高等职业院校水利类专业立体化新形态教材

水力分析与计算

主　编　易进蓉　陈一华
副主编　陈吉琴　韩冬梅　潘菲菲

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书是按照高职高专水利大类专业国家教学标准编写而成的新形态教材。本书根据职业教育课程模块化、项目化教学改革要求，对接真实任务，串联水力分析与计算的知识点和经典案例，以水工建筑物的类型为主线，对课程内容进行重构。本书分为 4 个模块：挡水建筑物水力计算、取水建筑物水力计算、输水建筑物水力计算、泄水建筑物水力计算，每个模块由浅入深展开，对知识点进行分解，融入每个任务中，突出了高职院校人才培养的特色。

本书配有课程 PPT、微课视频、动画等资源，便于学生更好地掌握相关教学内容。在各个任务中引入我国典型水利工程，融入新时代水利精神、党的二十大精神等课程思政元素，落实课程育人的任务。

本书适合高职院校水利类专业学生使用，也适合水利工程技术人员使用。

图书在版编目（CIP）数据

水力分析与计算 / 易进蓉，陈一华主编. -- 北京 :
电子工业出版社，2024. 8. -- ISBN 978-7-121-49893-0
Ⅰ. TV131. 4
中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2025D29C20 号

责任编辑：胡辛征
印　　刷：
装　　订：
出版发行：电子工业出版社
北京市海淀区万寿路 173 信箱　　邮编：100036
开　　本：787×1 092　1/16　印张：12. 75　字数：326 千字
版　　次：2024 年 8 月第 1 版
印　　次：2024 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：43. 00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@ phei. com. cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@ phei. com. cn。

本书咨询联系方式：（010）88254137，maxz@ phei. com. cn。

前　言

本书是遵循《关于推动现代职业教育高质量发展的意见》等文件精神，结合高职高专教育教学的实际需求及课程体系构建的要求，以高职高专水利大类专业国家教学标准为主要依据编写的教材。

本书的主要特点如下。

（1）以水工建筑物的类型为主线，用水工建筑物水力计算的工作过程串联课程的知识点和经典案例，形成挡水建筑物水力计算、取水建筑物水力计算、输水建筑物水力计算和泄水建筑物水力计算4个模块。

（2）以培养学生知识、技能和素养为目标，结合典型水利工程和日常生活中的水力学现象介绍本课程的知识点、技能点，将知识传授和能力培养融为一体，增加了教材的趣味性、直观性和实用性。同时，融入新时代水利精神、党的二十大精神等课程思政元素，实现课程育人和价值塑造，达到润物无声的育人效果。

（3）紧跟高等职业教育高质量发展的需求，校企融合，紧密对接岗位技能要求、行业技术变革，将新技术、新规范、新方法、新设备等有机融入教材。

（4）以学生为中心，围绕知识点内涵设计案例和任务，形成依托工作过程层层递进且紧密联系的内容设计。4个平行的模块能让学生在案例和任务学习中，不断强化、巩固工作过程和知识点，由浅入深地体会和领悟知识点的内涵、应用场景，实现融会贯通和知识迁移，培养学生良好的职业能力。

（5）针对课程中抽象的概念、复杂的计算等内容，本书配有课程PPT、微课视频、动画等丰富多样的优质课程资源，几乎涵盖了本课程所有的知识点，助力教师线上线下混合式教学和学生课下线上自学。

本书由长江工程职业技术学院易进蓉、陈一华担任主编，由长江工程职业技术学院陈吉琴、新疆石河子职业技术学院韩冬梅、长江勘测规划设计研究有限责任公司潘菲菲担任副主编，易进蓉负责全书统稿。本书编写工作的具体分工如下：易进蓉编写模块2，以及模块4的任务1和任务2，陈一华编写模块1的任务1和任务2，陈吉琴编写模块3的任务1，韩冬梅编写模块3的任务2，潘菲菲编写模块4的任务3。

由于编者水平有限，书中疏漏之处在所难免，恳请读者，特别是使用本书的教师和同学积极提出批评和改进建议，以便今后对本书进行完善和提高。

编者

目 录

模块 1　挡水建筑物水力计算

学习情境描述

在水利工程中，所有水工建筑物在与水接触时，都会受到水压力的作用。要发挥水工建筑物的作用和工程效益，首先必须保证其在各个时期（施工期、竣工期及运行期）安全可靠。在安全可靠性分析中，一项关键任务是考虑水利枢纽中水工建筑物的各种受力情况，而在水工建筑物的受力中，水压力占据着举足轻重的地位。在诸多挡水建筑物中，挡水面有平面也有曲面，如重力坝、土石坝、平板闸门受压面一般为平面类挡水面，弧形闸门、U 形渡槽、拱坝坝面等为曲面类挡水面。为了分析挡水建筑物所受的静水总压力情况，下面我们来分别讨论挡水建筑物平面类挡水面和曲面类挡水面上静水总压力的计算问题。

学习指导

（1）了解静水压强的基本概念。

（2）能运用静水压强的基本特性和重力作用下的静水压强分布规律解决问题。

（3）能运用图解法和解析法计算作用在平面类挡水面上的静水总压力。

（4）能计算作用在曲面类挡水面上的静水总压力。

任务 1　平面类挡水面静水总压力计算

1.1.1　任务导入

三峡工程

三峡工程即长江三峡水利枢纽工程，又称三峡水电站，位于湖北省宜昌市夷陵区三斗坪镇。三峡工程建筑由三峡大坝（见图 1-1）、水电站厂房和通航建筑物三大部分组成。1992 年，三峡工程获得全国人民代表大会批准建设，1994 年正式动工兴建，2003 年 6 月开始蓄水发电，2009 年全部完工。

在三峡工程的建设过程中，广大建设者展现出了强烈的爱国主义精神。他们奋力

拼搏，突破重大工程节点，攻克了大坝防渗、高边坡稳定等一系列世界性难题，为我国的水电事业树立了丰碑。三峡工程是当今世界上最大的水利枢纽工程。在西班牙第二大城市巴塞罗那召开的全球超级工程会议上，它被列为世界超级工程。三峡工程在工程规模、科学技术和综合利用效益等许多方面都站在世界级工程的前列。它不仅为我国带来了巨大的经济效益，还为世界水利水电技术和有关科技的发展作出了重要贡献。

三峡工程主要有三大效益：防洪、发电和航运。其中，防洪被认为是三峡工程最核心的效益。三峡工程建成后，为人民的生命财产和长江流域的生态调度提供了坚实的保障，其巨大库容量所提供的调蓄能力使下游荆江地区能抵御百年一遇的特大洪水，也有助于洞庭湖的治理和荆江堤防的全面修补，彰显了巨大的社会效益。

三峡工程的机组总装机容量为 2250 万千瓦，远远超过位居世界第二的巴西伊泰普水电站。习近平总书记在党的二十大报告中指出：我们要推进美丽中国建设，坚持山水林田湖草沙一体化保护和系统治理，统筹产业结构调整、污染治理、生态保护、应对气候变化，协同推进降碳、减污、扩绿、增长，推进生态优先、节约集约、绿色低碳发展。三峡工程的建设有力地推动了我国能源结构优化，为我国的绿色发展提供了有力支撑，每年减少煤炭消耗约 5000 万吨，减少二氧化碳排放约 1.6 亿吨，为改善环境质量，实现可持续发展作出了巨大的贡献。

通航建筑物位于左岸，双线 5 级船闸，是世界上第二大船闸，全长 6.4km，其中船闸主体部分 1.6km，引航道 4.8km。三峡大坝坝前正常蓄水位为海拔 175m 高程，而坝下通航最低水位为 62m 高程，船闸上下落差达 113m，船舶通过船闸要翻越 40 层楼房的高度，是世界上水位落差最大的船闸。船闸分为五级之后，上下级之间最大水头还有 45.2m，大大超过世界最大一级船闸 34.5m 的水头。为建设船闸，建设者们削平了 18 座山头，硬是在坝区左岸山岗中开辟出一条道来，同时面临着如何保持高边坡岩体内的稳定和控制边坡变形的世界级难题。船闸的设计者和施工者艰苦奋斗、勇于奉献、团队协作、精益求精，经过多年潜心攻关，攻克多项难题，创造出一个个水利奇迹。

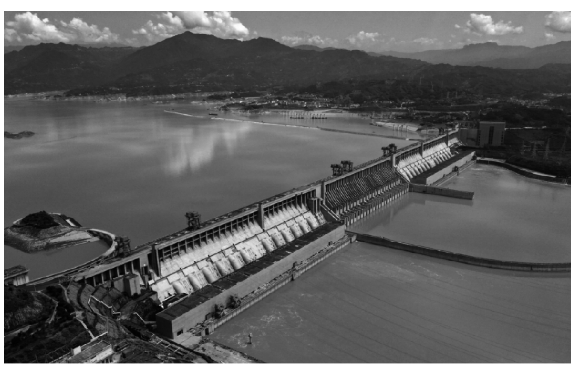


图 1-1　三峡大坝

任务：三峡大坝为混凝土重力坝，大坝长 2335m，底部宽 115m，顶部宽 40m，高

程为 185m，正常蓄水位为 175m。在正常蓄水位时，坝体受到的静水压力是多少？

1.1.2　重力坝上静水总压力的特点分析

一、静水压强

处于静止状态的水体对与其接触的壁面有压力作用。图 1-2 所示为涵洞式水闸中设置的平板闸门，当上游有水时，开启平板闸门需要比上游无水时开启平板闸门更大的拉力，其原因是上游的水对平板闸门作用了很大的压力，使平板闸门紧贴闸门槽而产生较大的摩擦力。

微课视频

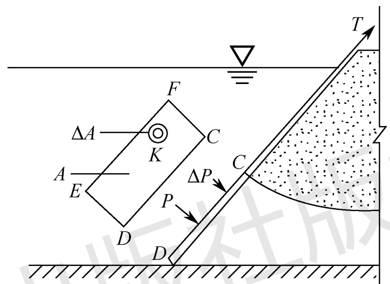


图 1-2　涵洞式水闸中设置的平板闸门

我们把水处于静止状态时所产生的压力叫作静水压力，常以字母 P 表示。在国际单位制中，静水压力的单位为牛（N）或千牛（kN）。

（一）平均压强

单位面积上所承受的静水压力为受压面上的平均静水压强，简称平均压强。

在图 1-2 所示的平板闸门上，取微小面积 ΔA，令作用于其上的静水压力为 ΔP，则

$$\bar{p} = \frac{\Delta P}{\Delta A} \tag{1-1}$$

式中　$\bar{p}$——ΔA 上的平均压强。

在国际单位制中，平均压强的单位为牛/米²（N/m^2）、千牛/米²（kN/m^2），它们又分别称为帕斯卡（Pa）、千帕斯卡（kPa）。

（二）点压强

用式（1-1）计算出的平均压强，表示 ΔA 上受力的平均值。只有在受压面受力均匀的情况下，平均压强才真实反映受压面上各点的受压状况。通常受压面的受力是不均匀的，平均压强不能代表受压面上各点的受压状况。

为了反映受压面上各点压强的变化情况，需引入点压强的概念。图 1-2 中，当 ΔA 无限缩小并趋于点 K 时，比值 $\frac{\Delta P}{\Delta A}$ 的极限值定义为点 K 处的静水压强，即

$$p_K = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} \tag{1-2}$$

点压强用 p 表示。在之后的内容中，若无特别说明，则提到的压强均指点压强。

（三）静水压强的特性

微课视频

（1）静水压强的方向永远垂直指向受压面。

静水不能承受剪切力，因为静水一旦受到剪切力的作用，就会发生连续不断的变形运动。静水也不能承受拉应力，否则它就会发生膨胀运动。基于静水的基本特性可知，静水压强的方向不能与受压面相切或斜交，只能垂直指向受压面。

（2）静水中任一点处各方向上的静水压强大小相等，即静水压强的大小和受压面的方位无关。

分析静止液体平衡方程式可以得出，静止液体中任一点处各方向上的压强都是大小相等的。也就是说静水中任一点处各方向上的静水压强大小相等，与受压面的方位无关。

静水压强两个基本特性的应用如图 1-3 所示。挡水坝边壁转折处的点 A，对不同方位的受压面来说，其静水压强的作用方向不同（各自垂直于它的受压面），但静水压强的大小是相等的，即 $p_1=p_2$。

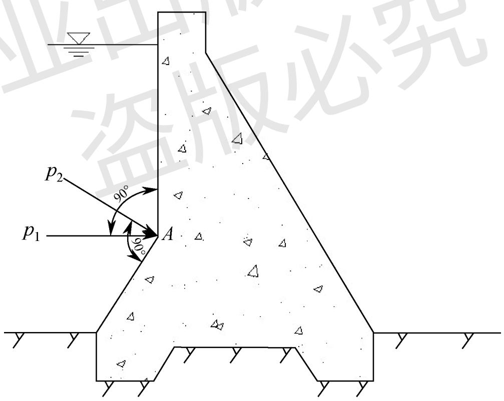


图 1-3　静水压强两个基本特性的应用

（四）绝对压强、相对压强、真空压强

微课视频

计算压强大小时，根据计算基准的不同，任意点的压强可表示为绝对压强和相对压强。

1. 绝对压强

以设想没有气体存在的绝对真空状态作为基准（如图 1-4 中的 0—0 面）计算的压强称为绝对压强，用符号 $p_{绝}$ 表示。

2. 相对压强

以工程大气压 p_a 作为基准（如图 1-4 中的 0′—0′面）计算出的压强称为相对压强，用符号 $p_{相}$ 表示。

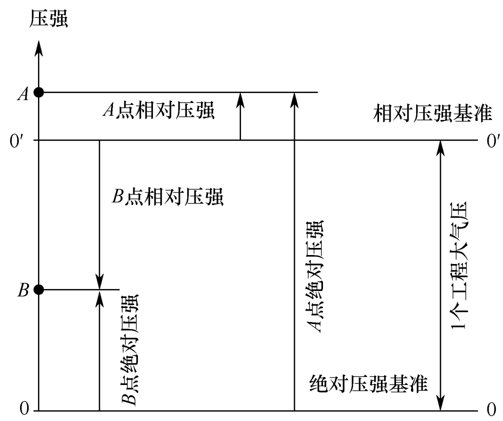


图 1-4　相对压强和绝对压强的关系

绝对压强和相对压强是由不同的基准（零点）计算所得的压强，二者的数值相差 1 工程大气压 p_a，如图 1-4 所示。对于某一点来说，它的相对压强 $p_{相}$ 较绝对压强 $p_{绝}$ 小 1 工程大气压，即

$$p_{相} = p_{绝} - p_a$$

在水利工程中，建筑物表面和水面存在大气压的作用，以工程大气压 p_a 作为计算压强的基准（如图 1-4 中 0′—0′面）进行水力计算比较方便，这种以工程大气压为基准计算所得的压强称为相对压强，即在水力计算中不计入大气压。

3. 真空压强

绝对压强总为正值，而相对压强既可以是正值，也可以是负值，要根据该压强与工程大气压的关系（大于或小于）来决定其正负。当液体中某点的绝对压强小于工程大气压 p_a 时，则该点的相对压强为负值，称为负压，也称该点存在真空。此时相对压强的绝对值称为真空压强，用符号 $p_{真}$ 表示。

根据前面的讨论可知，$p_{真}$、$p_{绝}$、$p_{相}$ 及 p_a 的关系可表示为

$$p_{真} = p_a - p_{绝} = |p_{相}| = -p_{相} \tag{1-3}$$

在之后讨论压强或具体进行压强计算时，若无特殊说明，则均指相对压强，直接以符号 p 表示。

练一练（判断题）

1. 静水压强的方向永远垂直指向受压面。（　　）
2. 静水压强在任一点处各方向上的大小相等，即静水压强的大小和受压面的方位无关。（　　）
3. 当某点的相对压强为负值时，称该点存在真空。（　　）
4. 若某点的绝对压强为 118kPa，则该点的真空压强为 20kPa。（　　）

二、静水压强的基本规律

（一）任一点静水压强方程式

图 1-5 所示为仅在重力作用下的平衡均质液体，液体的表面压强为 p_0，下面分析静水压强的分布规律，即建立 $p=p(x,y,z)$ 的具体函数关系。

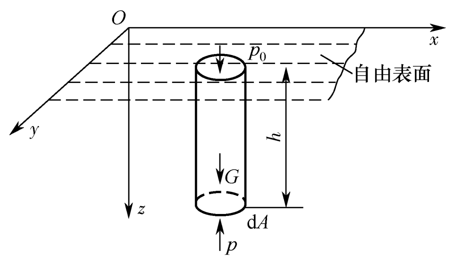


图 1-5　仅在重力作用下的平衡均质液体

在静止液体中任取一点 A，该点在液面以下的淹没深度为 h，压强为 p。围绕 A 点取一微小面积 $\mathrm{d}A$，以 $\mathrm{d}A$ 为底、h 为高，取一铅直液柱为脱离体进行受力分析。

（1）液柱的自重（重力）$G=\gamma h\mathrm{d}A$，方向铅直向下。

（2）作用于液柱顶面的总压力为 $p_0\mathrm{d}A$，方向铅直向下，作用于液柱底面的总压力为 $p\mathrm{d}A$，方向铅直向上。

（3）由于液柱侧面皆为铅直面，因此侧面所受的压力皆为水平力，又因液柱处于平衡状态，所以水平方向上的力相互平衡。在铅直方向，因液柱也处于平衡状态，所以作用于液柱上的所有外力之和等于零，列液柱沿铅直方向的平衡方程式，得

$$-p\mathrm{d}A+p_0\mathrm{d}A+\gamma h\mathrm{d}A=0$$

上式两边同时除以 $\mathrm{d}A$，可写为

$$p=p_0+\gamma h \tag{1-4}$$

式中　h——计算点在液面以下的淹没深度，简称水深；

p——位于水深 h 处的某点的压强；

p_0——液面处的压强；

γ——液体的容重。

单位体积液体的重力称为重度或容重，用符号 γ 表示。$\gamma=\dfrac{G}{V}=\dfrac{mg}{V}=\rho g$，单位为 $\mathrm{N/m^3}$，在水力计算中，常取 4℃ 纯净水的密度 $\rho=1000\mathrm{kg/m^3}$，因此水的容重为 $9800\mathrm{N/m^3}$ 或 $9.8\mathrm{kN/m^3}$。

式（1-4）为仅在重力作用下的平衡均质液体的平衡方程式，也称为静水压强基本方程。它表明仅在重力作用下，静止液体中任一点的静水压强 p 等于液面压强 p_0 和该点在液面以下的深度 h 与液体容重 γ 的乘积之和（γh 又称液重压强）。由式（1-4）可以看出，液面压强可以不变大小地传递到液体内部的任意一点，这就是中学物理中学

过的帕斯卡定律。

在水利工程中，为了计算简便，常取江河渠道液面上的大气压为 98kPa，称为工程大气压，用 p_a 表示。若江河渠道液面上的压强为工程大气压，即 $p_0=p_a$，则式（1-4）可写为

$$p = p_a + \gamma h$$

当不考虑液面上的工程大气压，用相对压强表示时，则式（1-4）可改写为

$$p = \gamma h \tag{1-5}$$

水利工程中常用式（1-5）计算静止液体中任一点处的静水压强。

（二）任意两点静水压强关系式

如图 1-6 所示，若在静水中任取 1、2 两点，水深分别为 h_1、h_2，高度差 $\Delta h=h_1-h_2$，压强分别为 p_1、p_2，则利用式（1-4）或式（1-5）容易得到

$$p_2 - p_1 = \gamma \Delta h \tag{1-6}$$

式（1-6）表明，水下任意两点的压强差为两点淹没水深的差值乘水的容重。

（三）静水压强方程式的意义

前面介绍的静水压强基本方程是用水深 h 确定压强的。若取一水平面 0—0 为基准面，用点距基准面的高度（位置高度 z）确定压强的大小，如图 1-6 中的 z_1、z_2，即 $\Delta h=z_2-z_1$，则将其代入式（1-6）可得

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \tag{1-7}$$

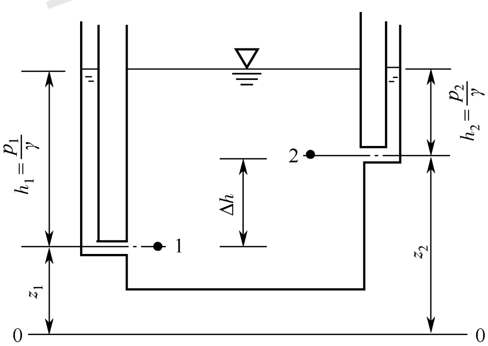


图 1-6　水体中的压强

式（1-7）为静水压强基本方程的另一种表达方式。它表明仅在重力作用下的平衡均质液体中，位置高度越大，即液体淹没深度越小，静水压强越小；位置高度越小，即液体淹没深度越大，静水压强越大。由压强相等的点所构成的平面或曲面称为等压面。

微课视频

由式（1-7）可以看出，仅在重力作用下的平衡均质液体中，位置高度相等的点，压强相等，即等压面是水平面。即仅在重力作用下的均质、

连通的静止液体中，水平面为等压面，这就是连通器的原理。如图 1-7 所示，2—2、4—4 为等压面，1—1、3—3、5—5 不符合等压面条件。

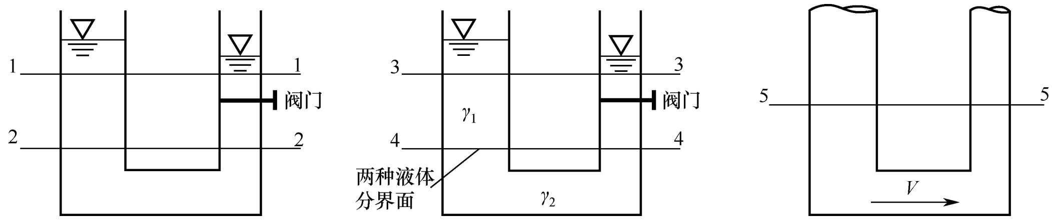


图 1-7　等压面和非等压面

1. 静水压强基本方程的几何意义

对于图 1-6 所示的容器，分别在水深为 h_1、h_2 的边壁上开两个小孔，在孔口处分别连接垂直向上的开口玻璃管，在压力作用下玻璃管中水面升起，管中液面压强为大气压，根据静水压强的基本方程可知，1、2 点处的相对压强分别为

$$p_1=\gamma h_1,\quad p_2=\gamma h_2$$

因此

$$h_1=\frac{p_1}{\gamma},\quad h_2=\frac{p_2}{\gamma}$$

显然，在连通的容器中，对于同种均质液体，玻璃管中液面上升的高度能反映相应点处压强的大小。这种玻璃管称为测压管，$h=\dfrac{p}{\gamma}$称为测压管高度。不难看出，当液体容重 γ 一定时，一定的测压管高度可以表示一定的压强。

在水力学中，把静水压强基本方程中的位置高度 z 称为位置水头，测压管高度$\dfrac{p}{\gamma}$称为压强水头，两者之和 $z+\dfrac{p}{\gamma}$称为测压管水头，用 H_p 表示。

式（1-7）表明，仅在重力作用下的平衡均质液体中，各点测压管水头 H_p 为一常数，即

$$H_p=z+\frac{p}{\gamma}=C \tag{1-8}$$

在式（1-8）中，常数 C 的大小随基准面的位置而变，选定了基准面，C 值就确定了。

2. 静水压强基本方程的物理意义

设想在图 1-6 所示的容器中，围绕 1 点取质量为 dm 的液体，则该液体的位置势能为 dmgz_1，1 点处的压强为 p_1。在 1 点开孔后，在压强的作用下，可以使质量为 dm 的液体上升$\dfrac{p_1}{\gamma}$的高度，这说明 1 点处的压强具有潜在的做功能力，称为压强势能，1 点处

的压强势能为 $\mathrm{d}mg\frac{p_1}{\gamma}$。位于 1 点处质量为 d$m$ 的液体所具有的总势能为

$$\mathrm{d}mgz_1+\mathrm{d}mg\frac{p_1}{\gamma}=\mathrm{d}mg\left(z_1+\frac{p_1}{\gamma}\right)$$

则单位质量的液体所具有的总势能为

$$\frac{\mathrm{d}mgz_1+\mathrm{d}mg\frac{p_1}{\gamma}}{\mathrm{d}mg}=z_1+\frac{p_1}{\gamma} \tag{1-9}$$

式中　z_1——1 点处单位质量液体所具有的位置势能，简称单位位能；

$\frac{p_1}{\gamma}$——1 点处单位质量液体所具有的压强势能，简称单位压能；

$z_1+\frac{p_1}{\gamma}$——单位势能，在工程中常用符号 $E_{势}$ 来表示。

式（1-9）表明，仅在重力作用下的平衡均质液体中，各点的单位势能 $E_{势}$ 均相等。

$$E_{势}=z+\frac{p}{\gamma}=C \tag{1-10}$$

练一练（判断题）

1. 单位质量液体所具有的能量称为单位能量。　（　　）
2. 压强水头又称测压管水头。　（　　）
3. 液体内同一水平面即为等压面。　（　　）

三、压强的单位和测量

微课视频

（一）压强的单位

1. 以应力单位表示

压强用应力单位表示，应强即单位面积上所受到的力，这是压强的基本表示方法，压强的单位为 N/m^2（又称帕斯卡，简称帕，用 Pa 表示，1Pa = 1N/m^2，kPa 为 10^{3}N/m^2，可记为 1kN/m^2）。

2. 以工程大气压表示

物理学中规定：以海平面的平均大气压 760mm 高水银柱的压强为 1 标准大气压（atm）。水银的容重 γ_m 为 133.28kN/m^3，则

$$1\text{atm}=133.28\times0.76\approx101.3\text{kPa}\approx1.03\text{kgf/cm}^2$$

在水利工程中，为了便于计算且统一标准，同时满足工程精度的要求，一般规定

$$1\ \text{工程大气压}=1.0\text{kgf/cm}^2=98.0\text{kPa}$$

3. 以水柱高度表示

水利工程中还常用水柱高度作为压强单位，这是因为在一般的水力计算中，水的

容重可视为常量，所以水柱高度 $h=\dfrac{p}{\gamma}$ 就能代表压强的大小。

例如，1 工程大气压相应的水柱高度为

$$h=\frac{p}{\gamma}=\frac{p}{\rho g}=\frac{98000\mathrm{N/m^2}}{1000\mathrm{kg/m^3}\times 9.8\mathrm{N/m^2}}=10\mathrm{m}\ 水柱$$

不难得出，三种压强单位之间的关系为

$$1\ 工程大气压=98\mathrm{kPa}=10\mathrm{m}\ 水柱产生的压强$$

(二) 压强的测量

目前，用于测量液体、气体压强的仪器较多，它们具有精度高、自动化、智能化等优点，下面仅介绍利用水静力学原理制作的液压计。液压计构造简单，使用方便、可靠，在实验室和实践中被广泛使用。

简单的测压管是图 1-8（a）所示的向上开口的玻璃管，管中液柱高度就能反映容器或管道中点 A 处的相对压强 P_A。

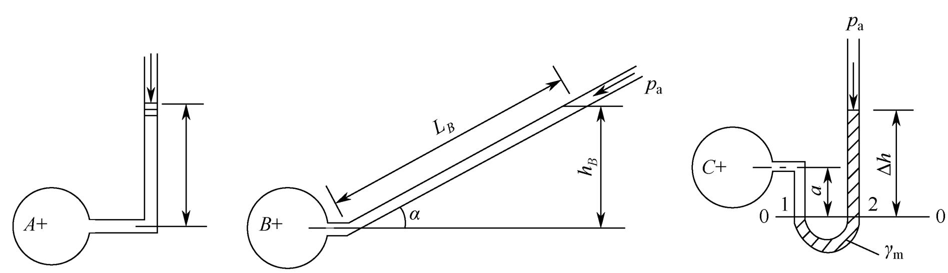
$$P_A=\gamma h_A$$

如果被测点的压强较小，则为了提高测量精度，应增大测压管内液柱的长度，这样可减少读数的相对误差。一般可用两种方法，一种是将测压管倾斜放置，如图 1-8（b）所示，此时液柱长度比液柱高度大一些，B 点的压强应为

$$P_B=\gamma h_B=\gamma L_B\sin\alpha$$

另一种方法是在测压管内装入与水不相掺混的轻质液体（如汽油、乙醇等），此时相等的压强下可以得到较大的液柱高度。当然还可以采用二者相结合的方法，使测量精度更高。

如果被测点的压强较大，则会因测压管内液柱高度过高而使测量不便。这时可以采用 U 形水银测压管，如图 1-8（c）所示。



(a) 向上开口的玻璃管　(b) 将测压管倾斜放置　(c) U形水银测压管

图 1-8　测压管

根据连通器原理，0—0 面为等压面，则

$$p_1=p_C+\gamma a$$

$$p_2=\gamma_m\Delta h$$

因为 $p_1=p_2$，所以

$$p_C + \gamma a = \gamma_m \Delta h$$
$$p_C = \gamma_m \Delta h - \gamma a$$

式中　γ——水的容重；

γ_m——水银的容重。

此式说明，只要从 U 形水银测压管中测出 Δh 和 a，就可以算出点 C 处的静水压强。

1.1.3　重力坝上静水总压力的计算方法

一、作用在矩形平面壁上的静水总压力的计算方法——图解法

三峡大坝的挡水面为矩形，平板闸门等受压面也是矩形，这是水利工程中遇到最多的情况。计算这类平面壁上的静水总压力时，比较简便的方法是利用静水压强分布图，此法称为图解法，又称压力图法。

（一）静水压强分布图

根据静水压强基本方程 $p=\gamma h$ 可知，压强 p 的大小与水深 h 成线性函数关系，因此可以将受压面上的压强沿水深的分布绘制成几何图形，即静水压强分布图。

微课视频

静水压强分布图的绘制方法如下。

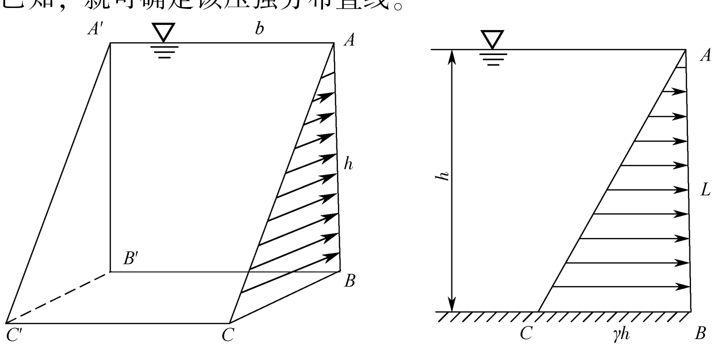
（1）根据静水压强基本方程计算出静水压强的数值，用比例线段长度代表该点静水压强的大小。

（2）在线段一端添加箭头以表示静水压强的方向（垂直于受压面）。

（3）连接线段的另一端构成几何图形，即受压面上的静水压强分布图。

对于平面类受压面，压强 p 沿水深 h 方向呈直线分布，只要确定两个点的压强，就可以确定该直线。

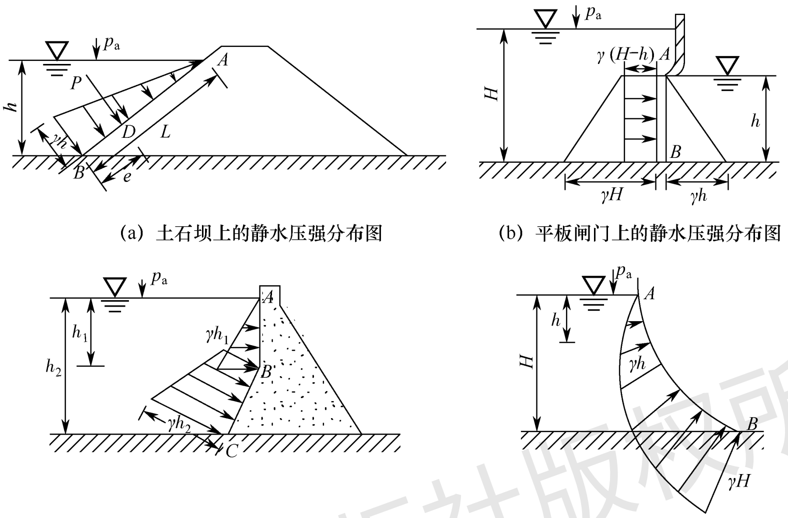
若一矩形平板闸门，一面受静水压力作用，其在水下部分为 $ABB'A'$，深度为 h，宽度为 b，则图 1-9（a）所示为作用在该闸门上的静水压强分布图，为一空间压强分布图；图 1-9（b）所示为垂直于闸门的剖面图，为一平面压强分布图，p 与 h 为一次方关系，故在水深方向静水压强呈直线分布，只要直线上两个点（一般选受压面的两个端点）的压强已知，就可确定该压强分布直线。



(a) 静水压强分布图　　(b) 垂直于闸门的剖面图

图 1-9　矩形平板闸门受力情况

图 1-10 所示为几种代表性受压面的静水压强分布图。同学们也可以按照上述静水压强分布图的绘制方法自己来绘一绘。



(a) 土石坝上的静水压强分布图　(b) 平板闸门上的静水压强分布图

(c) 重力坝上的静水压强分布图　(d) 弧形闸门上的静水压强分布图

图 1-10　几种代表性受压面的静水压强分布图

对于挡水建筑物上下游都受静水压力的情况，静水压强分布图可以叠加，如图 1-10（b）所示，叠加之后的静水压强分布图为矩形，这样做可简化静水总压力的计算。

练一练（判断题）

1. 静水压强分布图可能为直角三角形、梯形和矩形。　（　　）
2. 静水压强分布图要绘制在受压面有水的一侧。　（　　）
3. 静水压强分布图是根据静水压强基本方程 $p=\gamma h$ 绘制的。　（　　）
4. 静水压强分布图不可以叠加。　（　　）
5. 静水压强分布图是根据绝对压强绘制的。　（　　）

（二）静水总压力的计算

静水总压力的计算包括确定静水总压力的方向、大小和作用点。

微课视频

1. 静水总压力的方向

由于平面上各点的静水压强均垂直指向受压面，求解静水总压力属于平行力系求合力的问题，故静水总压力必定垂直指向受压面。

2. 静水总压力的大小

静水总压力一般用 P 表示。如图 1-11 所示，倾斜受压面 $EFF'E'$ 的长度为 L、宽度为 b，EE' 平行于水面，E 点的水深为 h_1，F 点的水深为 h_2。在水面下任一深度取微面积 $\mathrm{d}A$，$\mathrm{d}A=b\mathrm{d}y$。因微面积 $\mathrm{d}A$ 上各点的压强均为 p，则作用于微面积 $\mathrm{d}A$ 上的静水

压力为

$$dP = pb\,dy$$

作用于整个受压面上的静水总压力为

$$P = \int_A dP = b\int_0^L p\,dy$$

式中，$\int_0^L p\,dy$ 就是静水压强分布图的面积，用符号 S 表示，则

$$P = Sb \tag{1-11}$$

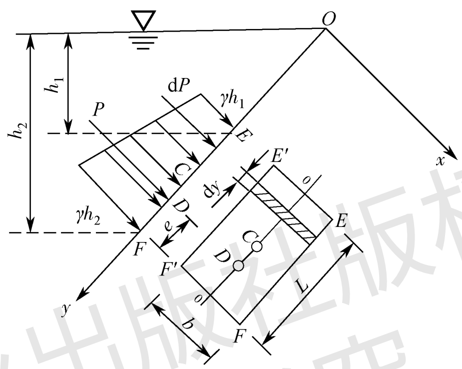


图 1-11 静水总压力作用点

上式表明，作用于矩形平面壁的静水总压力等于静水压强分布图的面积与受压面宽度的乘积。该静水压强分布图为梯形，故 $S=\frac{1}{2}(\gamma h_1+\gamma h_2)L$；若静水压强分布图为三角形，如图 1-9（a）所示，则 $S=\frac{1}{2}\gamma hL$。

3. 静水总压力的作用点

由图 1-11 可以看出，矩形平面壁存在纵向对称轴 0—0，压强相对于 0—0 轴对称分布，P 的作用点 D 必定位于对称轴 0—0 上。同时，P 的作用线还应通过对称轴 0—0 上静水压强分布图的形心，与受压面相交于 D 点，D 点称为压力中心。

当静水压强为三角形分布时，压力中心 D 与底部的距离 $e=\frac{L}{3}$，如图 1-10（a）所示；当静水压强为梯形分布时，根据合力矩定理可求得 $e=\dfrac{L(2h_1+h_2)}{3(h_1+h_2)}$，如图 1-11 所示。

二、作用在任意形状平面壁上的静水总压力的计算方法——解析法

微课视频

在工程中也有一些受压面不是矩形，而是梯形、圆形等形状，如在隧洞中设置的圆形挡板。当受压面为任意形状的平面壁时，静水总压力 P 的计算较为复杂。如图 1-12 所示，倾斜放置于水中的任意形状的平面壁 EF 与水平面的夹角为 α，面积为 A，形心点为 C。下面分析作用于该

平面壁上的静水总压力的大小和压力中心的位置。

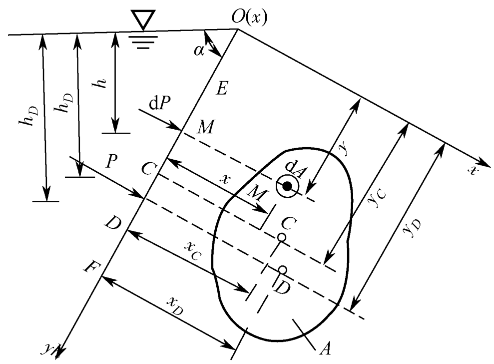


图 1-12　作用在任意形状平面壁上的静水总压力

在 EF 面所在平面建立坐标系 xOy，以 EF 面所在平面与水面的交线为 x 轴，与之相垂直的线为 y 轴。为了便于分析，将 xOy 面绕 y 轴转动 90°。

（一）静水总压力的方向

静水总压力仍垂直指向受压面。

（二）静水总压力的大小

在 EF 面上任取一点 M，围绕 M 点取微小面积 $\mathrm{d}A$。设 M 点的水深为 h，则静水压强 $p=\gamma h$。微面积 $\mathrm{d}A$ 上作用的静水压力 $\mathrm{d}P=p\mathrm{d}A=\gamma h\mathrm{d}A$，整个 EF 面上的静水总压力为

$$P=\int_A \mathrm{d}P=\int_A \gamma h\mathrm{d}A \tag{1-12}$$

由几何关系可知，$h=y\sin\alpha$。因此

$$P=\gamma\sin\alpha\int_A y\mathrm{d}A \tag{1-13}$$

式中　$\int_A y\mathrm{d}A$ ——EF 面对 x 轴的面积矩，其值等于 EF 面的面积 A 与其形心坐标 y_C 的乘积，因此

$$P=\gamma\sin\alpha y_C A \tag{1-14}$$

即

$$P=\gamma h_C A \tag{1-15}$$

式中　h_C——EF 面的形心 C 点在液面下的淹没深度，$h_C=y_C\sin\alpha$。

由于 $\gamma h_C=p_C$，p_C 为形心 C 点的静水压强，由此得

$$P=p_C A \tag{1-16}$$

上式表明，作用在任意形状平面壁上的静水总压力等于该平面壁形心点处的静水压强与该平面壁面积的乘积。

（三）静水总压力的作用点

设压力中心 D 的坐标为（x_D，y_D）。确定 D 点的位置，即求解其坐标值 x_D、y_D。由

理论力学合力矩定理可知，合力对任一轴的力矩等于各分力对该轴力矩的代数和。运用这一原理，首先对 x 轴求力矩

$$P_{y_D}=\int_A yp\mathrm{d}A \tag{1-17}$$

将 $p=\gamma h=\gamma y\sin\alpha$ 代入上式得

$$P_{y_D}=\gamma\sin\alpha\int_A y^2\mathrm{d}A \tag{1-18}$$

令 $I_x=\int_A y^2\mathrm{d}A$，$I_x$ 表示 EF 面对 x 轴的惯性矩。根据惯性矩的平行移轴定理可得

$$I_x=I_{Cx}+y_C^2A \tag{1-19}$$

式中　I_{Cx}——EF 面对通过其形心 C 点与 x 轴平行的轴线的惯性矩。因此

$$P_{y_D}=\gamma\sin\alpha(I_{Cx}+y_C^2A) \tag{1-20}$$

由此可得

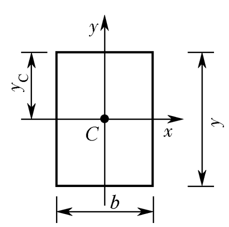
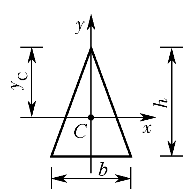
$$y_D=\frac{\gamma\sin\alpha(I_{Cx}+y_C^2A)}{P}=\frac{\gamma\sin\alpha(I_{Cx}+y_C^2A)}{\gamma y_C\sin\alpha A}=y_C+\frac{I_{Cx}}{y_CA} \tag{1-21}$$

由式（1-21）可知，$y_D>y_C$。常见平面图形的 A、y_C 及 I_{Cx} 的计算公式如表 1-1 所示。同理，运用合力矩定理对 y 轴求力矩，可以求出压力中心 D 点的另一个坐标 x_D。

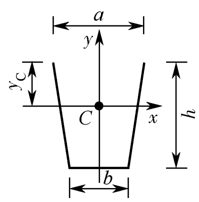
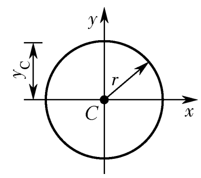
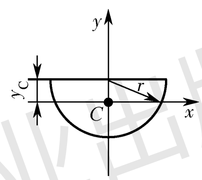
$$x_D=x_C+\frac{I_{Cxy}}{y_CA} \tag{1-22}$$

式中　I_{Cxy}——面积 A 对通过形心 C 点平行 x、y 轴的惯性积。惯性积 I_{Cxy} 不同于惯性矩，其可以是正值，也可以是负值，所以对任意形状的平面而言，压力中心 D 可能在形心 C 点的左侧或右侧。

表 1-1　常见平面图形的 A、y_C 及 I_{Cx} 的计算公式

平面图形名称	图　　示	A	y_C	I_{Cx}
矩形		bh	$\frac{h}{2}$	$\frac{bh^3}{12}$
三角形		$\frac{bh}{2}$	$\frac{2h}{3}$	$\frac{bh^3}{36}$

续表

平面图形名称	图　示	A	y_C	
梯形		$\dfrac{(a+b)h}{2}$	$\dfrac{h}{3}\dfrac{(a+2b)}{(a+b)}$	$\dfrac{h^3}{36}\left(\dfrac{a^2+4ab+b^2}{a+b}\right)$
圆形		πr^2	r	$\dfrac{1}{4}\pi r^4$
半圆形		$\dfrac{1}{2}\pi r^2$	$\dfrac{4r}{3\pi}\approx 0.4244r$	$\dfrac{9\pi^2-64}{72\pi}r^4\approx 0.1098r^4$

在工程实际中，受压面大多具有对称轴，对称轴两侧静水压力对称，所以压力中心落在纵向对称轴上，无须计算 x_D。

图解法和解析法是计算平面壁上静水总压力的两种方法，图解法只适用于矩形平面壁上静水总压力的计算，而解析法可以计算任意形状平面壁上的静水总压力。现在选择一种方法来完成 1.1.1 中的任务吧！

1.1.4　拓展案例

【案例 1-1】 如图 1-11 所示的平板闸门 EF，已知 $h_1=3\text{m}$，$h_2=6\text{m}$，平板闸门宽度 $b=2\text{m}$，长度 $L=5\text{m}$，$\gamma=9.8\ \text{kN/m}^3$，求平板闸门所受的静水总压力 P、压力中心与底部的距离 e。

【分析与计算】

（1）绘制静水压强分布图，如图 1-11 所示。

（2）求解静水总压力的大小。

$$P = Sb = \frac{1}{2}\gamma(h_1 + h_2)bL$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times (3 + 6) \times 2 \times 5 = 441\text{kN}$$

（3）确定压力中心与底部的距离 e。

$$e=\frac{L}{3}\times\frac{2h_1+h_2}{h_1+h_2}=\frac{5}{3}\times\frac{2\times3+6}{3+6}=2.22\text{m}$$

【案例 1-2】 图 1-13 所示为一水工隧洞的进口，倾斜设置一矩形平板闸门，倾斜角 α 为 60°，平板闸门宽度 b 为 4m，门高 L 为 6m，门顶在水面以下的淹没深度 h_1 为 10m。若不计平板闸门自重，则沿斜面拖动平板闸门所需的拉力 T 为多少（已知平板闸门与闸门槽之间的摩擦系数 f 为 0.25）？求解闸门上静水总压力的大小和压力中心的位置。

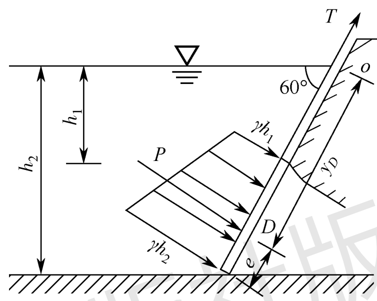


图 1-13　案例 1-2 图

【分析与计算】

当不计平板闸门自重时，拖动平板闸门的拉力就是平板闸门与闸门槽间的摩擦力：

$$T=Pf$$

（1）利用图解法求解静水总压力 P。

先画出平板闸门上的静水压强分布图，静水压强分布图为梯形。

$$\gamma h_1=9.8\times10=98\text{kN/m}^2$$

$$\gamma h_2=\gamma(h+L\sin\alpha)=9.8\times\left(10+6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\approx149\text{kN/m}^2$$

$$S=\frac{1}{2}(\gamma h_1+\gamma h_2)L=\frac{1}{2}\times(98+149)\times6=741\text{kN/m}$$

$$P=Sb=741\times4=2964\text{kN}$$

压力中心与平板闸门底部的距离为

$$e=\frac{L(2h_1+h_2)}{3(h_1+h_2)}=\frac{6\times\left(2\times10+10+6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{3\times\left(10+10+6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}\approx2.79\text{m}$$

$$y_D=\left(L+\frac{h_1}{\sin60°}\right)-e\approx\left(6+\frac{10}{0.87}\right)-2.79\approx14.7\text{m}$$

（2）利用解析法求解静水总压力 P。

利用公式 $P=p_CA=\gamma h_CbL$ 计算静水总压力 P，其中

$$h_C = h_1 + \frac{L}{2} \times \sin 60° \approx 10 + \frac{6}{2} \times 0.87 = 12.61\text{m}$$

$$P = p_C A = \gamma h_C bL = 9.8 \times 12.61 \times 4 \times 6 \approx 2965.87\text{kN}$$

利用公式 $y_D = y_C + \frac{I_{Cx}}{y_C A}$ 计算压力中心的位置，其中

$$y_C = \frac{L}{2} + \frac{h_1}{\cos 60°} \approx 3 + \frac{10}{0.87} \approx 3 + 11.5 = 14.5\text{m}$$

$$I_{Cx} = \frac{1}{12} bL^3 = \frac{1}{12} \times 4 \times 6^3 = 72\text{m}^4$$

$$y_D = y_C + \frac{I_{Cx}}{y_C A} = 14.5 + \frac{72}{14.5 \times 4 \times 6} \approx 14.7\text{m}$$

对于矩形受压面，可以将两种方法结合运用，例如利用解析法求静水总压力的大小，利用图解法求压力中心的位置，这样可使解题过程更为简单。

（3）求解沿斜面拖动平板闸门所需的拉力。

$$T = Pf = 2965.87 \times 0.25 \approx 741\text{kN}$$

【案例 1-3】 如图 1-14 所示，有一设置在隧洞口的铅直圆形平板闸门。已知 $r = 1\text{m}$，$h_C = 10\text{m}$，求作用于平板闸门上的静水总压力。

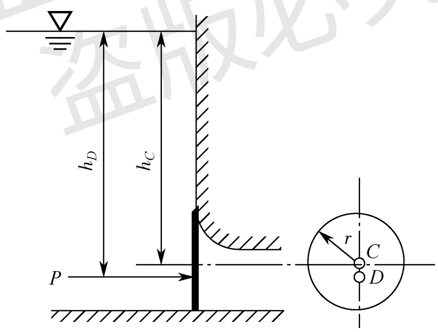


图 1-14　案例 1-3 图

【分析与计算】

利用解析法求解静水总压力：

$$P = p_C A = rh_C \pi r^2 \approx 9.8 \times 10 \times 3.14 \times 1^2 = 307.7\text{kN}$$

压力中心 D 应位于纵向对称轴上，故仅需求出 D 点在纵向对称轴上的位置。在本案例中 $y_C = h_C$，$h_C = h_D$，则

$$h_D = h_C + \frac{I_{Cx}}{h_C A}$$

圆形平面绕圆心轴线的惯性矩 $I_{Cx} = \frac{\pi r^4}{4}$，则

$$h_D = h_C + \frac{I_{Cx}}{h_C A} = 10 + \frac{\frac{1}{4}\pi r^4}{10 \times \pi r^2} = 10 + \frac{1}{40} \approx 10.03\text{m}$$

技能训练

一、选择题

1. 静止湖水中某点水深 $h=2$m，则该点压强为（　　）kPa。

A. 9.8　　B. 19.6　　C. 2　　D. 3

2. 1 工程大气压相当于（　　）m 水柱高。

A. 9.8　　B. 10　　C. 1000　　D. 98

3. 仅在重力作用下的静止液体中，等压面是水平面的条件是（　　）。

A. 同一种液体　　B. 不连通

C. 相互连通　　D. 同一种液体，相互连通

4. 当发生真空时，（　　）。

A. 相对压强小于零　　B. 真空值小于零

C. 真空度小于零　　D. 绝对压强等于零

5. 压力中心是（　　）

A. 淹没面积的中心　　B. 受压面的形心

C. 压力体的中心　　D. 总压力的作用点

6. 某矩形平板闸门关闭时的静水压强分布图的面积为 60.03kN/m，平板闸门宽度 $b=4.5$m，则平板闸门所受的静水总压力 P 的大小为（　　）kN。

A. 270.14　　B. 135.06　　C. 540.23　　D. 260.13

7. 某矩形平板闸门竖直放置且一侧挡水，水深 $h=1$m，平板闸门宽度 $b=2$m，则挡水受压面上的静水总压力大小为（　　）。

A. 9.8N　　B. 9.8kN　　C. 4.9kN　　D. 9.8kPa

8. 静水总压力的计算内容不包括（　　）。

A. 大小　　B. 方向　　C. 作用点　　D. 速度

二、作图题

试绘出图 1-15 中各挡水面上的静水压强分布图。

三、计算题

1. 计算图 1-16 所示的容器壁面上 1～5 各点处的静水压强的大小（单位用 kPa），并绘出各点处静水压强的方向。

2. 如图 1-17 所示，渠道上有一个平板闸门，平板闸门宽度 $b=4$m，平板闸门前水深 $H=2.5$m。求当平板闸门斜放 $\alpha=60°$时所受的静水总压力和当平板闸门铅直放置时所受的静水总压力。

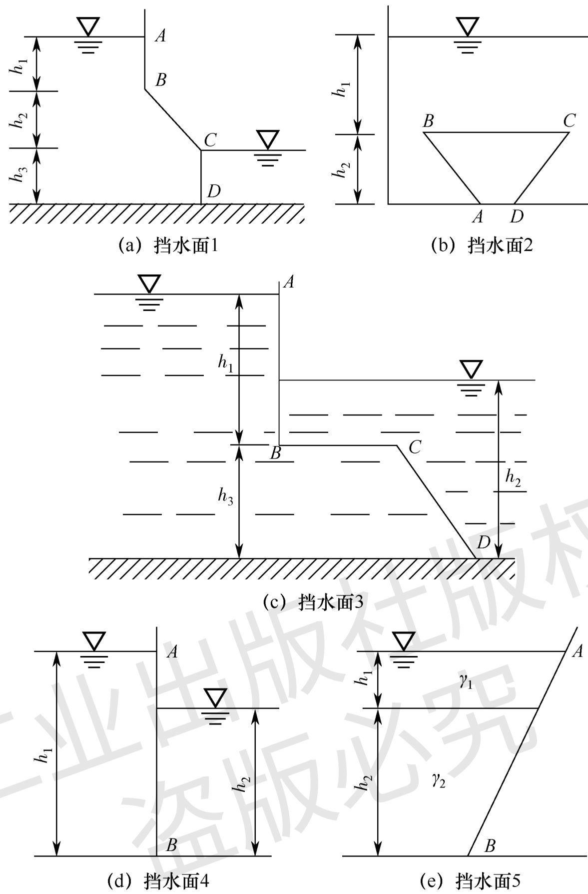


图 1-15 作图题图

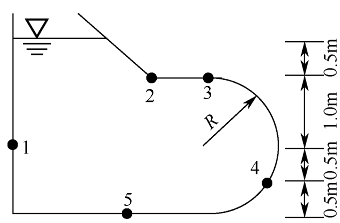


图 1-16 计算题 1 图

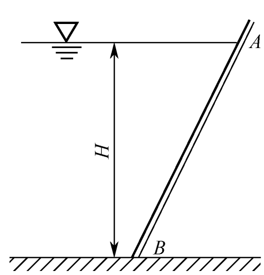


图 1-17 计算题 2 图

任务 2　曲面类挡水面静水总压力计算

1.2.1　任务导入

二滩水电站

二滩水电站地处我国四川省西南边陲攀枝花市盐边与米易两县交界处，处于雅砻江下游，坝址距雅砻江与金沙江的交汇口 33km，距攀枝花市区 46km，该电站的水利枢纽由混凝土双曲拱坝、左岸地下厂房系统，右岸泄洪隧洞，以及左岸过木机道组成，如图 1-18 所示。二滩水电站于 1991 年 9 月开工建设，1998 年 7 月第一台机组发电，2000 年完工。

图 1-18　二滩水电站

二滩水电站是我国第一座超过 200m 的高坝（坝高 240m，实现了从 150m 到 240m 的飞跃，谱写了我国高坝建设交响乐的第一乐章），拥有我国最大的地下厂房洞室群（也是亚洲最大的），是 20 世纪建成投产的最大电站（电站总装机容量为 3300MW），拥有国内最大的水轮发电机组单机容量（550MW），实现了从 335MW 到 550MW 的大跨越。

二滩水电站的大坝承受的总荷载为 980 万吨，电站设计泄水能力为 22480m^3/s，在高坝中为世界第一，导流洞断面面积（高 23m，宽 17.5m）为世界第一。

二滩水电站的双曲拱坝布置在一个狭窄的河段，水头高、流量大，因此泄洪消能设施成为二滩水电站水利枢纽中的重要组成部分。为了使二滩水电站运行条件好、节省投资、利于高速施工，在初步设计的基础上，水利人发挥精益求精的精神，对许多重大技术问题进行了深入的研究，对水利枢纽总体布置方案和设计方案作了大量比较，进行了优化。水利人通过采用不同的新型消能工等新技术、先进的施工方法解决了由布置困难造成的施工干扰大等问题，从而保证了工期，使二滩水电站能按期发电。

二滩水电站是我国第一个全面实行国际招标，完全按照 FIDIC 条款实施工程监理的项目，是世界银行范围内对单个工程提供贷款最多的项目，共有 47 个国家的专家参与了二滩水电站工程的建设，使我国水电建设管理水平跃升了一个新台阶，创造了多个全国乃至世界第一，书写了我国水电建设史上光辉的一页。二滩水电站的成功也标志着我国水电建设水平迈上了一个新台阶，川渝两地就此告别了多年的电力紧张局面，为下世纪的经济发展奠定了基础。

任务：大坝为混凝土双曲拱坝，大坝坝顶高程为海拔 1205m，最大坝高为 240m，水库正常蓄水位为海拔 1200m，顶部厚度为 11m，拱圈最大中心角为 91.49°，坝顶弧长为 775m。在正常蓄水位时，拱坝受到的静水总压力是多少？

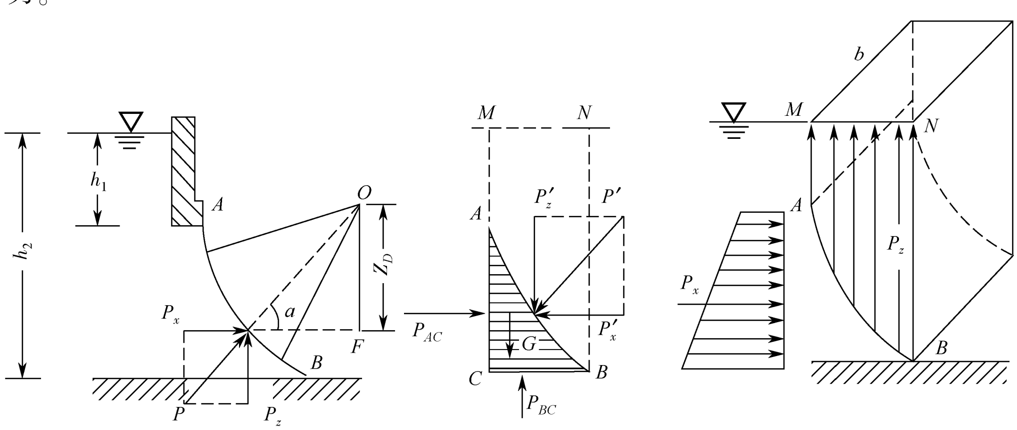
1.2.2　拱坝上静水总压力的特点分析

一、曲面壁静水总压力的两个分力

作用在曲面壁上任一点处的静水压强垂直指向作用面，并且其大小与该点在水面以下的深度成正比，由此可以画出曲面壁上的静水压强分布图，如图 1-10（d）所示。由于曲面壁上各点处静水压强的方向不相同，彼此不平行，也不一定交于一点，因此求曲面壁上的静水总压力不能像求平面壁上的静水总压力那样可以直接积分求其合力。

曲面壁上静水总压力的计算是求空间力系的合力问题，通常采用“先分解后合成”的方法。对于水利工程中常用的二向曲面壁，先将任取的微小面积上所受的静水压力分解为水平分力和垂直分力；然后分别求和，得到静水总压力的水平分力和垂直分力，此时静水总压力的计算就变成了求平行力系的合力问题；最后将静水总压力的水平分力和垂直分力进行合成，求出静水总压力。

如图 1-19 所示，现以弧形闸门 AB（二维曲面壁）为例，分析静水总压力的两个分力。



(a) 弧形闸门受力　　(b) 脱离体　　(c) 压力体

图 1-19　以弧形闸门 AB 为例分析静水总压力

为确定分力 P_x 和 P_z，先选取宽度为 b（弧形闸门宽度）、截面为 ABC 的水体为脱离体，如图 1-19（b）所示，研究该脱离体的平衡。在图 1-19（b）中，各参数的含义如下。

P'——弧形闸门 AB 对水体的反作用力，与 P 等值、反向。

P'_x、P'_z——P' 的水平分力、垂直分力。

P_{AC}、P_{BC}——作用在 AC 面、BC 面的静水总压力。

G——脱离体水重。

（一）曲面壁静水总压力的水平分力

因脱离体在水平方向是静止的，故水平方向合力为零，即

$$P'_x = P_{AC}$$

根据作用力与反作用力大小相等、方向相反的原理，弧形闸门受到的水平分力为

$$P_x = P'_x = P_{AC}$$

上式表明，曲面壁静水总压力的水平分力 P_x 等于曲面壁铅直投影面上的静水总压力。其铅直投影面为矩形平面，故可以按确定平面壁静水总压力的方法来求 P_x，即

$$P_x = Sb \tag{1-23}$$

式中　S——AB 曲面的铅直投影面上静水压强分布图的面积；

　　b——AB 曲面的宽度。

在图 1-19 中，

$$P_x = \frac{1}{2}\gamma(h_2^2 - h_1^2)b$$

因此也可采用解析法，即利用式（1-16）求解 P_x。

（二）曲面壁静水总压力的垂直分力

脱离体在铅直方向是静止的，故铅直方向合力为零，即

$$P'_z = P_{BC} - G$$

式中　P_{BC}——BC 面上受到的静水总压力。

BC 面是以 BC 和 b 为边长的矩形平面，面积用 A_{BC} 表示，所处水深为 h_2，故其面上各点处的静水压强都等于 γh_2。则

$$P_{BC} = \gamma h_2 A_{BC} = \gamma V_{MCBN}$$

式中　V_{MCBN}——以 $MCBN$ 为底面、b 为高的棱柱体体积。

$$G = \gamma V_{ACB}$$

式中　V_{ACB}——以 ACB 为底面、b 为高的棱柱体体积。

$$P'_z = P_{BC} - G = \gamma V_{MCBN} - \gamma V_{ACB} = \gamma V_{MABN}$$

式中　V_{MABN}——以 $MABN$ 为底面、b 为高的棱柱体体积，通常称为压力体体积，如图 1-19（c）所示。底面 $MABN$ 的面积以 $A_{剖}$ 表示，称为压力体剖面。

$$V_{MABN} = A_{剖}\, b$$

$$P'_z = \gamma V_{MABN} = \gamma A_{剖}\, b$$

根据作用力与反作用力大小相等的原理可得

$$P_z = \gamma A_{剖} b = \gamma V_{压} \tag{1-24}$$

式中 $V_{压}$——压力体体积，$V_{压} = V_{MABN}$；

$\gamma V_{压}$——压力体水重。

式（1-24）表明，静水总压力的垂直分力 P_z 等于压力体水重。在实际计算中，只要求得 $A_{剖}$，就可求得 P_z，关键在于掌握压力体剖面图的画法。

根据以上分析可知，压力体是由受压面本身、由受压面的边缘向水面或水面的延续面所作的铅直面与水面或水面的延续面所围成的几何体。

值得注意的是，压力体只作为计算作用在曲面壁上静水总压力的垂直分力的数值当量使用，它不一定由实际液体构成，它只能计算出 P_z 的大小，而 P_z 的方向则应根据受压面与压力体、液体的关系而定。当液体位于受压面之上，即压力体和液体位于受压面的同侧时，压力体中存在液体（称为实压力体），P_z 的方向为垂直向下，如图 1-20（a）所示；当液体位于受压面之下，即压力体和液体位于受压面的异侧时，压力体中没有液体（称为虚压力体），P_z 的方向为垂直向上，如图 1-20（b）所示,。

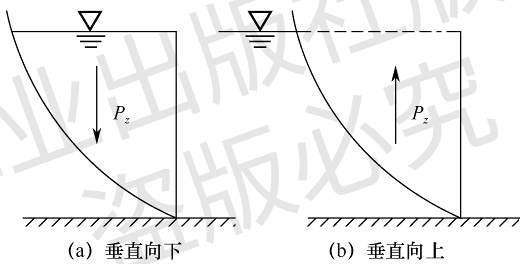


图 1-20 压力体和静水总压力的垂直分力 P_z

垂直分力 P_z 的作用线通过压力体的形心。

练一练（判断题）

1. 曲面壁上静水总压力的计算是求空间力系的合力问题，通常采用“先分解后合成”的方法。（ ）
2. 曲面壁上的静水总压力仅由水平分力确定。（ ）
3. 曲面壁上的静水总压力的水平分力等于曲面壁上铅直投影面上的静水总压力。（ ）

二、压力体剖面图的绘制方法

微课视频

所谓压力体剖面图，是指图 1-19（c）中棱柱体的横剖面，单个曲面壁的压力体剖面图一般由三条或四条边构成，多个曲面壁（凹凸方向不同）的压力体剖面图系由单个曲面壁的压力体剖面图合成而来（面积相等、方向相反，部分抵消），故关键要掌握单个曲面壁压力体剖面图的画法。画图步骤如下。

第一步，画曲面线本身（曲面壁本身的弧线）。

第二步，由曲面壁的上、下边缘（左、右边缘）向水面线或其延长线作垂线。

第三步，由水面线或水面线的延长线将图形封闭。

第四步，确定压力体方向，曲面壁上部受压，水压力方向向下；曲面壁下部受压，水压力方向向上。

需指出，第二步容易出现的错误是向地面（向下）作垂线，正确的画法应该是向水面线或者水面线的延长线作垂线。

想一想，画出图 1-21 中曲面壁 AB 的压力体剖面图。

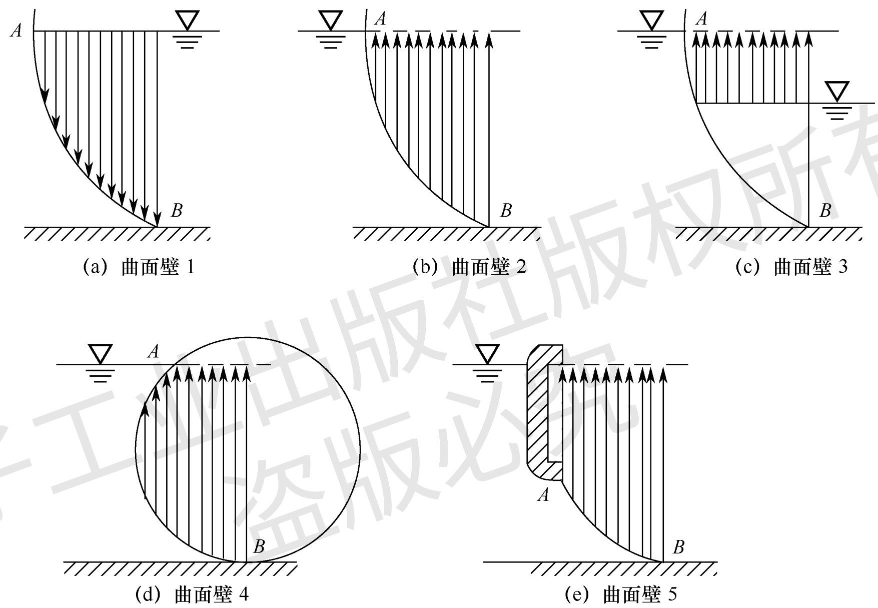


图 1-21　压力体剖面图

对有多个凹凸面的曲面，按 P_z 方向不同，先分段画，再合成，即可以运用分段叠加的方法绘制压力体。如图 1-22 所示，一凹凸相间的复杂柱面 $ABCD$ 可根据液体相对曲面上、下的位置将曲面分段。AC 段液体位于曲面之下，垂直分力向上；CD 段液体位于曲面之上，垂直分力向下。按照前面介绍的方法分别绘制压力体。AC 段、CD 段的压力体分别为 $ABCC'$ 和 $B'DCC'$，显然二者均包括 $B'BCC'$ 部分，但方向不同，可相互抵消，未抵消的部分便是该曲面 $ABCD$ 上的压力体。

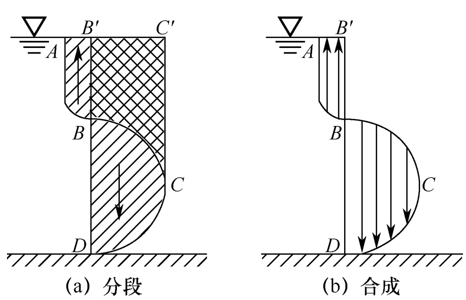


图 1-22　凹凸相间的复杂柱面 $ABCD$ 的压力体剖面图

练一练（判断题）

1. 压力体是由受压面本身、由受压面的边缘向水面或水面的延续面所作的铅直面与水面或水面的延续面所围成的几何体。 (　　)

2. 单个曲面壁的压力体剖面图一般由三条或四条边构成。 (　　)

3. 利用压力体剖面图可以计算受压曲面壁上的垂直分力大小。 (　　)

1.2.3　拱坝上静水总压力的计算方法

微课视频

求出水平分力 P_x 和垂直分力 P_z 后，根据力的合成定理可知，曲面壁所受的静水总压力 P 应为

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} \tag{1-25}$$

静水总压力的方向为曲面壁的内法线方向，即通过曲面壁的曲率中心垂直指向受压面，与水平方向的夹角用 α 表示，如图 1-19 所示。

$$\alpha = \arctan \frac{P_z}{P_x} \tag{1-26}$$

静水总压力的作用点是静水总压力作用线和曲面壁的交点 D。D 在垂直方向的位置用受压曲面壁曲率中心至该点的垂直距离 z_D 表示：

$$z_D = R\sin\alpha \tag{1-27}$$

求静水总压力 P 和其作用点位置的步骤如下。

（1）先画出压力体剖面图。

（2）求 $P_x = p_C A$，$P_z = \gamma A_{剖}\, b$，$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}$。

（3）求 $\alpha = \arctan \frac{P_z}{P_x}$，$z_D = R\sin\alpha$。

按照上述方法和步骤来完成 1.2.1 中的任务吧！

1.2.4　拓展案例

【案例 1-4】图 1-23 所示为溢流坝上弧形闸门，已知弧形闸门宽度 $b = 8\text{m}$，弧形闸门半径 $R = 6\text{m}$，圆心与水平面齐平，中心角为 45°，求作用在弧形闸门上的静水总压力。

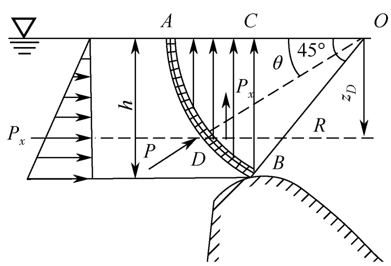


图 1-23　案例 1-4 图

【分析与计算】

闸前水深：$h = R\sin 45° = 6 \times \sin 45° \approx 4.24\text{m}$。

水平分力：$P_x = \gamma h_C A_x = \dfrac{1}{2}\gamma h^2 b = \dfrac{9.8 \times 4.24^2 \times 8}{2} \approx 704.72\text{kN}$。

垂直分力等于压力体 ABC 内的水重。压力体 ABC 的体积等于扇形 AOB 的面积减去三角形 BOC 的面积再乘宽度 b。

扇形 AOB 的面积 $= \dfrac{45°}{360°}\pi R^2 \approx \dfrac{45°}{360°} \times 3.14 \times 6^2 = 14.13\text{m}^2$。

三角形 BOC 的面积 $= \dfrac{1}{2}BC \times OC = \dfrac{1}{2}hR\cos 45° = \dfrac{1}{2} \times 4.24 \times 6 \times \cos 45° \approx 9\text{m}^2$。

压力体 ABC 的体积 $V_{压} = (14.13 - 9) \times 8 = 41.04\text{m}^3$。

因此，垂直分力 $P_z = \gamma V_{压} = 9.8 \times 41.04 \approx 402.19\text{kN}$。

作用在弧形闸门上的静水总压力 $P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{704.72^2 + 402.19^2} \approx 811.41\text{kN}$。

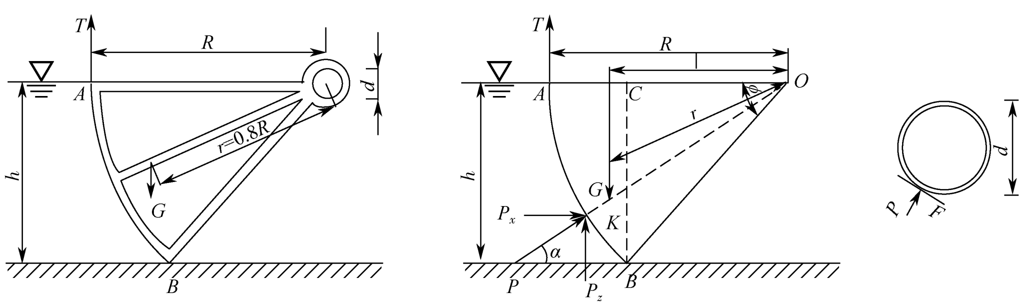
静水总压力的方向与水平方向的夹角 $\theta = \arctan\dfrac{P_z}{P_x} = \arctan\dfrac{402.19}{704.72} = 30°$。

静水总压力作用线通过圆心 O 并与水平面成 30°的夹角。它与弧形闸门的交点 D 即为静水总压力的作用点。

【案例 1-5】 图 1-24 所示为弧形闸门，$R = 6\text{m}$，弧形闸门宽度 $b = 4\text{m}$，闸前水深 $h = 4.8\text{m}$，门轴直径 $d = 16.0\text{m}$，弧形闸门中心与水面同高，弧形闸门自重 $G = 294\text{kN}$，其重心位于 $r = 0.8R$ 处，用钢索提升弧形闸门，门轴转动摩擦系数 $f = 0.3$。求：

（1）作用于弧形闸门上的静水总压力。

（2）开启弧形闸门的提升力 T。



（a）弧形闸门　　（b）弧形闸门受力　　（c）门轴受力

图 1-24　案例 1-5 图

【分析与计算】

（1）求 P 的大小、方向。

水平分力：$P_x = \gamma h_C A = \dfrac{1}{2}\gamma H^2 b = \dfrac{1}{2} \times 9.8 \times 4.8^2 \times 4 \approx 451.58\text{kN}$。

垂直分力：$P_z=\gamma A_{剖}b=\gamma\times$（扇形 AOB 的面积 − 三角形 BOC 的面积）$\times b$。

由于 $\sin\phi=\frac{h}{R}=\frac{4.8}{6}=0.8$，所以 $\phi=53.13°$。

扇形 AOB 的面积 $=\frac{\pi R^2}{360°}\phi\approx\frac{3.14\times6^2}{360°}\times53.13°\approx16.68\mathrm{m}^2$。

$OC=R\cos\phi=6\times\cos53.13°\approx3.6\mathrm{m}$。

三角形 BOC 的面积 $=\frac{1}{2}\times h\times OC=\frac{1}{2}\times4.8\times3.6=8.64\mathrm{m}^2$。

由此可得，$P_z=9.8\times(16.68-8.64)\times4\approx315.17\mathrm{kN}$。

静水总压力为

$$P=\sqrt{P_x^2+P_z^2}=\sqrt{451.58^2+315.17^2}\approx550.69\mathrm{kN}$$

$$\alpha=\arctan\frac{P_z}{P_x}=\arctan\frac{315.17}{451.58}=34.9°$$

（2）求 T。

T 对圆心的力矩应等于弧形闸门自重 G 和静水总压力 P 对圆心的阻力矩，才可以提起弧形闸门。

P 对门轴的摩擦力矩为 $Pf\frac{d}{2}$。

弧形闸门自重对门轴的力矩为 Gl，其中 $l=r\cos\frac{\phi}{2}=0.8\times6\times\cos\frac{53.13°}{2}\approx4.29\mathrm{m}$

由合力矩定理可得

$$TR=Pf\frac{d}{2}+Gl$$

则

$$T=\frac{Pf\frac{d}{2}+Gl}{R}=\frac{550.69\times0.3\times\frac{0.16}{2}+294\times4.29}{6}\approx212.41\mathrm{kN}$$

技能训练

一、选择题

1. 下列说法错误的是（　　）。

A. 弧形闸门受压面为曲面

B. 平板闸门受压面为平面

C. 拱坝受压面为平面

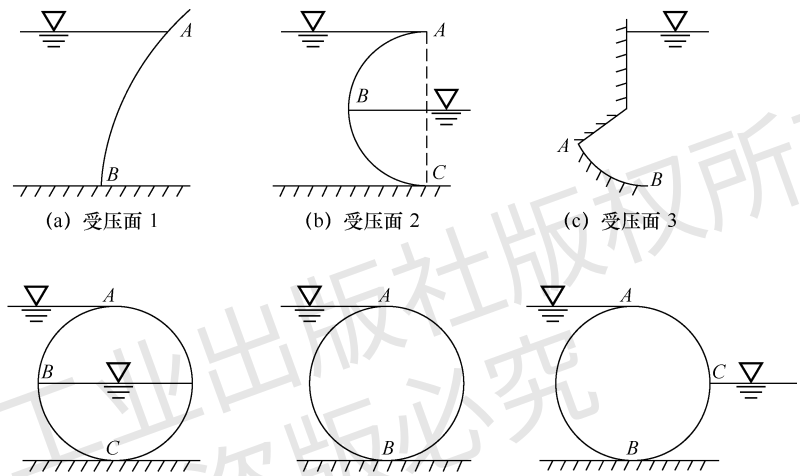
D. 梯形受压面为平面

2. 下列说法正确的是（　　）。

A. 压力中心即为受压面形心
B. 压力中心在受压面的形心以上
C. 静水总压力的方向与静水压强的方向相同
D. 静水总压力的方向与静水压强的方向相反

二、作图题

试绘出图 1-25 中标有字母的受压面上的压力体和曲面壁在铅直投影面上的静水压强分布图。



(a) 受压面 1　(b) 受压面 2　(c) 受压面 3

(d) 受压面 4　(e) 受压面 5　(f) 受压面 6

图 1-25　作图题图

三、计算题

如 1-26 图所示，某弧形闸门 AB 为半径 $R=2\text{m}$ 的圆柱面的 1/4，闸门宽度 $b=4\text{m}$，水深 $h=2\text{m}$，试求作用在 AB 上的静水总压力 P 的大小。

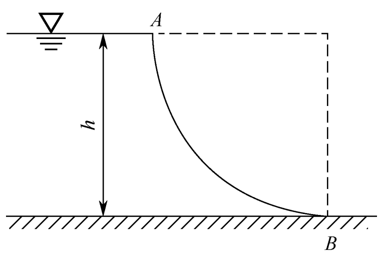


图 1-26　计算题图