

考前备战模拟试卷

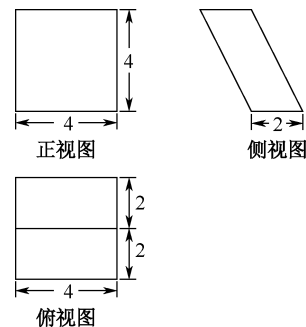
数学(三)

一、选择题

- 已知集合 $A = \{-1, 1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $A \cap B =$ ().
A. $\{1\}$ B. $\{-1, 2\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{-1, 2, 4\}$
- 函数 $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$ 的定义域为 ().
A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$
- $\cos(-120^\circ) =$ ().
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 已知向量 $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (1, -2)$, 则 $-3\vec{a} + 2\vec{b} =$ ().
A. $(7, 1)$ B. $(-7, -1)$ C. $(-7, 1)$ D. $(7, -1)$
- 函数 $f(x) = \ln(x^2 - 2x)$ 的单调递增区间是 ().
A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$
- 下列函数中, 最小正周期为 π 的是 ().
A. $y = \sin x$ B. $y = \cos 2x$
C. $y = \cos x$ D. $y = \sin \frac{x}{2}$
- 直线 l 经过点 $(1, 6)$, 且倾斜角 $\alpha = 45^\circ$, 则直线 l 的方程为 ().
A. $x + y - 1 = 0$ B. $x - y + 5 = 0$
C. $x + y + 1 = 0$ D. $x - y - 5 = 0$
- 不等式 $(-x+1)(2x+1) \leq 0$ 的解集为 ().
A. $\{x | -\frac{1}{2} < x < 1\}$ B. $\{x | x \leq -\frac{1}{2} \text{ 或 } x \geq 1\}$
C. $\{x | -\frac{1}{2} \leq x < 1\}$ D. $\{x | -\frac{1}{2} \leq x \leq 1\}$
- 双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的右焦点的坐标是 ().
A. $(5, 0)$ B. $(4, 0)$ C. $(3, 0)$ D. $(\sqrt{7}, 0)$
- 已知 a, b 为非零实数, 则 “ $a > b$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ” 的 ().
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

11. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ().

- A. $\frac{32}{3}$ B. 8
C. 32 D. $16\sqrt{2}$



12. 已知 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上是奇函数, 且 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 5x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ x^2 + mx, & x < 0 \end{cases}$,

则 $m =$ ().

- A. 5 B. -5 C. 1 D. -1

13. 已知 m, n 是两条异面直线, 下列说法中正确的是 ().

- A. 过直线 m 没有一个平面与直线 n 平行
B. 过直线 m 有无数个平面与直线 n 平行
C. 过直线 m 有两个平面与直线 n 平行
D. 过直线 m 有且只有一个平面与直线 n 平行

14. 设 O 为平面坐标系的坐标原点, 在区域 $\{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ 内随机取一点, 记该点为 A ,

则直线 OA 的倾斜角不大于 $\frac{\pi}{4}$ 的概率为 ().

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

15. 已知 $f(x), g(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数, 且均不恒为零, $g(x)$ 为偶函数, $f(10) = -3$, 若对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+4) + f(x) = \sqrt{2}f(x+2)$, 设 $h(x) = (x-2)g(x)$, 函数 $h(x+2)$ 的图像关于 y 轴对称, 则下列说法正确的是 ().

- A. 函数 $f(x)$ 的一个周期为 8
B. 函数 $g(x)$ 的图像关于直线 $x = 6$ 对称
C. 函数 $g(x)$ 的一个周期为 4
D. $f(98) + g(98) = 3$

二、填空题

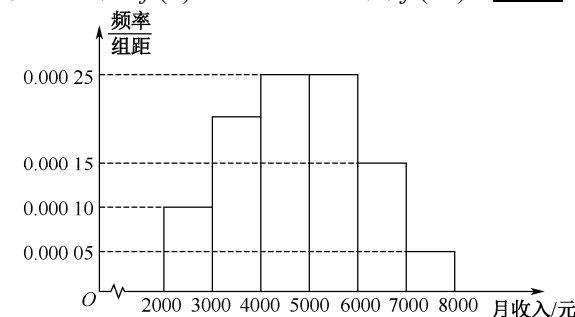
16. 已知二项式 $(1+x)^n$ 的展开式中只有第 7 项的二项式系数最大, 则 $(1+x)^n(1-x)$ 展开式中一次项系数为_____.

17. 已知函数 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上是奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x - 3$, 则 $f(-3) =$ _____.

18. 在平面直角坐标系中, P 是直线 $3x + 2y + 1 = 0$ 上的任意一点, 则向量 $\overrightarrow{OP}$ 与向量 $\vec{n} = (3, 2)$ 的数量积为_____.

19. 函数 $f(x) = \cos x - \sin x$ 在区间 $[-\pi, 0]$ 上的最大值为_____.

20. 为了了解某地居民的月收入情况, 一个社会调查机构调查了 20000 人, 并根据所得数据画出如图所示的样本的频率分布直方图(最后一



组包含两端值，其他组包含最小值，不包含最大值）。现按月收入分层，用分层随机抽样的方法从这 20000 人中抽出 200 人进一步调查，则月收入在 [3000,4000)（单位：元）内的应抽取人。

三、解答题

21. 在某班组织的一次篮球定点投篮比赛中，规定：每人最多投三次，在 A 处每投中一球得 3 分，在 B 处每投中一球得 2 分，如果前两次得分之和超过 3 分即停止投篮，否则投第三次. 某同学在 A 处投中的概率为 0.25，在 B 处投中的概率为 b ，该同学选择先在 A 处投一球，然后都在 B 处投. 用 ξ 表示该同学投篮比赛结束后所得的总分，其分布列为：

ξ	0	2	3	4	5
P	0.03	p_1	p_2	p_3	p_4

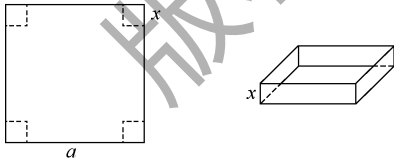
- (1) 求 b 的值；
- (2) 求随机变量 ξ 的数学期望 $E(\xi)$.

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为零的等差数列， $a_2+a_4=14$ ，且 a_1, a_2, a_6 成等比数列.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 设 $b_n=\frac{1}{a_n\cdot a_{n+1}}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

23. 如图所示，一张边长为 a 的正方形硬纸板，先在它的四个角上裁去边长为 x 的四个小正方形，再折叠成无盖纸盒.

- (1) 试把无盖纸盒的容积 V 表示成关于 x 的函数；
- (2) 当 x 取何值时，容积 V 最大？最大值是多少？（纸板厚度忽略不计）



24. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c ，已知 $2a\sin C-3c\sin A\cos B=0$.

- (1) 求 $\cos B$ 的值；
- (2) 若 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=2$ ， $c=1$ ，求 b 的值.

25. 已知圆 C 经过点 $A(4,0)$ ，且与直线 $x-y+2=0$ 相切于点 $B(-2,0)$.

- (1) 求圆 C 的方程；
- (2) 设直线 $l: y=x+1$ 与圆 C 相交于点 M 、 N ，求 $|MN|$.

26. 已知函数 $f(x)$ 对于任意的实数 x 、 y 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 成立，且当 $x>0$ 时， $f(x)<0$ 恒成立.

- (1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性；
- (2) 若 $f(1)=-2$ ，求函数 $f(x)$ 在 $[-2,2]$ 上的最大值；
- (3) 求关于 x 的不等式 $\frac{1}{2}f(-2x^2)-f(x)>\frac{1}{2}f(4x)-f(-2)$ 的解集.