模, 其截止频率为

$$f_{c11} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} \quad (1.102)$$

可以看出, 它大于 TE₁₀ 模的截止频率, 因此, 矩形波导的基模是 TE₁₀ 模。

TM 模的波阻抗为

$$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k} \quad (1.103)$$

(3) TE₁₀ 模。

在射频与微波工程实际中, 一般情况下, 总是使用基模进行功率的传输。对矩形波导来说, 就是 TE₁₀ 模, 因此, 这里讨论的重点是研究矩形波导的 TE₁₀ 模, 彻底掌握此模式对理解谐振腔、滤波器、波导缝隙阵天线等重要的射频与微波元器件有极大的学习价值。将 $m=1$ 和 $n=0$ 代入式 (1.86)、式 (1.87) 和式 (1.88), 得到截止波数和场分量为

$$k_c = \pi / a \quad (1.104)$$

$$H_z = A_{10} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (1.105a)$$

$$E_y = \frac{-j\omega\mu a}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (1.105b)$$

$$H_x = \frac{j\beta a}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (1.105c)$$

$$E_x = H_y = E_z = 0 \quad (1.105d)$$

截止波长为

$$\lambda_c = 2a \quad (1.106)$$

波导波长为

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}} \quad (1.107)$$

相速为

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{k/\sqrt{\mu\epsilon}}{\beta} = \frac{\lambda_g}{\lambda\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (1.108)$$

TE₁₀ 模的电场只有 E_y 分量，其幅度不随 y 轴变化，而沿 x 轴按照正弦规律变化，分布形式为半个驻波，如图 1.10 所示。在 $x=0$ 和 $x=a$ 处， E_y 为 0；在 $x=a/2$ 处， E_y 最大。可见，波导的两个侧壁（ $x=0$ 和 $x=a$ ）确实把电场给短路掉了，满足电场在理想金属表面切向分量为零的边界条件。

TE₁₀ 模的磁场有 H_x 和 H_z 两个分量，其幅度同样不随 y 轴变化，在平行于波导宽边的 xOz 平面内，磁力线是闭合曲线。矩形波导内的电磁场的电力线和磁力线表示如图 1.11 所示^[9,10]。

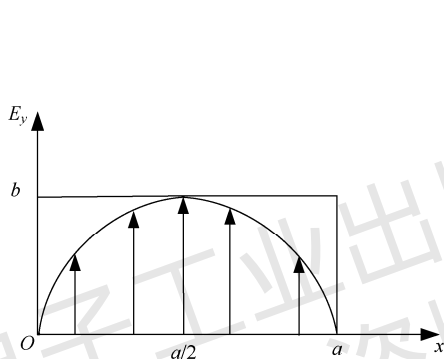


图 1.10 TE₁₀ 模的电场幅度沿 x 轴的变化规律

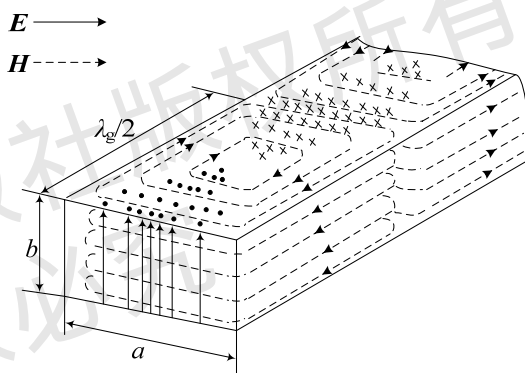


图 1.11 矩形波导内的电磁场的电力线和磁力线表示

波导 4 壁上的表面电流通过下式来计算：

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times \mathbf{H} \quad (1.109)$$

其中， $\mathbf{n}$ 为波导壁朝向内的单位法向量。此时， $x=0$ 和 $x=a$ 壁上的表面电流为

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z H_z|_{x=0} = -\mathbf{a}_y A_{10} e^{-j\beta z} \quad x=0 \quad (1.110a)$$

$$\mathbf{J}_s = -\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z H_z|_{x=a} = -\mathbf{a}_y A_{10} e^{-j\beta z} \quad x=a \quad (1.110b)$$

$y=0$ 和 $y=b$ 壁上的表面电流为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_s &= \mathbf{a}_y \times (\mathbf{a}_x H_x|_{y=0} + \mathbf{a}_z H_z|_{y=0}) \\ &= -\mathbf{a}_z \frac{j\beta a}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} + \mathbf{a}_x A_{10} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad y=0 \end{aligned} \quad (1.110c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_s &= -\mathbf{a}_y \times (\mathbf{a}_x H_x|_{y=b} + \mathbf{a}_z H_z|_{y=b}) \\ &= \mathbf{a}_z \frac{j\beta a}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} - \mathbf{a}_x A_{10} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad y=b \end{aligned} \quad (1.110d)$$

矩形波导的表面电流和磁场的分布如图 1.12 所示。可以看出，在某一个纵向坐标 z 处，波导左右两窄壁的表面电流方向是完全相同的，而上下两宽壁的表面电流方向是完全相反的。

在宽壁上，表面电流有中断现象，似乎电流是不连续的，但实际上，除波导壁上存在传导电流外，波导内还存在位移电流，由位移电流公式 $\mathbf{J}_d = j\omega\epsilon\mathbf{E}$ 可知，当电场强度最大时，位移电流达到最大，传导电流和位移电流共同组成了闭合的电流线。

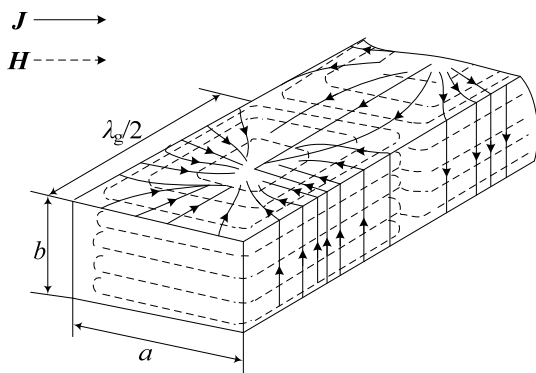


图 1.12 矩形波导的表面电流和磁场的分布

深入学习波导表面电流的分布能够认识到，利用波导结构可以实现天线的功能，如在波导的表面刻某种具有特定方向和长度、宽度、角度的槽。波导上刻的槽简单地可以分为辐射槽（A、B）和非辐射槽（C、D），如图 1.13 所示。

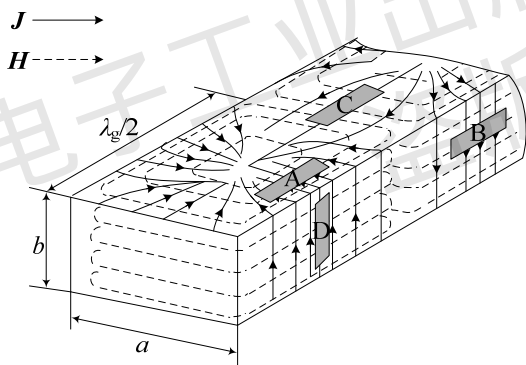


图 1.13 矩形波导上的槽

辐射槽切断了表面电流的分布，表面电流以位移电流的形式穿越槽流通，这意味着存在横跨槽的强电场，与平行于槽的磁场构成了指向波导壁向外的坡印廷矢量，即电磁波的辐射。波导缝隙阵天线就采用了类似的原理，通过在波导宽壁偏移中线的位置刻纵向槽或斜向槽实现辐射，也可以理解为位移电流在远场闭合形成辐射。而非辐射槽不切割壁电流，如刻在波导宽壁中间的纵向细槽对波导内的电场几乎没有影响，可以利用这个特性在这个位置把探针伸入波导测量电场，如基于此原理的波导测量线等。

（4）波导的激励。

以上讨论都隐含了波导内存在激励起来的导行波传播这一背景，但是如何激励起导行波呢？显然，在波导内激励起能传播的导波模式绝对不会像照明电路一样插上插头电灯就会亮。波导的激励大致可分为 3 种：探针电激励、圆环磁激励和小孔耦合。

激励的核心考虑要素就是要在波导内建立起和 TE_{10} 模相类似的场结构，或者建立相似的电场，或者建立相似的磁场，从而达到激励起导波模式的目的。探针电激励如图 1.14 所示，将同轴线的内导体沿与 TE_{10} 模电场最大方向平行的方向插入矩形波导中心位置形成探针激励。由于这种激励是通过建立类似 TE_{10} 模的电场来产生导波的，所以称为电激励。因为激励起来的 TE_{10} 模会朝两个方向传播，所以要在波导的一端加上短路活塞，以确保电磁能量沿指

定方向传播。通过调节探针与短路端的距离和探针插入的深度，可以使插入的探针和波导之间的阻抗达到匹配状态。

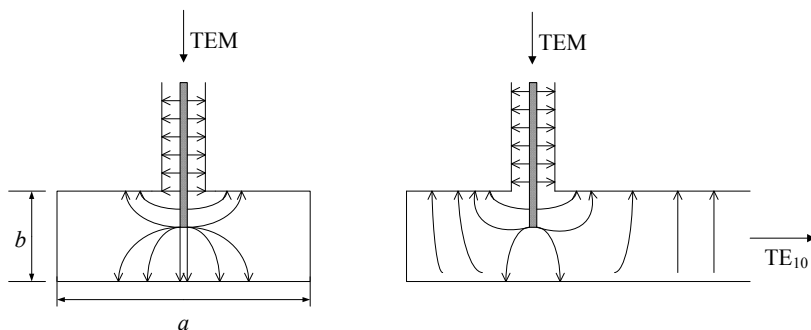


图 1.14 探针电激励

圆环磁激励是将同轴线的内导体弯成环形，从波导侧壁或终端插入波导内磁场最强处，使得环上电流产生的磁场平行于波导内 TE_{10} 的磁场。由于这种方式通过流经圆环的高频电流在波导内激励起和 TE_{10} 磁场分布相类似的磁力线，所以称为磁激励。

小孔耦合是指电磁能量通过公共壁上的小孔，从一个波导耦合到另一个波导。导体壁开口处的辐射类似于电偶极子或磁偶极子产生的辐射，如图 1.15 所示。图 1.15 (a) 显示了接近导电壁的法向电场（由边界条件可知，壁上的切向电场为 0），若在壁上开一个小孔，则电力线会穿过小孔并向周围散开，如图 1.15 (b) 所示。上述电力线类似于两个垂直于导体壁的极化电流 P_e 上散发的电力线，如图 1.15 (c) 所示。因此，由法向电场激励的小孔可用两个方向相反的垂直于导体壁的无限小极化电流 P_e 来等效。类似地，图 1.15 (d) 显示了接近导体壁的切向磁场。图 1.15 (e) 显示了小孔附近切向磁场的发散（由边界条件可知，壁上的法向磁场为 0），比较图 1.15 (e) 和 (f) 得出，小孔也可以用两个方向相反的极化磁流 P_m 来等效。小孔的存在同样会影响导体壁在输入一侧的场，这种影响是入射一侧的等效偶极子产生的，因而保证了穿越孔的切向场的连续性。

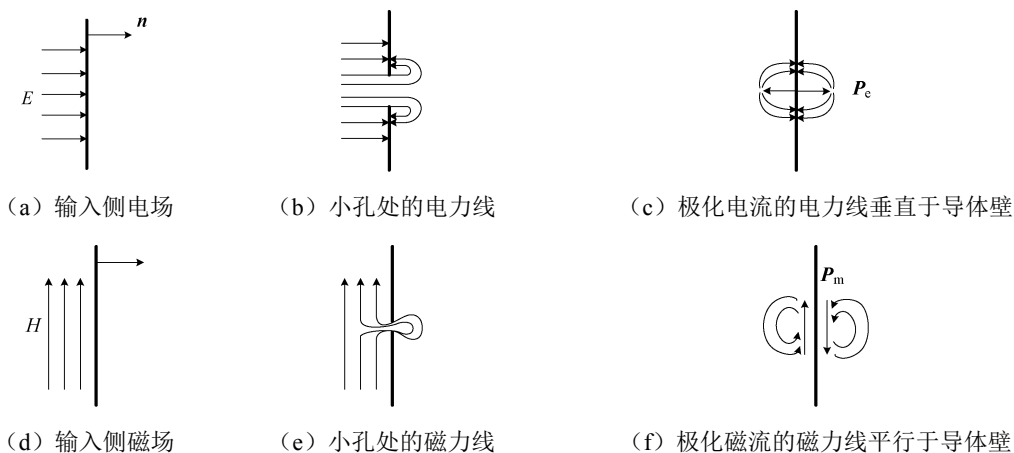


图 1.15 导体壁小孔处的等效极化电流和极化磁流

1.3.3 微带线

微带线的几何结构如图 1.16 (a) 所示, 宽度为 W 的导体印制在薄的、厚度为 d 、相对介电常数为 ϵ_r 的接地电介质基片上, 其场力线如图 1.16 (b) 所示。

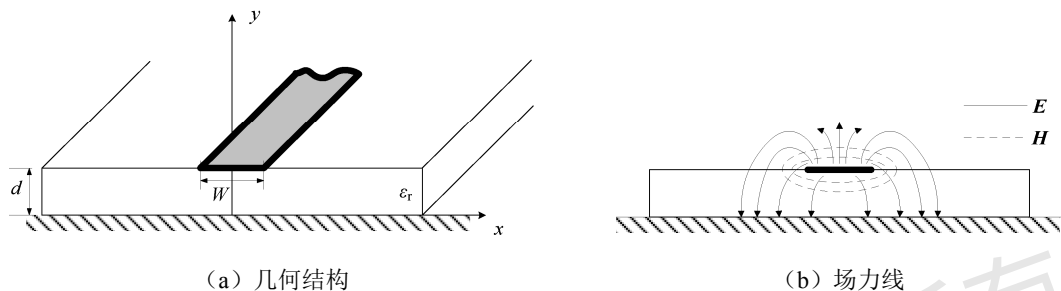


图 1.16 微带线

微带线是一种在工程中广为应用的平面传输线, 主要是因为它可以用平面印刷电路 (Printed Circuit Board, PCB) 工艺来加工, 而且易与射频和微波有源器件集成 (如肖特基二极管、晶体管、场效应管等), 因而可以大规模生产, 降低生产成本, 是一种特别适应现代生产工艺的射频与微波传输线。

微带线的结构可以这样想象得来: 对一段导行 TEM 波的同轴线, 沿轴向正中间切一半 (注意: 是沿着同轴线切, 而不是把同轴线横切两半), 剩下的结构是一个圆柱的一半 (同轴线的原内导体) 和金属圆周的一半 (同轴线的原外导体); 将此结构展平, 一半圆柱就成了一块扁平的长方体, 一半金属圆周就成了地平面, 整体结构和微带线高度类似, 因此, 可以大致判断微带线导行电磁波的场分布, 即和图 1.16 (b) 类似。

由于微带线导带上方是空气, 而导带下方有介质基片, 使得它与带状线不同 (带状线的所有场都包含在均匀的电介质媒质内)。注意到电介质媒质内 TEM 场的相速是 $c/\sqrt{\epsilon_r}$, 而空气媒质内 TEM 场的相速是 c , 因此, 在电介质-空气不同媒质分界面上, 不能实现 TEM 波的相位匹配, 即微带线不能支持纯的 TEM 波。

微带线的严格场解是由混合的 TM-TE 波组成的, 在微带线刚发明出来的时候, 是被发明在厚介质材料上的, 因此用处不大。但是随后, 人们发现设计在薄介质材料上的微带线更有用^[1], 因而在大多数应用中, 电介质基片是很薄的基片材料 ($d \ll \lambda$), 因此它的场是准 TEM 模。下面给出微带线的有效介电常数和特性阻抗的设计公式, 这些结果是对严格的准静态解曲线的近似拟合^[3]。

微带线的有效介电常数可以等效为一个均匀媒质的介电常数:

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12d/W}} \quad (1.111)$$

这个等效的均匀媒质取代了原微带线的空气和电介质媒质材料, 如图 1.17 所示。

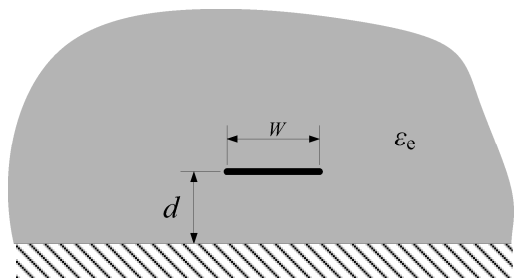


图 1.17 准 TEM 微带线的等效几何结构（原电介质基片被介电常数为 ϵ_c 的均匀媒质取代）

此时，相速和传播常数可以写为

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_c}} \quad (1.112)$$

$$\beta = k_0 \sqrt{\epsilon_c} \quad (1.113)$$

如果给定微带线的结构尺寸，计算其特性阻抗，则称为电路的分析问题：

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_c}} \ln \left(\frac{8d}{W} + \frac{W}{4d} \right) & W/d \leq 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_c} [W/d + 1.393 + 0.667 \ln(W/d + 1.444)]} & W/d \geq 1 \end{cases} \quad (1.114)$$

如果给定微带线的特性阻抗 Z_0 和介电常数 ϵ_r ，计算微带线的结构尺寸 W/d ，则是电路的综合问题：

$$\frac{W}{d} = \begin{cases} \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} & W/d < 2 \\ \frac{2}{\pi} \left[B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left(\ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right) \right] & W/d > 2 \end{cases} \quad (1.115)$$

其中

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right)$$

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0 \sqrt{\epsilon_r}}$$

源于介质损耗的衰减常数为

$$\alpha_d = \frac{k_0 \epsilon_r (\epsilon_c - 1) \tan \delta}{2\sqrt{\epsilon_c} (\epsilon_r - 1)} \quad (\text{Np/m}) \quad (1.116)$$

其中， $\tan \delta$ 是介质的损耗角正切。

源于导体损耗的衰减常数为

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 W} \quad (\text{Np/m}) \quad (1.117)$$

其中, $R_s = \sqrt{\omega\mu_0/2\sigma}$, 是导体的表面电阻。对于大多数微带基片, 导体损耗比介质损耗更重要。

例 1.3 现要求微带线在 2.5GHz 有 50Ω 的特性阻抗和 90° 的相移, 基片厚度为 $d=0.127\text{cm}$, $\epsilon_r=2.2$ 。计算微带线的长度和宽度。

解: 对于已知特性阻抗, 求 W/d , 我们一开始猜测 $W/d>2$, 由式 (1.115) 可得, $W/d\approx 3.081>2$, 因此猜测是正确的 (否则按照 $W/d<2$ 的公式来计算), 即 $W\approx 3.081d\approx 0.391\text{cm}$ 。

由式 (1.111) 可得, 有效介电常数 $\epsilon_e\approx 1.87$, 因此, 对于 90° 相移, 有

$$\phi = 90^\circ = \beta l = \sqrt{\epsilon_e} k_0 l$$

$$k_0 = \frac{2\pi f}{c} \approx 52.35\text{m}^{-1}$$

$$l = \frac{\pi/2}{k_0\sqrt{\epsilon_e}} \approx 2.19\text{cm}$$

在实际设计中, 微带线的分析与综合已经广泛集成在各种类型的电子设计自动化辅助软件中, 可以高效快速地进行计算。图 1.18 给出了采用 LineCalc 传输线计算器软件设计微带线的物理尺寸的界面, 软件计算结果与上述例题中的公式计算结果基本一致 (图中右侧显示的 K_{Eff} 即有效介电常数)。

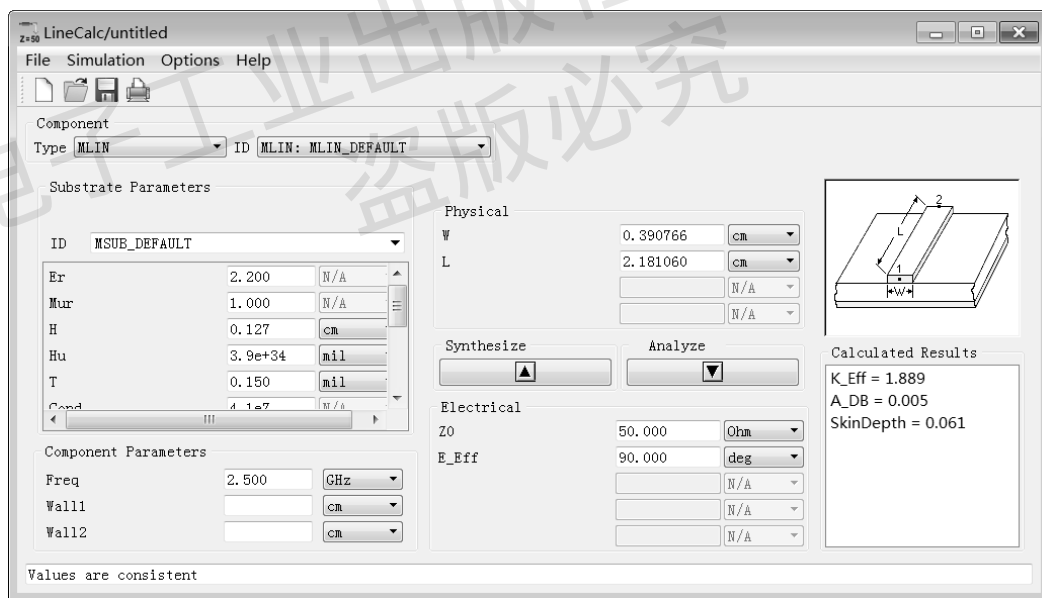


图 1.18 采用 LineCalc 传输线计算器软件设计微带线的物理尺寸

微带电路在弯曲段、宽度变化处和接头处的不连续性会导致电路性能恶化, 因为这种不连续性会引入寄生电抗, 从而引起相位和振幅误差、输入/输出失配和寄生耦合等。改善的方法有两种: 一种是建立等效电路, 并将各种寄生效应考虑到电路设计中, 通过调节其他电路参数来进行补偿; 另一种方法有点“简单粗暴”, 但是在工程中非常有用, 即通过削角或斜拼接来降低不连续性, 如图 1.19 所示。

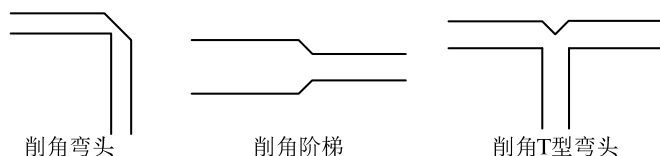


图 1.19 不连续性的补偿

然而，当电路的工作频率上升到毫米波波段后，微带线的总传输损耗变得非常大，损耗通常包括导体欧姆损耗、介质损耗和辐射损耗，这时我们可能会使用其他更适合在高频频段使用的平面传输线，如稍后讨论的基片集成波导技术等。读者应该逐渐认识到，在实际设计射频与微波电路时，需要综合考虑电路的性能、物理尺寸和传输功率的大小等，以此来选择合适的传输线技术。

1.3.4 射频电路的制作

现今许多射频电路都是在传统的印刷电路板上制作的，但是通常使用的介质基片材料（如环氧树脂玻璃 FR4）具有很大的损耗角正切，不适合用于 2GHz 以上的频率。而微波集成电路（Microwave Integrated Circuit, MIC）由于采用了损耗角正切极小的陶瓷，如氧化铝和聚四氟乙烯等，所以能够工作在 20GHz 以上的频率。微波集成电路制作工艺的研究热点之一是陶瓷共烧结技术，如低温共烧结（Low-Temperature Cofired Ceramics, LTCC）技术和高温共烧结（High-Temperature Cofired Ceramics, HTCC）技术，即通过在未烧的陶瓷原料带上打过孔或用丝网印刷方法制作无源元器件（R、L、C）。将多个陶瓷原料带对齐并一层一层地叠起来，在 900℃（LTCC）或 1500℃（HTCC）温度下烧结。这种方法可制作出超过 20 层的三维电路结构^[5]。

更高的集成度可以用微波单片集成电路（Microwave Monolithic Integrated Circuit, MMIC）工艺实现，电路器件的放置和相互连接都是在半导体材料基片上进行的。半导体材料基片制作的主要步骤如下：将一定长度的半导体材料磨成直径为 200mm 或 300mm 的圆棒并切割成数微米厚的薄片，即基片；这种基片将会根据一套掩模中的图形腐蚀出电路结构，在电路上面的数层金属形成电路元器件之间互连的通道；基片经过加工处理后，被切割成一个个裸芯，裸芯经过导线压焊、封装，组装成芯片。由于微电子加工流程复杂且昂贵，所以此工艺适用于大批量的电路加工。

光刻工艺是加工制造集成电路图形结构及微结构的关键工艺之一，因为制造复杂电路所需原始模型是使用光刻技术在圆片上形成的。光刻工艺的主要步骤为基片清洗、脱水烘干、甩胶、前烘、曝光、显影、坚膜、腐蚀和去胶。光学光刻是指将掩模上的集成电路元器件的结构图形投射到涂有光刻胶的硅片上，通过光的照射，光刻胶的成分发生化学反应，从而生成电路图。光刻和刻蚀技术水平决定了单个器件的尺寸和封装密度，器件尺寸越小，芯片集成度就越高，且光刻模型的尺寸与所用光源的波长要相当（限制成品所能获得的最小尺寸与光刻系统的分辨率直接相关，而减小照射光源的波长是提高分辨率的最有效途径），在这种情况下，就不能用简单的几何辐射光学来处理光传播了，这是细微光刻工艺面临的巨大挑战。

1.4 基片集成波导

简单小结一下通过前述内容已经掌握的关于射频与微波传输线知识的几个要点。

(1) 传输线是射频与微波工程的基石，任何一个具体的射频与微波元器件最终都必须由一种或几种导波结构来实现，因而每发明一种导波结构，就会引起射频与微波元器件的革新浪潮。

(2) 金属波导结构是一种电气性能颇佳的导波结构，也是一种典型的非平面导波结构，具有的优点包括品质因素高、损耗小、结构全封闭、不易与相邻的结构发生串扰。它的缺点也很显著：造价昂贵（需要对金属进行精密加工），且随着频率的升高，造价也随之升高（频率升高要求波导内壁光滑度更高，以减小损耗），不易于和有源器件（如二极管、晶体管等）集成，整体电路结构体积偏大等。

(3) 微带线作为平面电路的典型代表，具有的优点包括：加工容易、可大规模生产（因为加工微带电路仅需传统的 PCB 工艺），由于它是一种“可印制”的电路，所以易于和有源器件（如二极管、场效应管等）集成，且整体电路体积较小、结构紧凑。它的缺点包括：由于结构半开放，因而品质因素低，易与相邻的其他电路发生相互干扰，损耗大等。

那有没有一种导波结构既具有非平面波导结构的优势，又具有平面微带结构的优势呢？而且能消除两者各自的缺点，如果不能全部消除，那么至少部分消除。2001 年，加拿大皇家科学院和加拿大工程院两院院士、华裔科学家吴柯教授系统性地提出了一个完整的平面/非平面射频与微波电路混合集成解决方案。在这个方案中，系统性地对平面电路的载体——介质基片进行综合预处理，如打金属过孔/空气过孔、刻金属化槽等，从而能够构成一类新的导波结构——基片集成电路。

下面以其中一种基片集成波导为例来看看这种新型导波结构是如何实现的。已知用来导行电磁波的传统金属波导有上、下、左、右 4 个金属壁，而要构成金属波导结构，也需要 4 个金属壁，这和设计平面微带电路的介质基片 PCB 有什么联系呢？制作平面微带电路的 PCB 板材，实际上已有 2 个金属壁了，即上表面和下表面，如果能再人为地造出 2 个侧壁，就可以模仿 4 个金属壁的波导了，可是，能造出来吗？

我们已经知道，PCB 工艺中有一项功能是在介质基片板材上打孔并金属化，即打金属过孔工艺。如果在介质基片上打了不止一个孔，而是打了一排孔，那么当这些孔不太粗且相互间隔比较密集时，不就可以形成一道金属的“栅栏”，让电磁波无法通过，从而成为一个金属壁吗？更进一步，如果在介质基片上打了两排这样的金属过孔，那么当两排孔之间的行间距满足一定的设计条件时，这两排金属过孔、连同介质基片上表面和下表面的金属壁，就构成了金属波导的 4 壁，只不过现在的金属波导是填充了介质材料的金属波导，不再是传统的空气填充。这就是金属波导平面化的过程，也是基片集成波导的设计思路，如图 1.20 所示。

事实上，有兴趣的读者可以追踪到采用这个想法设计类似于波导结构的传输线，最早可以追溯到一个 1994 年的日本专利，这个想法被称为 Post-Wall 波导，即柱状壁波导^[7]。但一项发明归功于谁，往往不取决于谁最早发明或发现了什么，而取决于谁能把这项发明/发现真正落实到科技发展中，成为不但有用，而且能用、好用的一项技术^[7]。这和电话的发明有点类似。

事实上,在贝尔去专利局提交电话专利申请的当天,意大利人马尤奇也同样提交了一份类似的申请,不同的是,在随后几年时间里,马尤奇没有对这个想法继续深入探索和使用;而贝尔则专注于此,甚至成立了一家公司来把这个想法商业化,最终成为人们实际可以使用的一种装置,这些后续的举动让发明电话的桂冠最终落在贝尔头上。

类似地,在基片集成波导这个方向,吴柯教授课题组和东南大学洪伟教授课题组持续 20 年不懈地研究和拓展,全面、深入、系统地研究了采用基片集成波导研究设计新型射频与微波电路的方方面面,从导波机理到新型元器件设计,最终到系统级设计^[12],引领了全世界范围内对这项工作的热切关注和追踪。事实上,据 IEEE Xplore 统计,关于基片集成波导的研究论文自其第一篇论文(2001 年)公开发表到 2020 年,已经连续 19 年保持增长态势。基片集成波导技术也由原先设计用于弥合平面/非平面电路之间鸿沟的起初,发展成为全新的三维集成电路,如图 1.21 所示的三维集成天线阵^[13],在电路设计上拓展到了全新的思考维度。而关于基片集成电路这个更为宏大的电路创新,还有很多研究工作等待继续推进。

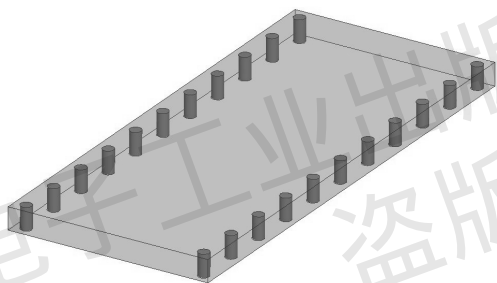


图 1.20 基片集成波导示意图

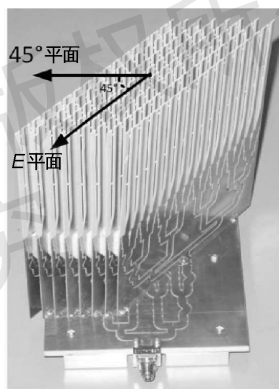


图 1.21 三维集成天线阵



参考文献

- [1] LEE T H. 平面微波工程: 理论、测量与电路[M]. 余志平, 孙玲玲, 王皇, 译. 北京: 清华大学出版社, 2014.
- [2] 赵克玉, 许福永. 微波原理与技术[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [3] POZAR D M. 微波工程[M]. 4 版. 谭云华, 周乐柱, 吴德明, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2019.
- [4] CHENG D K. Field and Wave Electromagnetics[M]. 2nd ed. Addison Wesley, 2008.
- [5] LUDWIG R, BOGDANOV G. 射频电路设计——理论与应用[M]. 2 版. 王子宇, 王心悦, 译. 北京: 电子工业出版社, 2014.
- [6] PACKARD K S. The Origin of Waveguides: A Case of Multiple Rediscovery[J]. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique, 1984, 32 (9): 961-969.

- [7] LI Z L. Why invented twice, IEEE Microwave Magazine[J]. IEEE Microwave Magazine, 2019, 20 (8): 84-86.
- [8] COLLIN R E. Foundations for Microwave Engineering[M]. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [9] 顾继慧. 微波技术[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2014.
- [10] RAMO S, WHINNERY J R, VAN DUZER T. Fields and Waves in Communication Electronics[M]. New York: John Wiley & Sons, 1994.
- [11] BARRETT R M. Microwave Printed Circuits-An Historical Perspective[J]. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique, 1984, 32 (9): 983-990.
- [12] LI Z L, WU K. 24 GHz Frequency-Modulation Continuous-Wave Radar Front-End System-on-Substrate[J]. IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, 2008, 56 (2): 278-285.
- [13] YOUZKATLI EL KHATIB B, DJERAFI T, WU K. Three-Dimensional Architecture of Substrate Integrated Waveguide Feeder for Fermi Tapered Slot Antenna Array Applications[J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 2012, 60 (10): 4610-4618.



习题

1. 请用较为严格的数学推导证明麦克斯韦方程与基尔霍夫电压定律/电流定律之间的联系。(参见 Balanis 的 *Advanced Engineering Electromagnetics*)
2. 脉冲发生器产生一锯齿脉冲 $P(t)=10t/T$ ($0 \leq t \leq T$), 其中 $T=10^{-8}$ s。脉冲发生器内阻 $R_g=200\Omega$, 连接到长为 l (单位为 m)、阻抗 $Z_c=50\Omega$ 的传输线上, 其终端接一负载电阻 R_L (波的传播速度为 3×10^8 m/s)。问: ①当传输线长 $l=3$ m 且负载电阻 $R_L=200\Omega$ 时, 求出负载电压与时间的函数并画出其关系图; ②当负载电阻 $R_L=12.5\Omega$ 时, 重复①问; ③当传输线 $l=12$ m 且负载电阻 $R_L=200\Omega$ 时, 求出负载电压的解析表达式; ④绘制③中传输线上电压的距离-时间图。
3. 一传输线参数如下: $Z_0=600\angle-6^\circ\Omega$, $\alpha=2.0 \times 10^{-5}$ dB/m, $v_p=2.97 \times 10^8$ m/s, $f=1.0$ kHz。波沿传输线 z 方向传播, 在 $z=0$ 处, 电流最大值为 0.3 mA, 且在 $t=0$ 时电流达到最大正值, 写出矢量 $V(z)$ 和 $I(z)$ 及其相应的瞬时值。
4. 一传输线长为 30 km, 终端接阻抗为 $(100+j200)\Omega$ 的负载, 输入端接电压为 $v(t)=15\cos(8000\pi t)$ V、内阻为 75Ω 的正弦波信号源, 传输线的特性阻抗为 75Ω , 信号相速为 2.5×10^8 m/s。求出输入端和负载端的总电压。
5. 一传输线长 2.5 m, 若其一端短路, 则另一端的阻抗为 $(j5)\Omega$; 当其一端变为开路时, 另一端的阻抗变为 $(-j500)\Omega$ 。已知正弦波信号源的频率为 1.9 MHz, 传输线长度小于 $1/4$ 个波长。求出传输线的特性阻抗和信号的相速。
6. 一特性阻抗为 75Ω 的无耗传输线连接在阻抗为 $(37.5-j15)\Omega$ 的负载和内阻为 75Ω 的信号源之间。求出: ①距离负载 0.15λ 处的电压反射系数; ②传输线上的驻波比 VSWR; ③距离

负载 1.3λ 处的输入阻抗。

7. 一无耗传输线的特性阻抗为 75Ω ，终端接一阻抗为 $(150+j150)\Omega$ 的负载。分别求出 $Z_{in} = (75-j120)\Omega$, $(75-j75)\Omega$, 17.6Ω 时的传输线的最短长度。

8. 矩形波导的宽为 a 、高度为 b ，内部均匀填充介电常数为 ε 的媒质，证明其截止频率 $f_c = c/2a\varepsilon_r^{1/2}$ （其中， c 是光在真空中的速度， ε_r 是相对介电常数）。并证明媒质填充的波导中的波导波长比空气填充的波导中的波导波长小。

9. 传输线的特性阻抗 $Z_0=50\Omega$ ，连接一 100Ω 的负载：①计算电压反射系数 Γ_L 和驻波比 VSWR；②求被反射的入射功率百分比和回波损耗；③画出 $|V(x)|$ 与 x 的关系图；④求出 $x=-0.5\lambda_g$ 和 $x=-0.25\lambda_g$ 处的输入阻抗。

10. 天线的驻波比为 1.5，连接一特性阻抗为 50Ω 的传输线，如果输入功率是 10W，则反射功率（W）是多少？

11. 一同轴线内均匀填充相对介电常数 $\varepsilon_r=4$ 、相对磁导率 $\mu_r=1$ 的媒质，其内导体半径为 2mm、外导体半径为 10.6mm，同轴线连接一电阻为 25Ω 的负载。计算：①同轴线的特性阻抗；②传输到负载的入射功率百分比；③当频率为 3GHz 时，距离负载 6.25cm 处的输入阻抗。