



平行四边形面积

计算平行四边形面积的公式

放学后，小芳、小阳、大虎相约到小慧家做作业。

小慧妈妈热情地和大家打招呼，并关心地问道：“小芳、小阳、大虎，你们都跟家里人说过来找小慧吗？”

“阿姨，说过了，爸爸、妈妈都知道我来你们家了。”三人异口同声地说。

“那我就放心了！”小慧妈妈微笑着说，“今天数学课上你们学了什么？”

“平行四边形的面积。”大虎抢着说。

“哦，我考考你们，看看你们学得怎么样，可以吗？”小慧妈妈追问道。

“好！”四个人信心十足地说。

“那我开始喽！”小慧妈妈充满期待地说，“通过今天的学习，你们都知道了平行四边形的面积计算公式是底乘高，为什么呢？你们能解释一下吗，给你们5分钟的思考时间哦。”

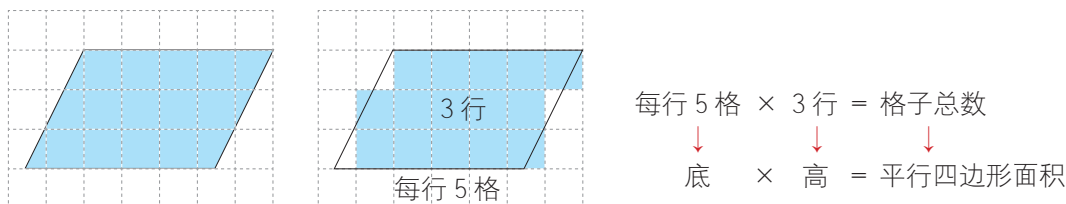
5分钟的时间一晃而过。

小芳率先回答：“我用方格图（见下图）来说明，方格图中每个方格的面积是 1cm^2 ，第一个方格图中的平行四边形通过分割、平移，可以变成第二个方格图中的图形，那么涂色部分的方格数 = 每行5格 $\times$ 3行 = 15格，涂色部分



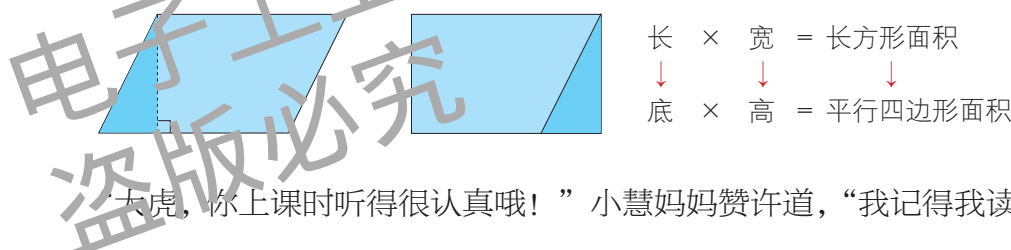
知其然，还要知其所以然。为什么计算平行四边形的面积是用底乘高呢？

的面积就是 15cm^2 。这里的每行 5 格就相当于平行四边形的底 (a)，3 行就相当于平行四边形的高 (h)，所以平行四边形的面积 $S_{\text{平行四边形}} = ah$ 。”



“小芳，你真了不起，用以前数方格的方法推导出了平行四边形的面积。”小慧妈妈冲小芳竖起了大拇指，她笑着继续问，“你们还有其他想法吗？”

大虎赶忙接着说：“我是把平行四边形剪拼成长方形，从而得到平行四边形的面积。我先沿着平行四边形的一个顶点作高，然后沿着高剪开，再将剪下来的三角形平移到右边，拼成一个长方形。这个长方形的长就是平行四边形的底，宽就是平行四边形的高。根据长方形的面积计算公式，就可以推出平行四边形的面积计算公式是底乘高。”



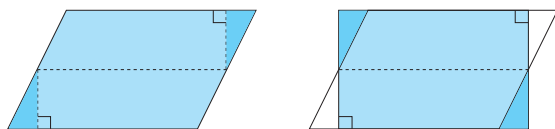
“大虎，你上课时听得很认真哦！”小慧妈妈赞许道，“我记得我读小学时，也是用你这种方法推导出平行四边形面积的。”

“阿姨，我也有一种方法，大虎剪下来的是三角形，我剪下来的是直角梯形。”小阳补充说，“在平行四边形上底边中任意选一个点作高，然后沿高剪开得到一个直角梯形，再将这个直角梯形平移到图形的右边，组成长方形，根据长方形的面积就可以推导出平行四边形的面积啦！”小阳说。



“小阳，你说的方法，我小时候都没有学过，我今天的收获可真不少！”

小慧妈妈开心地说。



“妈妈，我还有一种方法，也是从平行四边形中剪三角形，不过跟大虎的方法不一样哦。”小慧作为小主人最后一个说，“将平行四边形对折，平行四边形均分成两个完全一样的平行四边形，在两个平行四边形中分别选取一个顶点作高，然后沿着高剪开，得到两个小三角形，再将两个小三角形以各自的顶点为中心点旋转 180° ，就拼成一个长方形了，同样可以推出平行四边形的面积。”

“小慧，你这个方法跟大虎的类似哦，比大虎的还麻烦一点儿呢。”小慧妈妈微笑着说，“不过，这个方法虽然麻烦，但是，说不定在以后学习三角形和梯形的面积时，会有大作用哦！”

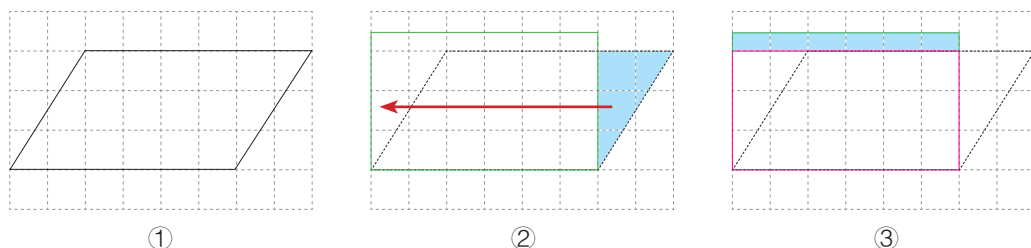
“真的吗？妈妈。”听了妈妈的鼓励，小慧高兴地总结道，“如果把小芳的方法里的第一行小方格向左平移一格，最终图形就变成了一个长方形，那么，我们说的4种方法都是将平行四边形转化成长方形进行计算，都是将未知转化成已知来解决问题。”

“小慧总结得很好！”小慧妈妈表扬道，“你们都知道了平行四边形的面积是怎么推导出来的，阿姨还有一个问题，长方形的面积是邻边乘邻边，为什么平行四边形的面积就不能用邻边乘邻边？”

小伙伴们被小慧妈妈的新问题给难住了，纷纷陷入沉思之中。过了一会儿，小阳和小慧率先开始在纸上写写画画起来。

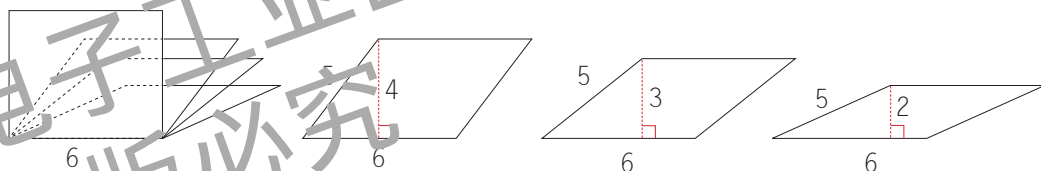
“妈妈，我有想法了，大家看我这里。”小慧率先发言，“这是一个平行四边形（如图①），我们可以将它推拉成长方形（如图②绿色），平行四边形和长方形的邻边长度都是一样的。将长方形外面的三角形剪下来，平移到平行四边形左边，将平行四边形改成一个长方形（如图③红色），这个改成的长方形的面积（如图③红色）和平行四边形（如图①）的面积相等，然后，我们发现，

推拉成的长方形面积比平行四边形的面积大，所以平行四边形的面积不能用邻边乘邻边计算。”



“小慧，你真会动脑筋！”大虎迫不及待地说，“你用图说话，我们一听就明白了。”

小阳接着说：“我的想法跟小慧的有点儿类似，不过思路相反，我是把长方形推拉成平行四边形了，你们看一看，推拉出的3个平行四边形跟长方形的邻边都是6和5，但是它们的面积各不一样，根据我标的数据，你们可以计算出各个图形的面积。我还发现，推拉出的平行四边形越扁，它的面积就越小。”



“小阳、小慧，你们会想办法解决问题，真了不起！”小慧妈妈表扬道，“刚才，小阳的发现很棒，推拉出来的平行四边形越扁，就是说两邻边的夹角越小，平行四边形的面积就越小。到了中学，你们还会学高与斜边的关系，以及计算平行四边形面积的新公式，这个公式与两邻边的夹角有关系。”

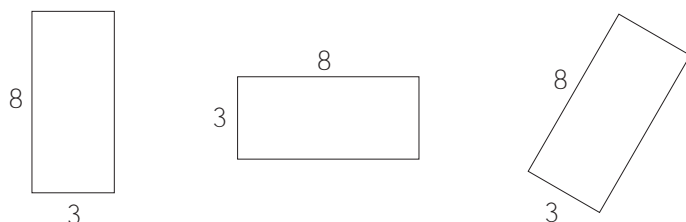
“听阿姨这么一说，我觉得数学真奇妙！”小芳若有所思地说。

“长方形和平行四边形的关系还不止这些呢，你们有没有兴趣继续探索啊？”小慧妈妈笑着问。

“有兴趣。”4个人兴致勃勃地喊道。

“请你们画出长为8cm、宽为3cm的长方形，比一比，谁画得多。”小慧妈妈说完，小伙伴们纷纷拿起尺子和笔在纸上画起来。

大虎一边画，一边喊：“我已经画了3个不同的长方形了。”



小慧妈妈让小伙伴来评一评大虎画的长方形。

小芳说：“大虎，你画的这些长方形其实是同一个长方形，只不过它们的方向不同。”

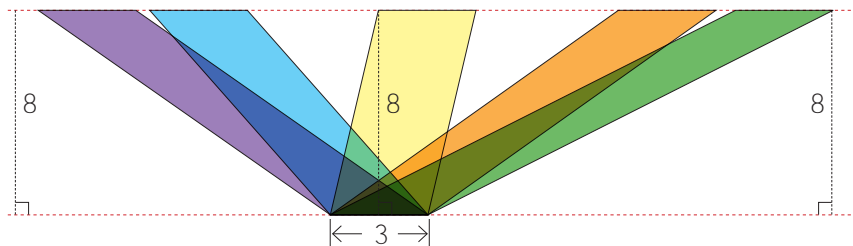
“是的，大虎将一个长方形平移、旋转，但实际是形状一样的长方形。”小阳补充说。

“啊！”大虎摸摸脑袋说，“我想不出第二种画法了。”

小慧说：“大虎，你不用想了，这样的长方形就一种。”

“看来你们的意见很一致，大虎也知道自己错了。”小慧妈妈接着说，“那么，底是3cm、高是8cm的平行四边形是不是跟长方形一样，也只有一种呢？”

“不是的，我感觉可以画出来无数种。”小慧指着自已画的图说，“底是3cm，高是8cm的平行四边形，我已经画了5个，如果下底边保持不变，上底边继续往左、右两边移动，还可以画出很多很多个平行四边形。”



“小慧，你心思很巧，真会动脑筋！”小阳竖起大拇指说，“下底边不动，上底边继续向左、右两边不断移动，就可以源源不断地画出新的平行四边形，我感觉上底边移动越多的平行四边形越苗条！”

“想象一下，真是这样哎！”小芳接着说，“阿姨的一个问题，让我们又知道了长方形和平行四边形的一个不同点。”

“是的，知道长和宽，只能画出一种形状的长方形，而知道底和高，我们能画出无数种平行四边形。”小慧妈妈竖起大拇指称赞道，“看来你们在数学课上学得很认真，阿姨的问题都没有难倒你们。”

“阿姨，您这么一问，我才发现我对长方形和平行四边形了解得都不深。”大虎笑呵呵地说。大伙儿听了也都笑了。

小慧妈妈摸着大虎的头，笑着对大家说：“以后学了新知识，你们可要跟以前学过的知识进行联系、比较哦。这样你们的知识会掌握得更牢固！”

多一个视角看平行四边形的面积

一上课，阿帅老师就提出了一个问题：“平行四边形的面积只跟它的底和高有关吗？”同学们听完阿帅老师的话，都有点儿懵了。这时，大屏幕上出现了一个平行四边形，阿帅老师请同学们仔细观察平行四边形的变化，想一想，平行四边形的面积可能和什么有关。

实验	变量	发现
	底	平行四边形的高不变、斜边不变、夹角不变，底变短，面积变小。
	高	① 平行四边形的底不变、夹角不变，高变长，斜边变长，面积变大。 ② 高在变的时候，斜边也在变。
	斜边	① 平行四边形底不变、夹角不变，斜边变短，高变短，面积变小。 ② 斜边在变的时候，高也在变。
	夹角（锐角）	① 平行四边形底不变、斜边不变，夹角变大，高变长，面积变大。 ② 夹角在变的时候，高也在变。

小芳有了发现，说：“斜边变化，平行四边形的面积也在变。”

小阳补充：“夹角变化，平行四边形的面积也在变。”

小慧说：“斜边、夹角在变的时候，高也是在变化的。”

阿帅老师说：“看来，你们已经发现了平行四边形夹角和斜边的变化都会影响平行四边形的高，平行四边形底、高、斜边、夹角的变化都会影响平行四边形的面积。”



善思好问

到底这四个因素和平行四边形的面积有什么样的关系呢？我们一起来研究吧。

大虎、小慧、小阳和小芳四人一个小组，他们拿到了 3 个平行四边形素材、1 张以 1cm^2 为单位的透明方格图，他们要用透明方格图来数出平行四边形的面积。另外，还有一张记录表，如下表所示。

素材	面积 /cm ²	底 /cm	高 /cm	斜边 /cm	夹角 /°	我的发现
1	8.48	4	2.12	3	45°	
2		4	1.5	3	30°	
3		4	1	2	30°	

5 分钟后，各小组把数据都填满了。那么，他们到底能发现什么呢？

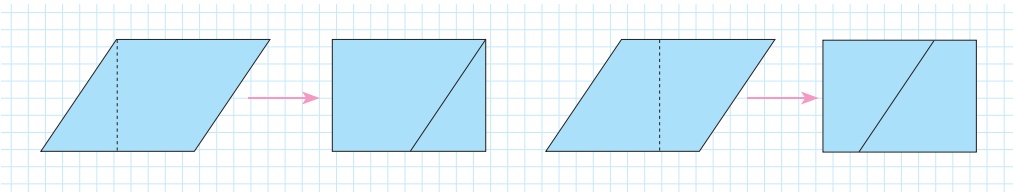
小芳首先汇报：“平行四边形的面积 = 底 × 高。”

素材	面积 /cm ²	底 /cm	高 /cm	素材	面积 /cm ²	斜边 /cm	夹角 /°
1	8.48	4	2.12	1	8.48	3	45°
2	6	4	1.5	2	6	3	30°
3	4	4	1	3	4	2	30°

小阳做了补充：“平行四边形的斜边相同，夹角（锐角）越大，平行四边形的面积越大；平行四边形的夹角相同，斜边越长，平行四边形的面积越大，但斜边和夹角不是简单的相乘关系。”

阿帅老师小结道：“平行四边形的底和高与面积的关系是我们最容易发现的，但不能说斜边和夹角与面积没有关系。我们继续研究为什么平行四边形的面积与底和高会有这样的关系，是不是所有的平行四边形的面积都可以用底乘高来计算呢？我们还能用别的方法来证明平行四边形中确实存在这种关系吗？”

大虎的动手能力比较强。他在素材袋中选取了一个平行四边形，剪了剪、画了画、拼了拼，然后展示给同学们看。



阿帅老师说：“大虎的这两种剪拼方法有什么共同点吗？”

小芳说：“都是沿着高剪的，都是把平行四边形转化成了长方形。”

阿帅老师说：“为什么都是沿着高剪的？平行四边形的高有几条？”