

测量和测量系统基础

给我一个支点，我将撬起整个地球。

——阿基米德

本章首先给出了测量的定义，并对测量方法进行了分类；在此基础上，介绍现代电气测量系统的基本构成，重点阐述测量系统的静态特性及一阶、二阶测量系统的动态特性。

1.1 测量及测量方法

测量是人们认识客观事物，并用数量概念描述客观事物，进而达到逐步掌握事物的本质和揭示自然界规律的一种手段。牛津词典对于“测量”术语的解释为：“通过使用一个经过标准单位标定的仪器或设备，或者通过与一个已知规模大小的物体相比较来确定测量对象的大小、数量或程度”（“Ascertain the size, amount or degree of (something) by using an instrument or device marked in standard units or by comparing it with an object of known size”, from the Latin mensurate to measure）。

上面关于测量的定义中隐含了测量必备的三要素：测量对象、测量仪器和测量方法。

（1）测量对象。

测量对象是设计、实施测量的前提。

（2）测量仪器。

测量仪器必须具备提供参考基准和量化测量结果的基本功能。

由于在数字化电气测量系统中几乎无一例外地会用到模数转换器（ADC），所以这类测量仪器的参考基准就是 ADC 的参考电压，产生这个参考电压的器件被称为参考电压源。参考电压源能提供稳定的电压输出，但输出电流能力很弱，一般只有毫安级，所以，参考电压源不能驱动负载，通常只用于向高输入阻抗的比较器、集成运算放大器、ADC 的参考电压输入端提供一个用于比较的稳定电压信号。注意，参考电压源输出电压并非理想的恒定值，同时还会随温度变化而产生温漂。即便测量系统其他环节没有误差，参考电压的波动和温漂也会使测量结果产生误差。所以说，**测量仪器所提供的参考基准的准确度直接决定了测量结果准确度的上限。**

由于测量误差不可避免，所以测量结果一定包含测量不确定度。完整的测量结果的表达形式如下：

测量结果=被测量的估计值±测量不确定度（单位）（ $P=XX$ ）

由于测量不确定度与置信概率 P 有关，所以测量结果要注明置信概率 P ，一般 P 取 95% 或 99%。

测量结果一定要有明确的单位，而且应优先使用国际标准单位制 SI 中的单位。例如，电压使用单位 mV、V 或 kV，电流使用 mA、A 或 kA。

国际标准单位制 SI 中规定了七种基本单位，它们分别如下。

- ① 时间单位：秒，符号 s；
- ② 长度单位：米，符号 m；
- ③ 质量单位：千克，符号 kg；
- ④ 温度单位：开尔文，符号 K；
- ⑤ 电流单位：安培，符号 A；
- ⑥ 物质的量单位：摩尔，符号 mol；
- ⑦ 发光强度单位：坎德拉，符号 cd。

以上七种基本单位物理量纲相互独立。2018 年 11 月 16 日在法国凡尔赛召开的第 26 届国际计量大会通过了修订国际标准单位制（SI）的决议，新修订的 SI 七种基本单位全部以基本物理常数来定义，详见表 1-1。修订后的基本单位的定义可大大提高稳定性和精确度。

例如，在第 26 届国际计量大会前的 130 年，“1 千克”这一质量单位由一个直径和高度均约为 39 毫米的铂铱合金圆柱体定义，即“国际千克原器”，俗称“大 K”。“大 K”原器保存在巴黎西郊一间地下储藏室内，其质量受空气污染和氧化等因素影响出现细微变化，已难以适应现代精密测量要求。新修订的千克单位改用普朗克常数 h 来定义，不仅降低了物理原器的维护成本，其精确度和稳定性也得到极大的提高。

表 1-1 国际单位制（SI）七种基本单位的定义

单 位	定 义	定义转换式
秒	当铯频率 $\Delta\nu(\text{Cs})$ ，也就是铯-133 原子不受干扰的基态超精细跃迁频率以单位 Hz 即 s^{-1} 表示时，将其固定数值取为 9192631770 来定义秒	$1\text{s} = 9192631770/\Delta\nu(\text{Cs})$
米	当真空中光速 c 以单位 m/s 表示时，将其固定数值取为 299792458 来定义米，其中秒用 $\Delta\nu(\text{Cs})$ 定义	1 米是 1/299792458 秒的时间间隔内光在真空中的行程长度
千克	当普朗克常数 h 以单位 J·s 即 $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ 表示时，将其固定数值取为 $6.62607015\times 10^{-34}$ 来定义千克，其中米和秒用 c 和 $\Delta\nu(\text{Cs})$ 定义	$1\text{kg} = (h/6.62607015\times 10^{-34})\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ $= 1.475\,521\cdots\times 10^{40}h\Delta\nu(\text{Cs})/c$
安培	电流单位 A。当基本电荷 e 以单位 C 即 A·s 表示时，将其固定数值取为 $1.602176634\times 10^{-19}$ 来定义安培，其中秒用 $\Delta\nu(\text{Cs})$ 定义	
开尔文	当玻耳兹曼常数 k 以单位 J·K ⁻¹ 即 $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ 表示时，将其固定数值取为 1.380649×10^{-23} 来定义开尔文，其中千克、米和秒用 h 、 c 和 $\Delta\nu(\text{Cs})$ 定义	$1\text{K} = (1380649\times 10^{-23}/k)\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$ $= 2.266665\cdots\Delta\nu(\text{Cs})\,h/k$
摩尔	1 摩尔精确包含 6.02214076×10^{23} 个基本单元。该数称为阿伏加德罗数，为以单位 mol^{-1} 表示的阿伏加德罗常数 N_A 的固定数值	$1\text{mol} = 6.02214076\times 10^{23}/N_A$
坎德拉	当频率为 540×10^{12} Hz 的单色辐射的光视效能 K_{cd} 以单位 $\text{lm}\cdot\text{W}^{-1}$ 即 $\text{cd}\cdot\text{sr}\cdot\text{W}^{-1}$ 或 $\text{cd}\cdot\text{sr}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^3$ 表示时，将其固定数值取为 683 来定义坎德拉，其中千克、米、秒分别用 h 、 c 和 $\Delta\nu(\text{Cs})$ 定义	$1\text{cd} = (K_{\text{cd}}/683)\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{sr}^{-1}$ $= 2.614830\cdots\times 10^{10}\Delta\nu(\text{Cs})^2hK_{\text{cd}}$

显然，仅靠上述七种基本单位无法满足实际需求，国际标准单位制 SI 在七种基本单位

的基础上定义了 19 个导出单位, 如伏特、瓦特、焦耳、赫兹等。在基本单位和导出单位的基础上, 还可以通过单位的组合得到更多单位。

【阅读】我国科学家对万有引力常数 G 的杰出贡献

1687 年, 牛顿在其著作《自然哲学的数学原理》中系统地介绍了万有引力定律。但当年牛顿不知道万有引力常数 G 值到底是多少。没有准确的 G 值, 万有引力定律不算完美, 一些与之相关的天体物理学、地球物理学、计量学等研究问题很难解决。

为了让这个数值更精确, 几百年来, 实验物理学家为此付出了极大努力, 但 G 值测量精度的提高却异常缓慢。究其原因, 一是万有引力非常微弱; 二是任何有质量的物体都对其他物体有引力作用, 并且无法屏蔽, 换句话说, 甚至实验室外偶然路过的一只飞鸟, 都可能在实验数据里留下“痕迹”。

2018 年 8 月 30 日, 《自然》杂志刊发了我国科学家罗俊院士及其团队测量万有引力常数 G 的最新结果。该团队采用两种不同的测量方法, 使 G 值的精度达到国际最高水平, 相对不确定度优于 12ppm, 实现了对国际顶尖水平的赶超。这一结果为确定高精度万有引力常数推荐值作出了实质性贡献, 极大地提升了我国在基础物理学领域的话语权, 也为我国开展空间引力波探测计划提供了更好的基础支撑。

(3) 测量方法是由被测量的参数类型、量值的大小、所要求的测量准确度、测量速度的快慢、进行测量所需要的条件及其他一系列因素决定的。

根据测量方法的不同属性来分类, 可以有不同的测量方法。例如, 根据被测量在测量期间是否随时间的变化而变化, 可分为静态测量和动态测量; 根据测量条件是否发生变化, 可分为等精度重复测量和非等精度重复测量; 根据测量器具的敏感元件是否与被测物体接触, 可分为接触测量和非接触测量; 根据测量对象是否处于工作状态, 可以分为在线测量和离线测量; 等等。下面主要介绍直接测量法、间接测量法, 以及在这两种测量方法基础上形成的组合测量法, 因为采用间接测量法所得到的测量不确定度需要经过误差合成计算或不确定度合成计算得到, 而采用直接测量法则不需要经过误差合成计算或不确定度合成计算。

1.1.1 直接测量法

用预先按标准量标定好的仪器对被测量进行测量, 或者用标准量直接与被测量进行比较, 从而从仪器的指示结构的读数直接获得被测量之值的测量方法, 叫作直接测量法。采用直接测量法, 可以使用量具进行测量, 也可以用预先按已知标准量标定好的直读式测量仪器或比较式仪器对被测量进行测量。例如, 用电流表测量电流, 用电桥测量电阻, 等等。这种方式的特点是测出的数据就是被测量本身的值, 测量过程简单快捷, 应用非常广泛。

直接测量法又可细分为直接比较测量法、替代测量法、微差测量法、零位测量法和符合测量法等。

(1) 直接比较测量法: 将被测量直接与已知其值的同类量相比较的测量方法。例如, 用刻度尺测量长度等。

(2) 替代测量法: 将选定的且已知其值的量替代被测量, 使得在指示装置上有相同的效果, 从而确定被测量的值。

(3) 微差测量法: 将被测量与它的量值只有微小差别的同类已知量相比较, 并测出这两

个量值间的差值,从而确定被测量的值。

(4) 零位测量法:通过调整一个或几个与被测量有已知平衡关系的量,用平衡的方法确定出被测量的值。零位测量法最典型的例子就是用电桥测量电阻。

(5) 符合测量法:通过对某些标记或信号的观察来测定被测量与用于比较的同类已知量值间微小差值的一种微差测量法。例如,用游标卡尺测量物体的尺寸等。实现符合测量法的原理有游标原理、拍频原理、干涉原理和闪频原理等。

1.1.2 间接测量法

间接测量法是通过与对被测量有函数关系的其他量的测量,并通过计算得到被测量值的测量方法。例如,用伏安法测电阻,通过测量电阻器两端的电压和通过电阻器的电流,根据欧姆定理,可以计算出被测电阻器的电阻值。

间接测量法需要测量的量较多,测量过程复杂,手续繁多,花费时间相对较长,引起误差的因素也较多;但如果对测量误差进行分析,并选择和确定具体的优化测量方法,以及在比较理想的条件下进行测量,测量结果的准确度不一定低,有的甚至有较高的准确度。所以,在一般情况下尽量采用直接测量法,只有在下列情况下才选择间接测量法:

- (1) 被测量不便于直接读出。
- (2) 直接测量条件不具备,如直接测量被测量的仪器不够准确或没有直接测量的仪器。
- (3) 间接测量的结果比直接测量更准确。

1.1.3 组合测量法

在测量过程中,当测量两个或两个以上相关的未知数时,需要改变测量条件进行多次测量,根据直接测量和间接测量的结果,解联立方程组求出被测量,称为组合测量。例如,测量电阻器 R 的温度系数 α 和 β ,根据电阻器在温度 t 时的电阻值与温度系数的关系式,可先测出不同温度下该电阻器的电阻值 R_{t1} 和 R_{t2} ,再通过求解下述联立方程组求 α 和 β 。

$$R_{t1} = R_{20}[1 + \alpha(t_1 - 20) + \beta(t_1 - 20)^2]$$

$$R_{t2} = R_{20}[1 + \alpha(t_2 - 20) + \beta(t_2 - 20)^2]$$

组合测量法实质上仍然是一种间接测量法。组合测量法有两个明显的优点:在准确度要求相同的情况下,组合测量需要进行的测量次数较少;系统误差出现的规律变为随机性质,因而可使测量结果的准确度有所提高。组合测量的手续繁多,花费时间较长,但容易达到较高的测量精度,通常在实验室中使用。

测量方法的选择与仪器的选择同等重要,即使在同一种类的测量方法中,仍有很多具体的测量方法。因此,在实际测量时,要根据具体情况选择合适的测量方法。

1.2 现代数字化测量系统的基本构成

现代数字化测量系统可以分解成如图 1-1 所示的传感器单元、信号调理单元、模数转换器、计算机、显示单元等，同时现代数字化测量系统也常常与控制保护系统一起构成测量控制系统。数字化测量控制系统的计算机需要输出控制信号给驱动单元和执行机构，如继电保护系统就是典型的测控保护系统，它基于对电网状态的测量和判断来控制各类继电器和断路器。

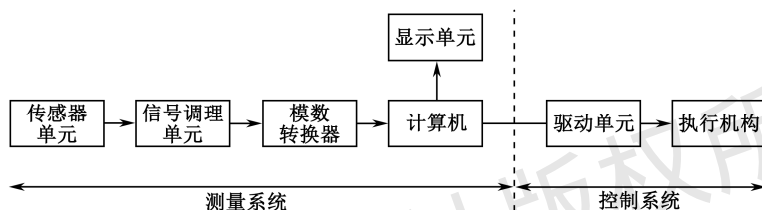


图 1-1 数字化测量控制系统的基本构成

传感器单元（Sensor）产生可以连续表示被测对象的信号，并将信号转换成模拟信号。信号调理单元（Conditioner）对传感器单元输出的电信号进行调节，使之适合模数转换器的输入电压范围，并由模拟信号转换成数字信号。计算机读取模数转换器（A/D 转换器或 ADC）的二进制转换结果并进行运算分析，最后得出测量结果，并在各类显示器上显示测量结果。

现代电气测量系统是现代数字化测量系统在电气工程领域的应用实例，它主要测量电力系统中各种设备的状态信息。现代电气测量系统的基本结构从硬件平台结构来看可分为以下两种基本类型。

（1）以 MCU、DSP 为核心的嵌入式系统。其特点是易制作成小型、专用化的测量系统，其结构框图如图 1-2（a）所示。

在图 1-2（a）中，输入通道中待测量信号经过传感器及调理电路，输入 A/D 转换器。由 A/D 转换器将模拟信号转换为数字信号，再送入 CPU 系统进行分析处理。此外，输入通道通常还会包含电平信号和开关量，它们经相应的接口电路（通常为电平转换、隔离等功能单元）送入 CPU。

输出通道包括 IEEE 488、RS-232、CAN 现场总线等通信接口，以及 D/A 转换器等。

CPU 外围一般还包括输入键盘和输出显示、打印机接口、人机交互设备等，较复杂的系统还需要扩展程序存储器和数据存储器。

目前，一些最新的设计已经将如图 1-2（a）所示系统中除传感器外的其他部分集成到一片 SoC 中，如美国亚德诺半导体公司（ADI）推出的高性能（0.2 级，超低漂移，10000 倍的动态输入范围）三相电源计量及电能质量监测 AFE（Analogue Front End）芯片 ADE9000 [见图 1-2（b）]，内置了 7 路 PGA+ADC 及 DSP，用户只需要通过该芯片的 SPI 串行口就可

以读取三相电源的电压和电流的有效值、有功、无功、各次电流谐波、电压突变等数据,大大加快了产品的开发速度,降低了开发成本。

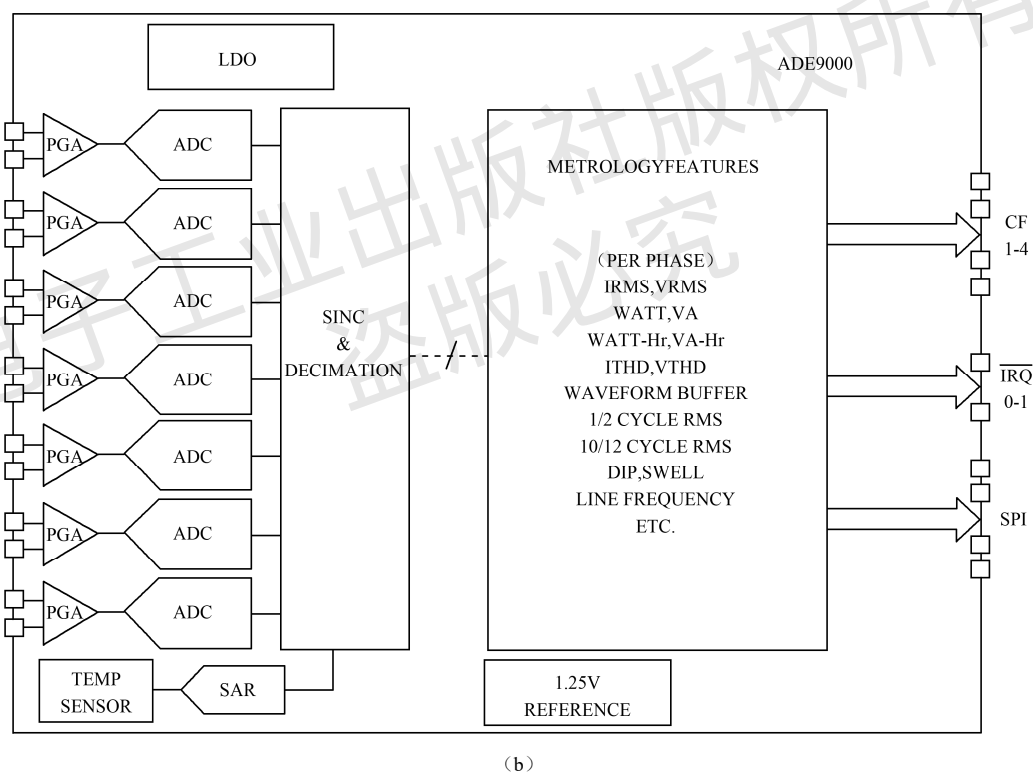
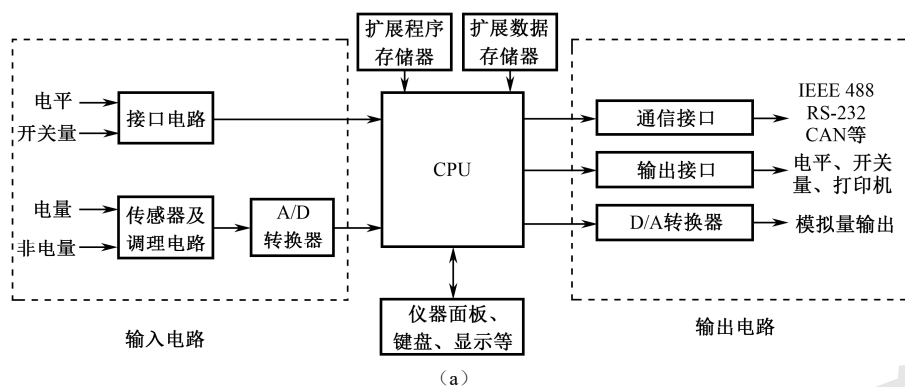


图 1-2 现代电气测量系统单片机结构框图

(2) 以 PC 为核心的应用扩展电气测量系统结构框图如图 1-3 所示。这种结构属于虚拟仪器的结构形式,它充分利用了计算机的硬件平台通用性、扩展性好及便于联网的特点,结合特定功能的应用软件就可以实现不同的测量功能。目前,国际上已有众多的公司为虚拟仪器提供硬件和软件服务,如美国的 National Instrument 公司。

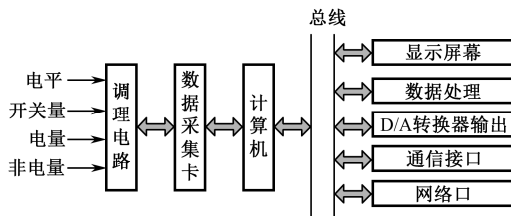


图 1-3 应用扩展电气测量系统结构框图

1.3 测量系统的静态特性

测量系统的优劣与测量系统的特性密切相关。测量系统一般指由众多环节组成的对被测量进行检测、调理、变换、显示或记录的完整系统，但也可以指测量系统中的某一单元（如传感器、调理电路、数据采集卡、测试仪表），甚至可以指更简单的环节，如放大器、电阻分压器、RC 滤波器等。所以，测量系统的特性可以指一个包含众多环节单元的系统的特性，也可以指系统中某个单元的特性。

测量系统的基本要求是输出不失真，即输出量与输入量之间是理想的线性函数，这是理想测量系统的输入/输出特性。实际测量系统的输入/输出特性情况可能很复杂，需要考虑的影响因素众多，特别是涉及时变、非线性参量的系统，在任何情形下理想的线性输入/输出特性都很难实现。所幸的是，大多数测量系统都属于或接近线性时不变系统，并且线性时不变系统在时域中的输入/输出特性可以用通式（1-1）中的常系数线性微分方程来描述。

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ &= b_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (1-1)$$

测量系统的静态特性是指在静态输入情况下测量系统所表现出的与理想线性时不变系统的接近程度。此时，测量系统的输入量 $x(t)$ 和输出量 $y(t)$ 都是不随时间变化的常量（或变化极慢，在所观察的时间间隔内可以忽略其变化而视为常量），因此测量系统输入和输出各微分项均为零，那么测量系统的输入/输出特性就变为

$$y = \frac{b_0}{a_0} x = Sx \quad (1-2)$$

式（1-2）表明，理想的测量系统的静态特性，其输出与输入之间成单调、线性比例关系，即斜率 S 是常数，实质上， S 就是理想的灵敏度。

实际上，测量系统的静态特性有时很难完全符合式（1-2）。主要表现在灵敏度 S 在全程范围内并非常数，存在一定的非线性或在某些特定区域非线性比较突出。例如，Pt100 属于前者，其静态特性就需要用线性多项式来拟合，但高次项的系数远小于一次项的系数；而热敏电阻就属于后者，其静态特性存在拐点。当然还存在如零点漂移、回程误差、数字化测量系统的分辨率不够高等问题，这些问题的严重程度如何，需要定义一些定量指标来表征实际测量系统的静态特性。下面介绍几个测量系统常用的性能指标参数。

1.3.1 零位

理想的线性测量系统的零位应该为零或一个常数。但是,由于测量系统中的集成运算放大器、ADC 均存在输出失调,这种输出失调必然影响零位的输出水平。由于半导体的特性与温度有关,因此,当温度发生变化时,零位还会发生漂移,这就是零位漂移。零位漂移一般以温度每变化 1°C 时零位变化的百分比来表示,如 $5 \times 10^{-4}\% / ^{\circ}\text{C}$ 。

1.3.2 灵敏度

灵敏度表征的是测量系统对输入信号变化的一种反应能力。一般情况下,当系统的输入 x 有一个微小增量 Δx 时,将引起系统的输出 y 也发生相应的微量变化 Δy ,则定义该系统的灵敏度 $S = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 。对于静态测量,若系统的输入/输出特性为线性关系,则有

$$S = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y}{x} = \frac{b_0}{a_0} = \text{常数} \quad (1-3)$$

可见在静态测量时,测量系统的静态灵敏度也就等于拟合直线的斜率。而对于非线性测量系统,其灵敏度就是该测量系统输入/输出特性曲线的斜率,即用 $S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$ 来表示系统的灵敏度。灵敏度的量纲取决于输入/输出的量纲。当测量系统的输入/输出同量纲时,则常用“放大倍数”一词代替“灵敏度”。

灵敏度数值越大,表示相同的输入该变量引起的输出变化量越大,则测量系统的灵敏度越高。在选择测量系统的灵敏度时,要充分考虑其合理性。系统的灵敏度和系统的量程及固有频率等是相互制约的。一般而言,系统的灵敏度越高,则其测量范围往往越小,稳定性也往往越差。

1.3.3 线性度

线性度是系统的输出/输入之间保持常值比例关系(线性关系)的一种度量。在静态测量中,通常用实验的方法获取系统的输入/输出关系曲线,并称为“标定曲线”。由标定曲线采用拟合方法得到的输入/输出之间的线性关系,称为“拟合直线”。线性度就是标定曲线偏离其拟合直线的程度,如图 1-4 所示。作为静态特征参数,线性度是指在测量系统的标称输出范围(或全量程) A 内,标定曲线与该拟合直线的最大偏差 B_{\max} 与 A 的比值,即

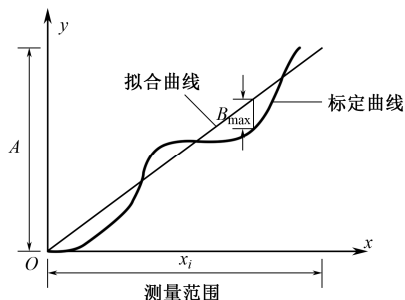


图 1-4 线性度

$$\text{线性度} = \frac{B_{\max}}{A} \times 100\% \quad (1-4)$$

拟合直线如何确定,目前尚无统一标准,但常用的拟合原则是:拟合所得的直线,一般应通过坐标原点 ($x=0, y=0$),并要求该拟合直线与标定曲线间的最大偏差 B_{\max} 最小。根据上述原则,其拟合往往采用

最小二乘法来进行, 即令 $\sum_i B_i^2$ 最小。有时在比较简单且要求不高的情况下, 也可以采用平均法来进行拟合, 即以偏差 $|B_i|$ 的平均值作为拟合直线与标定曲线的接近程度。一般把通过拟合得到的该直线的斜率作为名义标定因子。

1.3.4 回程误差

回程误差也称滞差或滞后量, 表征测量系统在全量程范围内, 输入递增变化(由小变大)中的标定曲线和递减变化(由大变小)中的标定曲线二者静态特性不一致的程度。它是判别实际测量系统与理想系统特性差别的一项指标参数。如图 1-5 所示, 理想的测量系统对于某个输入量应当只有单值的输出, 然而对于实际的测量系统, 当输入信号由小变大, 然后又由大变小时, 对应于同一个输入量有时会出现数值不同的输出量。在测量系统的全量程 A 范围内, 不同输出量中差值最大者 ($h_{\max} = y_{2i} - y_{1i}$) 与全量程 A 之比, 定义为系统的回程误差, 即

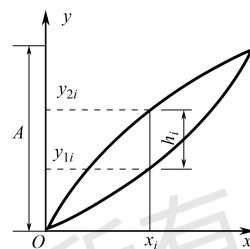


图 1-5 回程误差

$$\text{回程误差} = \frac{h_{\max}}{A} \times 100\% \quad (1-5)$$

回程误差可以由摩擦、间隙、材料的受力形变或磁滞等因素引起, 也可能反映仪器的不工作区(又称死区)的存在。所谓不工作区就是输入变化对输出无影响的范围。

1.3.5 分辨力与分辨率

分辨力是测量系统可分辨被测量最小变化能力的量化指标。分辨率则是分辨力相对于满量程输入的百分数。提高分辨力, 可以减小读数误差。

数字化测量系统的分辨力通常由 ADC 的分辨力来决定, 数值上就等于 1LSB 对应的输入量。模拟刻度标尺的分辨力一般就取其最小刻度所代表的数值的一半。

例如, 一只量程为 20V 的 3 位半的数字电压表, 其分辨力为 $20000\text{mV}/(2 \times 10^3 - 1) \approx 10\text{mV}$, 分辨率则为 $1/(2 \times 10^3 - 1) \times 100\% \approx 0.05\%$ 。

1.3.6 量程、测量范围和动态范围

量程就是测量系统标称范围的上下限之差的模。例如, 温度计的下限为 -30°C , 上限为 50°C , 则其量程就是 $|50 - (-30)| = 80^\circ\text{C}$ 。

测量范围也称为工作范围。在测量范围之内, 测量系统的误差处于规定极限内。例如, 保护用电流互感器 5P20 (5P 即 5%, 代表极限复合误差; 20 代表短路电流倍数), 也就是 5% 极限复合误差所对应的测量范围, 超出 20 倍的短路电流其测量误差无法保证在 5% 以内。

动态范围是测量系统所能测量的最强信号与最弱信号之比, 一般以分贝值 (dB 数) 来表示。例如, 某频谱分析仪最弱输入信号是 1mV , 最强输入信号是 10V , 则其动态范围是 $20\lg(10\text{V}/0.001\text{V}) = 80\text{dB}$ 。

国际标准 JJF 1001—2011 中对测量装置共定义了 32 项特性参数,如迟滞误差、稳定性、准确度及其定量指标、信噪比等。有些特性参数本书后文还会陆续介绍,这里不再一一罗列。

1.4 测量系统的动态特性

测量系统的动态特性是指当输入量随时间快速变化时,系统的输出量随输入量而变化的关系。当输入量变化时,人们所观察到的输出量不仅受到研究对象动态特性的影响,而且受到测量系统动态特性的影响。例如,人们都知道在测量人体温度时,必须将体温计放在口腔(或腋下)保持足够长的时间,才能将体温计的读数作为人体的温度;反之,若将体温计一接触口腔(或腋下)就拿出来读数,其结果必然与人体实际温度有很大的差异,其原因是温度计这种测量系统本身的特性造成了输出滞后于输入,这说明测量结果的正确与否与人们是否了解测量系统的动态特性有很大的关系。

可见,必须对动态测量系统的动态特性有清楚的了解;否则,根据所得到的输出是无法正确地确定所要测定的输入量的。一般来说,当测量系统输入随时间变化的动态信号 $x(t)$ 时,其相应的输出 $y(t)$ 或多或少总是与 $x(t)$ 不一致,两者之间的差异即动态误差。研究测量系统的动态特性,有利于了解动态输出与输入之间的差异,以及影响差异大小的因素,以便减小动态误差。

在很多情况下,为了便于分析研究,实际的测量系统总是被处理为线性时不变系统,并用如式(1-1)所示的常系数线性微分方程来描述系统输出/输入的关系。为了研究和运算的方便,也常在复数域 s 中建立其相应的传递函数 $H(s)$,如式(1-6)所示,或在频域中用频率特性的形式来分析描述测量系统的动态特性。

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\int_0^{\infty} y(t)e^{-st} dt}{\int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt} \quad (1-6)$$

实际的测量系统可能是式(1-1)所描述的一个阶次大于 2 的高阶系统,但任意一个多阶线性系统可以近似为多个一阶、二阶系统的串并联组合,所以完整和准确地理解、掌握一阶系统和二阶系统的动态特性有助于分析研究实际的测量系统。下面将分别介绍一阶系统和二阶系统的动态特性及其指标参数。

1.4.1 一阶系统

图 1-6 所示 RC 电路为典型的一阶系统,输入电压 $x(t)$ 和输出电压 $y(t)$ 之间的关系为

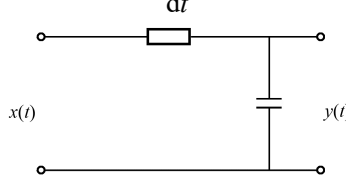
$$RC \frac{dy}{dt} + y = kx \quad (1-7)$$


图 1-6 典型的一阶系统

式(1-7)变换为通式, 则有

$$\tau \dot{y}(t) + y(t) = kx(t) \quad (1-8)$$

式中, τ 为时间常数, k 为静态灵敏度, 图 1-6 所示一阶系统中 $k=1$ 。

一阶系统的传递函数为

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{\tau s + 1} \quad (1-9)$$

频率特性为

$$H(j\omega) = \frac{k}{j\omega\tau + 1} \quad (1-10)$$

频率函数的幅频特性为 $A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$, 相频特性为 $\phi(\omega) = -\arctan(\omega\tau)$,

幅频和相频曲线如图 1-7 所示。

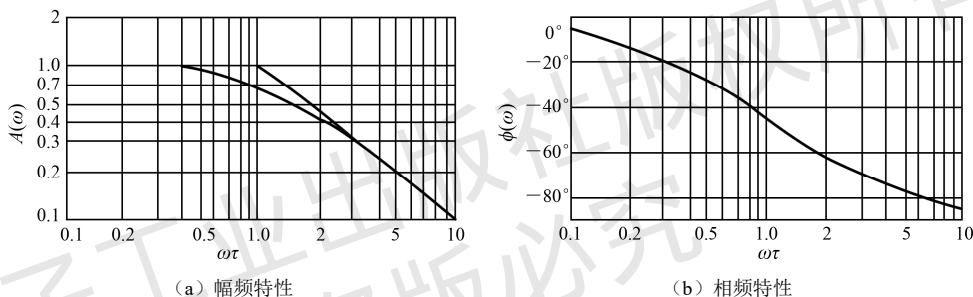


图 1-7 一阶系统的幅频和相频曲线

由图 1-7 可见, 一阶系统频率特性如下。

(1) 一阶系统是一个低通环节。当 $\omega\tau < 0.4$ 时, 幅频响应接近于 1, 因此一阶系统只适用于被测量缓慢或低频的参数。

(2) 当 $\omega = \frac{1}{\tau}$ 时, 幅频特性降为原来的 0.707 (-3dB), 相位角滞后 45° , 时间常数 τ 决定了测量系统适应的工作频率范围。

(3) 时间常数 τ 越小, 频率响应特性越好。

1.4.2 二阶系统

图 1-8 所示的 RLC 电路是最常见的二阶电路系统。根据图 1-8, 可以推出

$$LC \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

上式可以进一步表示成二阶系统的通式, 即

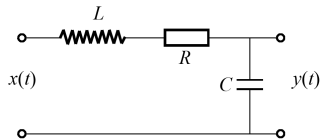


图 1-8 最常见的二阶系统

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = k\omega_n^2 x(t) \quad (1-11)$$

式中, ω_n 为固有频率, $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; ξ 为阻尼比 (Damping Ratio), $\xi = \frac{R}{2\omega_n L}$; k 为直流增益 (在图 1-8 中 $k=1$)。

在复数域 s 中, 二阶系统的传递函数为

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi s}{\omega_n} + 1} \quad (1-12)$$

对应的频率函数为

$$H(j\omega) = \frac{k}{\frac{(j\omega)^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi j\omega}{\omega_n} + 1} = \frac{k}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_n}} \quad (1-13)$$

频率函数的幅频特性为

$$|H(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (1-14)$$

频率函数的相频特性为

$$\phi(\omega) = -\arctan \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \quad (1-15)$$

对式 (1-14) 取对数, 可得

$$20\lg[|H(j\omega)|/k] = -20\lg \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (1-16)$$

根据式 (1-14)、式 (1-16) 可以得到二阶系统的幅频和相频曲线, 如图 1-9 所示。

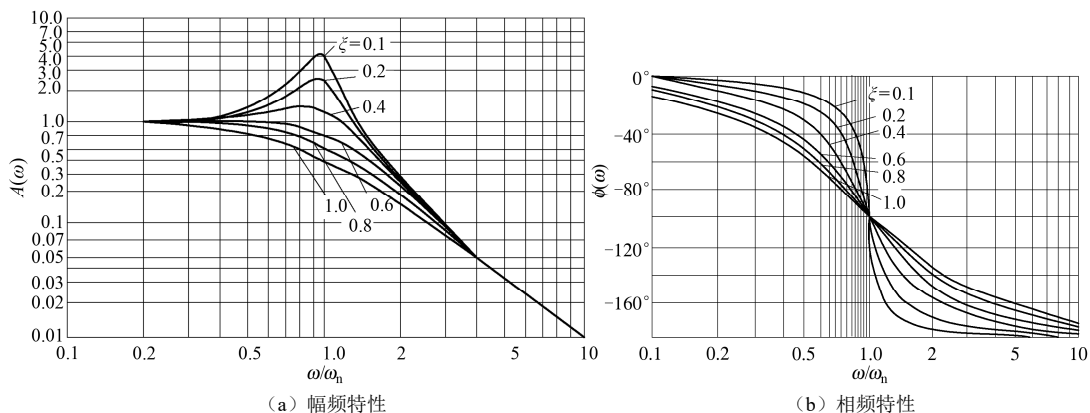


图 1-9 二阶系统的幅频和相频曲线

由图 1-9 可见, 二阶系统频率特性的重要参数是 ξ 和 ω_n , 其特点如下。

(1) 欠阻尼二阶系统是一个振荡环节, 当输入信号的频率 ω 等于测量系统的固有频率 ω_n ($\omega = \omega_n$) 时, 出现共振, 共振峰 $|A(\omega)| = k/2\xi$, 所以当阻尼比 ξ 很小时, 将产生很高的共振峰。

(2) 当 $\omega < 0.4\omega_n$ 时, 二阶系统是一个低通环节, 幅频特性曲线呈水平状态; 随着 ω 的增大, $A(\omega)$ 先进入共振区, 后进入衰减区, 最终 $A(\omega) \rightarrow 0$;

(3) 当 ξ 为 0.7 左右时, $A(\omega)$ 几乎无共振, 其水平段最长, 其相频特性几乎是一条斜直线。水平的幅频特性意味着测量系统对这段频率范围内任意频率的信号, 包括 $\omega=0$ 的直流信号的放大倍数是相同的。相频特性几乎是一条斜直线意味着各输出信号的滞后相角与其相应的频率成正比。

为了获得尽可能宽的工作频率范围, 并同时具有良好的相频特性, 在实际测量装置中, 一般取阻尼比 ξ 为 0.65 左右, 并称之为最佳阻尼比。

1.4.3 动态性能指标

动态性能指标按照其所在的分析域可以分为时域型和频域型。

1.4.3.1 时域动态性能指标

测量设备的时域动态性能指标一般用阶跃输入时测量设备的输出响应(过渡过程)曲线上的特征参数来表示。

阶跃输入时一阶系统的输出响应是非周期型的, 如图 1-10 所示。其动态性能指标如下所述。

(1) 时间常数 T : 输出量上升到稳态值的 63.2% 所需要的时间。

(2) 响应时间 t_s : 输出量达到稳态值的某一允许误差范围, 并保持在此范围内所需最短时间; 由于当允许误差范围不同时, 其响应时间不同, 所以下标 s 表示不同的允许误差范围。例如, 允许误差为 5%, 可表示为 $t_{0.05}$ 。一阶测量系统 t_s 与 T 的关系为: $t_{0.135} = 2T$; $t_{0.05} = 3T$; $t_{0.018} = 4T$ 。可见时间常数越小, 响应越快。

对于二阶系统, 当传递函数中阻尼比(实际阻尼系数与临界阻尼系数之比) $\xi > 1$ 时, 在阶跃输入作用下, 其输出响应也是非周期型的, 所以按上述一阶测量系统的性能讨论即可; 当 $\xi < 1$ 时, 其输出响应为衰减振荡曲线(见图 1-11), 则除应讨论前述响应时间 t_s 等指标外, 还需要讨论峰值时间 t_p 、超调量 M_p 、上升时间 t_r 、衰减比 S 及调整时间 t_a 。

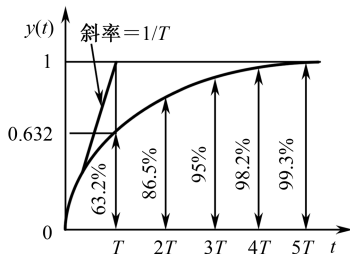


图 1-10 一阶测量系统阶跃输入时的输出响应
(非周期型)

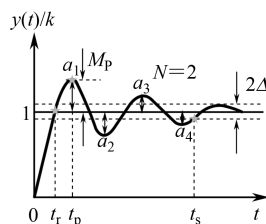


图 1-11 二阶测量系统阶跃输入时的输出响应
(衰减振荡型)

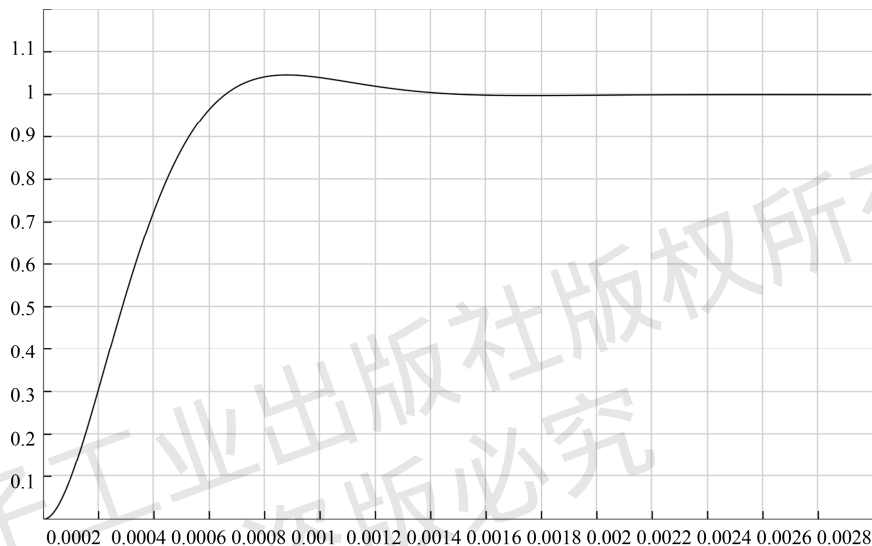
(1) 峰值时间 t_p (Peak Time): 是指输出响应曲线达到第一个峰值所需时间, 即

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \quad (1-17)$$

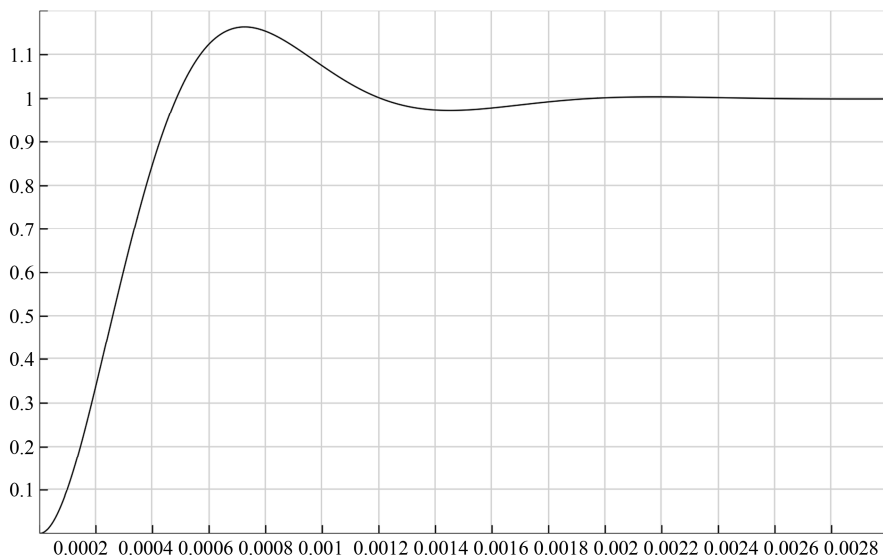
(2) 超调量 M_p (Overshoot): 是指输出响应曲线的最大偏差与稳态值的百分比, 即

$$M_p = e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}} \times 100\% \quad (1-18)$$

从式 (1-18) 可以看出, 超调量只取决于阻尼系数 ξ 。如图 1-12 (a)、图 1-12 (b) 所示分别为 $\xi = 0.7$ 和 $\xi = 0.5$ 时二阶系统的阶跃响应。



(a) $\xi = 0.7$, $\omega_n = 5\text{kHz}$



(b) $\xi = 0.5$, $\omega_n = 5\text{kHz}$

图 1-12 不同阻尼系数下二阶系统的阶跃响应

从图 1-12 可以看出, 当 $\zeta = 0.7$ 时, 二阶系统的阶跃响应的超调量只有 4.5%, 暂态过程的振荡只有一次 4.5% 的过冲, 然后很快进入稳态, 响应时间比图 1-12 (b) 更快。当 $\zeta = 0.5$ 时, 二阶系统的阶跃响应的超调量达到了 16%, 暂态过程中出现了明显的振荡。这也是二阶系统的阻尼系数应选择在 0.7 左右的原因。

(3) 上升时间 t_r (Rise Time): 是指响应曲线第一次达到稳态输出所用时间, 即

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = \frac{\pi - \arccos \xi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (1-19)$$

其中, ω_d 代表阻尼振荡角频率, ω_n 代表固有角频率, 即无阻尼自由振荡角频率。

(4) 衰减比 δ (Decay Ratio): 表示过渡过程曲线时间相差一个周期 T 的两个峰值之比, 即 $\delta = a_n / a_{n+2}$ 。

(5) 调整时间 t_a (Adjust Time): 由于实际响应曲线的收敛速度比包络线的收敛速度快, 因此可以用包络线代替实际响应曲线来估算调整时间, 即认为当实际响应曲线的包络线进入误差带时, 调整过程结束, 如图 1-13 所示。

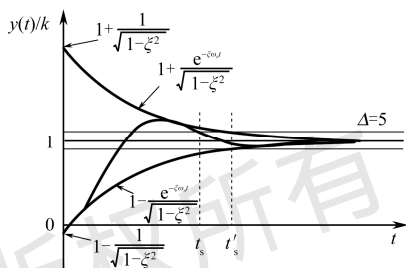


图 1-13 二阶系统的实际响应曲线

在图 1-13 中, 当 $t = t'_s$ 时, 有 $\frac{e^{-\xi\omega_n t'_s}}{\sqrt{1-\xi^2}} = \Delta$, 所以 $t'_s = -\frac{\ln(\sqrt{1-\xi^2} \cdot \Delta)}{\xi\omega_n}$ 。当 ξ 较小时, 取 $\sqrt{1-\xi^2} \approx 1$, 并且 $\ln(0.02) \approx -3.912 \approx -4$, $\ln(0.05) \approx -2.996 \approx -3$, 所以可得

$$t_s = \begin{cases} 4/(\xi\omega_n), & \Delta = 0.02 \\ 3/(\xi\omega_n), & \Delta = 0.05 \end{cases}$$

1.4.3.2 频域动态性能指标

频域动态性能指标常以输入量为正弦信号时的幅频特性 (或对数幅频特性) 和相频特性的参数来规定。常用的指标如下。

- (1) 频带宽 ω_b : 对数幅频特性曲线上幅值增益不低于 -3dB 所对应的频率范围。
- (2) 工作频带 ($0 \sim \omega_g$): 与给定的测量系统幅值误差范围 (如 $\pm 1\%$ 、 $\pm 2\%$) 相对应的频率范围, 其中 ω_g 为截止频率。
- (3) 跟随角 θ_b : 当 $\omega = \omega_b$ 时, 对应相频特性上的相角称为跟随角。

习 题

- 1-1 测量的定义是什么? 测量结果表示包含哪些内容?
- 1-2 所有的测量仪器都需要参考基准, 如何理解参考基准对测量结果的影响?
- 1-3 用框图来表示现代数字化测量系统的基本构成, 并简述其每个环节的作用。
- 1-4 什么是测量系统的静态特性? 请列出表征测量系统静态特性的主要指标。

1-5 影响测量系统零位的主要因素有哪些?

1-6 测量系统的分辨力是什么? 数显仪表与模拟刻度仪表的分辨力是如何确定的?

1-7 什么是测量系统的动态特性? 表征测量系统动态特性的主要指标有哪些? 它们是如何定义的?

1-8 一阶系统的传递函数是什么? 一阶系统的幅频特性和相频特性曲线的特征有哪些?

1-9 一阶系统的时间常数是如何定义的?

1-10 测量系统的动态误差是什么?

1-11 影响二阶系统动态特性的参数有哪些? 对系统有何意义?

1-12 为什么二阶系统的阻尼系数常常选择在 0.7 左右?

1-13 用一个时间常数为 2s 的温度计测量炉温, 当炉温为 $200\sim 400^{\circ}\text{C}$, 并按正弦规律变化, 周期为 150s 时, 温度计输出的变化范围是多少?

1-14 用一个一阶系统对 100Hz 的正弦信号进行测量, 如要求限制振幅误差在 5% 以内, 那么时间常数应取为多少? 若用该一阶系统测量 50Hz 的正弦信号, 此时的振幅误差和相角差是多少?

1-15 设某型号传感器可视为二阶振荡系统, 其固有频率为 800Hz, 阻尼比为 0.14, 使用该传感器对频率 400Hz 的正弦信号进行测试时, 其振幅和相位各为多少? 若将阻尼比改为 0.7, 振幅和相位如何变化?

1-16 每种测量装置都有其特定的测量对象, 有些测量装置专门设计用于静态测量, 不要求具有动态测量特性; 而有些测量装置只适合测量动态信号, 对静态信号和动态信号的测量特性都有要求。分析下列测量任务或测量装置属于哪种类型?

(1) 用 $3\frac{1}{2}$ 数字电压表测量工频交流电压;

(2) 用示波器测量冲击电压波形;

(3) 用水银温度计测量温度;

(4) 输电线路故障录波仪;

(5) 测量用电磁式电流互感器+电流表组合测量线路电流;

(6) TPY 型保护用电磁式电流互感器+保护继电器。