

第 3 章 光波导几何分析

光波导由光的透明介质制成，横向将光波限制在小范围内，光可进行长距离传输，如光纤、薄膜波导、条形波导等。介质光波导中传输光的波长通常处于可见和近红外波段范围。本章将用几何光学理论分析光在薄膜波导和光纤中的传输特性。

3.1 均匀介质薄膜波导

薄膜波导是最简单的光波导类型，是集成光学的技术基础，对薄膜波导进行分析，在光波导领域具有典型意义。本节研究从最常用也是最基础的正规光波导开始，若光波导的折射率分布沿纵向(图 3.1 中 z 方向)不变，就称为正规光波导。

(1) 波导结构

薄膜波导也称平板介质波导，最简单、最基本的均匀介质薄膜波导结构如图 3.1 所示，它是由两层低折射率介质膜和中间夹有的一层高折射率介质膜所组成的三层结构。中间一层称为芯层，折射率为 n_1 ，是光波传输的通道；下面一层称为衬底，折射率为 n_2 ；上面一层称为覆盖层，折射率为 n_3 。上下两层都是限制光线的阻挡层，在 y 、 z 方向，波导的折射率均匀，宽度可视作无穷大，光只在 x 方向受约束，沿 z 方向传播，因此也被称为二维光波导。为了保证光线在芯层内传播，必须要求 n_1 大于 n_2 和 n_3 ，一般设定 $n_1 > n_2 \geq n_3$ 。

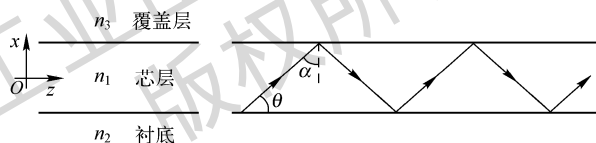


图 3.1 均匀介质薄膜波导结构及其中的传输光线

(2) 波导光线

对于均匀介质波导，光线在芯层内沿直线传播，经上下界面的反射和折射形成锯齿形传播路径。波导中的光线可分为两种，满足全反射条件并且始终被束缚在芯层内的光线，称为束缚光线或导波光线；未满足全反射条件的光线称为折射光线或辐射光线，这种光线可穿过界面进入衬底或覆盖层。

(3) 导波条件

假定芯层的锯齿形光线向 z 方向传播，但是局部光线的指向却有上倾和下倾两种可能，即波矢 \vec{K} 不是唯一确定的，其 x 方向分量 $K_{1x} = \pm n_1 K_0 \cos \alpha$ ，具有双值不确定性。然而 \vec{K} 的 z 方向分量 $K_{1z} = n_1 K_0 \sin \alpha$ 却是唯一确定的，而且在光线的传播过程中始终保持不变，这是一个重要的不变量，以 β 表示，称为传播常数，有

$$\beta = n_1 K_0 \sin \alpha = n_1 K_0 \cos \theta \tag{3.1-1}$$

因为导波光线必须满足界面全反射条件，即 $\sin \alpha > n_2 / n_1$ ，所以 β 必须满足以下条件

$$n_2 K_0 < \beta < n_1 K_0 \tag{3.1-2}$$

式(3.1-2)被称为导波条件，适用于多种类型的波导。有的书籍或文献也用有效折射率 n_{eff} (或 $\bar{\beta}$) 来描述，定义为

$$n_{\text{eff}} = \bar{\beta} = \beta / K_0 \tag{3.1-3}$$

所以，导波条件也可表示为

$$n_2 < n_{\text{eff}} < n_1 \quad (3.1-4)$$

3.2 折射率渐变薄膜波导中的光线

一种实用的非均匀介质薄膜波导，其芯层折射率沿 x 方向渐变，并呈对称分布，如图 3.2 所示， $n(x) = n(-x)$ ， $n(0) = n_1$ ， $n(\pm a) = n_2$ ，芯层厚度为 $2a$ 。

函数 $n(x)$ 的具体形式有多种选择，它必须是缓变、平滑且对称的，实际设计的 $n(x)$ 的峰值和边值仅差 1% 左右，这种函数可用它的泰勒级数展开式代替而不会降低其精确性。如 $f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2}f''(0)x^2 + \dots$ ，因为对称性， $f'(0) = 0$ ，忽略高次项，可得到具有代表性的典型抛物型折射率分布函数

$$n(x) = n_1[1 - \Delta(x/a)^2] \quad (3.2-1)$$

其中
$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_2} \quad (3.2-2)$$

为相对折射率差 (Relative Refractive Index Contrast)，它是介质波导和光纤中的重要参数。

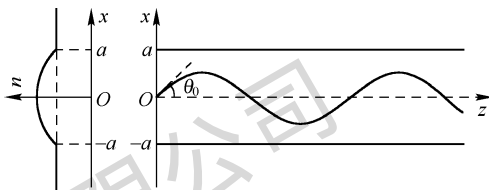


图 3.2 折射率渐变薄膜波导中的光线

基于该种折射率分布的薄膜波导，光线方程 $\frac{d}{dS} \left(n \frac{d\vec{r}}{dS} \right) = \nabla n$ 的分量形式分别为

$$z \text{ 分量} \quad \frac{d}{dS} \left(n \frac{dz}{dS} \right) = 0 \quad (3.2-3)$$

$$x \text{ 分量} \quad \frac{d}{dS} \left(n \frac{dx}{dS} \right) = \frac{dn}{dx} = -2n_1 \Delta x / a^2 \quad (3.2-4)$$

设光线初始值为 $x = 0$ ， $z = 0$ ， $n(0) = n_1$ ，倾角为 θ_0 。由式 (3.2-3)，显见 $n \frac{dz}{dS}$ 为不变量，因此

$$n \frac{dz}{dS} = n \cos \theta = n_1 \cos \theta_0 = \bar{\beta}$$

$$\frac{dz}{dS} = \frac{n_1}{n} \cos \theta_0$$

做变量代换，即将 $\frac{d}{dS} = \frac{dz}{dS} \frac{d}{dz} = \frac{n_1}{n} \cos \theta_0 \frac{d}{dz}$ 代入式 (3.2-4)，得

$$\begin{aligned} \frac{n_1^2}{n} \cos^2 \theta_0 \frac{d^2 x}{dz^2} &= -2n_1 \Delta x / a^2 \\ \frac{d^2 x}{dz^2} &= -\frac{2\Delta x [1 - \Delta(x^2/a^2)]}{a^2 \cos^2 \theta_0} \end{aligned} \quad (3.2-5)$$

忽略此方程的二级小量 Δ^2 项，可得

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = -p^2 x \quad (3.2-6)$$

其中
$$p = \frac{\sqrt{2\Delta}}{a \cos \theta_0} \quad (3.2-7)$$

为振荡型光线的空间频率，求解方程式 (3.2-6)，得到光线曲线函数为

$$x = x_m \sin(pz) \quad (3.2-8)$$

对上述结果讨论如下。

(1) 导波光线

抛物型折射率渐变波导的光线是一组正弦曲线，曲线不需界面反射，而是自行往返，蛇行前进。只要振幅适当，不超出芯层，光线就是导波光线。这说明，不但可以利用折射率突变介质构成波导，使光线在界面折返，形成导波光线，也可以利用折射率渐变介质构成传导光线的波导。

(2) 振幅

振幅由初始条件决定。为求出振幅 x_m ，利用不变量 $n \cos \theta = n_1 \cos \theta_0$ ，对于式(3.2-8)表示的曲线的极值点 $x = \pm x_m$ ， $\cos \theta = 1$ ，因而 $n(x_m) = n_1 \cos \theta_0$ ，由式(3.2-1)得到

$$n_1 \cos \theta_0 = n_1 [1 - \Delta(x_m/a)^2]$$

进而解出
$$x_m = a \sqrt{\frac{1 - \cos \theta_0}{\Delta}} \quad (3.2-9)$$

可见，初始入射角 θ_0 较大时，相应的振幅也较大。图 3.3 示出了 θ_0 不同时，波导中光的传播路径，较大振幅的光线可传播至远离波导中心的低折射率区。

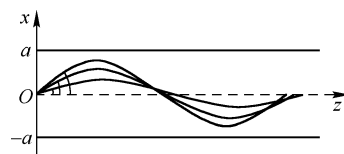


图 3.3 折射率渐变波导中光的传播路径

(3) 导波条件

式(3.2-9)给出了振幅 x_m 与光线的入射角 θ_0 的关系，较大的 θ_0 对应较大的 x_m 。由于 x_m 会受到芯层尺寸的限制，即 $x_m < a$ ，相应地要求

$$\cos \theta_0 > 1 - \Delta \quad (3.2-10)$$

或者

$$\sin \theta_0 < \sqrt{2\Delta} \quad (3.2-11)$$

这是折射率渐变波导中导波条件的另一种表示形式。利用 $\Delta = (n_1 - n_2)/n_1$ 和 $\beta = n_1 K_0 \cos \theta_0$ ，并代入式(3.2-10)，同样可得到前面给出的导波条件的一般形式

$$n_2 K_0 < \beta < n_1 K_0$$

(4) 光线的空间周期

光线的空间周期 Λ 是指正弦型光线在一个振荡周期内的传播距离。由式(3.2-8)容易得到

$$\begin{aligned} p\Lambda &= 2\pi \\ \Lambda &= \frac{2\pi a \cos \theta_0}{\sqrt{2\Delta}} \end{aligned} \quad (3.2-12)$$

波导结构确定以后， Λ 也与初始入射角 θ_0 有关， θ_0 越大， Λ 越小，如图 3.3 所示。

(5) 自聚焦现象

式(3.2-12)表明，折射率呈抛物型渐变的波导， Λ 与 θ_0 有关。尽管如此，当 Δ 很小时，如取 $\Delta = 0.01$ ，导波光线的 θ_0 则被限制在 $0^\circ \sim 8^\circ$ 之间。这时，不同的 θ_0 引起的空间周期的偏离通常不超过 1%，多径光线空间周期近似相同，因此输入点的发散光线会在 $\Lambda/2$ 处重新会聚，并在 $\Lambda/2$ 整数倍处逐次会聚。另外，输入点出发的光线会在 $\Lambda/4$ 处形成平行光；如果入射的是平行光，也会在 $\Lambda/4$ 处会聚。这些现象如同透镜效应，称为自聚焦现象，并且焦距 $f = \Lambda/4$ 。3.4 节要介绍的梯度光纤，芯层折射率也是渐变的，其中光线同样有此现象，此时 a 相当于纤芯半径。所以可选择适当长度，使从光纤出来的光为平行光或会聚光。如果对波导或光纤的折射率分布进行特殊设计，则可以实现严格的自聚焦，如 3.5.2 节中折射率呈双曲正割函数分布的波导中的光线。

3.3 阶跃光纤中的光线

光纤实际上就是圆柱形状的介质波导，为多层同心圆结构，最内层为纤芯，包裹着纤芯的

称为包层。光纤材料有石英的，多组分玻璃的，也有塑料的。石英光纤的纤芯和包层材料都是石英玻璃，只是掺杂成分和浓度略有不同。光纤可分为多模光纤和单模光纤。目前石英光纤的结构参数已经标准化，如表 3.1 所示。阶跃光纤(SIF: Step Index Fiber)芯层折射率 n_1 和包层折射率 n_2 都是均匀不变的，且 $n_1 > n_2$ 。

表 3.1 石英光纤结构参数

种类	芯径 $2a$ /包层 $2b$ (μm)	相对折射率差 Δ
多模光纤	50 / 125	1%~2%
	62.5 / 125	
	100 / 140	
	200 / 230	
单模光纤	4~10 / 125	0.3%~1%

3.3.1 子午光线

由于阶跃光纤的纤芯折射率均匀，所以光线在纤芯内沿直线传播，经多次反射的纤芯光线形成折线路径。如果光线的某一折线段与光纤轴线相交，则该线段必在含轴线的的一个主截面内。由该线段在界面上的入射点引出的柱面半径即法线也必然在同一主截面内，因为反射定律要求入射线、法线、反射线共面，因而反射线必定在这一主截面内，进而逐次反射所形成的锯齿形光线也必将落在同一平面内，且各段均与轴线相交。这种与轴线相交的光线称为子午光线，图 3.4 示出了其投影图。

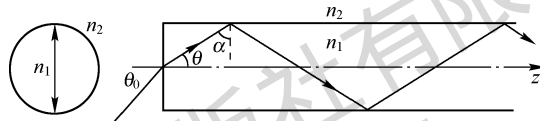


图 3.4 阶跃光纤子午光线的投影图

(1) 导波条件

阶跃光纤子午光线的导波条件由全反射条件决定，如图 3.4 所示，设 θ 为光线与 z 轴的夹角， α 为界面入射角，则 $\cos \theta = \sin \alpha > n_2/n_1$ ， $n_1 \cos \theta > n_2$ ，因而导波条件仍然为

$$n_2 < \bar{\beta} < n_1 \quad (3.3-1)$$

(2) 数值孔径

假设光纤的端面有光线入射，端面入射角为 θ_0 ，则

$$n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta \quad (\text{设 } n_0 = 1)$$

因 $\cos \theta > n_2/n_1$ 或 $\sin \theta < \sqrt{1 - n_2^2/n_1^2}$ ，得

$$\sin \theta_0 < \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (3.3-2)$$

定义由导波条件限制的光线最大入射角的正弦 $\sin \theta_0$ 为光纤的数值孔径 (Numerical Aperture)，记为 NA，有

$$\text{NA} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = n_1 \sqrt{2\Delta} \quad (3.3-3)$$

数值孔径是光纤的重要参数，NA 越大，光纤接收光的能力越强，纤芯对能量的束缚越强，光纤抗弯曲性能越好。从式(3.3-3)可见， Δ 越大，NA 越大。但后面会介绍， Δ 越大，模式色散会越严重，将影响信号的传输质量。实际的多模光纤的数值孔径约为 0.2，单模光纤的数值孔径约为 0.1。

如果是折射率渐变光纤，则数值孔径不是常数，与光线射入光纤的位置即径向距离 r_0 有关，称为本地数值孔径，有

$$\text{NA} = \sqrt{n^2(r_0) - n^2(a)}$$

$n(a)$ 为纤芯最低的折射率。

3.3.2 偏斜光线

纤芯内存在的另一类光线是不与轴相交的空间折线，称为偏斜光线。这种光线通过反射，在柱面内既旋转又前进，但始终与轴保持一定距离，因而可以设想偏斜光线在传播过程中总与一个虚拟的圆柱面相切，这个圆柱面称为偏斜光线的内焦散面，如图 3.5 所示。

偏斜光线的具体性质可归纳为它的一些几何参数的不变性，如图 3.6 所示，在光线传播过程中，保持恒定的参数包括：

- (1) 逐次反射的反射角 α ;
- (2) 光线的线段长度 L ;
- (3) 光线与轴线的夹角 θ ;
- (4) 光线的旋进距离 z ;
- (5) 光线的旋转角 φ ;
- (6) 光线与轴线的距离 l 。

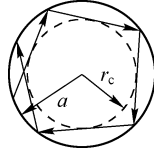


图 3.5 偏斜光线投影图

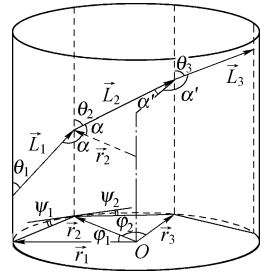


图 3.6 偏斜光线立体图

对上述结论的证明只需依据光的反射定律。相邻两段光线用 \vec{L}_1 和 \vec{L}_2 表示，它们的纵向分量分别为 \vec{Z}_1 和 \vec{Z}_2 ，横向投影的端点位矢用 \vec{r}_1 、 \vec{r}_2 、 \vec{r}_3 表示，那么

$$\vec{L}_1 = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 + \vec{Z}_1 \quad (3.3-4)$$

$$\vec{L}_2 = \vec{r}_3 - \vec{r}_2 + \vec{Z}_2 \quad (3.3-5)$$

由于 \vec{L}_1 、 \vec{L}_2 、 \vec{r}_2 三线共面，且入射角等于反射角，以矢量形式表示为

$$\vec{r}_2 \cdot \vec{L}_1 / L_1 = -\vec{r}_2 \cdot \vec{L}_2 / L_2 \quad (3.3-6)$$

$$\vec{r}_2 \times \vec{L}_1 / L_1 = \vec{r}_2 \times \vec{L}_2 / L_2 \quad (3.3-7)$$

将式 (3.3-4) 和式 (3.3-5) 分别代入上面二式，得到

$$\frac{1 - \cos \varphi_1}{L_1} = \frac{1 - \cos \varphi_2}{L_2} \quad (3.3-8)$$

$$(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 + \vec{r}_2 \times \vec{Z}_1) / L_1 = (\vec{r}_2 \times \vec{r}_3 + \vec{r}_2 \times \vec{Z}_2) / L_2 \quad (3.3-9)$$

分离式 (3.3-9) 的纵向部分和横向部分，分别得到

$$\frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{L_1} = \frac{\vec{r}_2 \times \vec{r}_3}{L_2}$$

即
$$\frac{\sin \varphi_1}{L_1} = \frac{\sin \varphi_2}{L_2} \quad (3.3-10)$$

及
$$\frac{\vec{r}_2 \times \vec{Z}_1}{L_1} = \frac{\vec{r}_2 \times \vec{Z}_2}{L_2}$$

即
$$\frac{Z_1}{L_1} = \frac{Z_2}{L_2} \quad (3.3-11)$$

综合式 (3.3-8) 和式 (3.3-10) 得到

$$\frac{1 - \cos \varphi_1}{\sin \varphi_1} = \frac{1 - \cos \varphi_2}{\sin \varphi_2}$$

即
$$\tan \frac{\varphi_1}{2} = \tan \frac{\varphi_2}{2} \quad (3.3-12)$$

至此已证明
$$\varphi_1 = \varphi_2, L_1 = L_2, Z_1 = Z_2, \theta_1 = \theta_2, \alpha_1 = \alpha_2, l_1 = l_2 \quad (3.3-13)$$

子午光线的导波条件也适用于偏斜光线，现在证明对于偏斜光线， $\bar{\beta} > n_2$ 或 $\cos\theta > n_2/n_1$ 同样满足全反射条件。由图 3.6 的几何关系容易得到

$$\cos\alpha = \sin\theta \sin\frac{\varphi}{2} \quad (3.3-14)$$

即 $\cos\alpha \leq \sin\theta$ ，则

$$\sin\alpha \geq \cos\theta > n_2/n_1 \quad (3.3-15)$$

3.4 梯度光纤中的光线

梯度光纤 (GIF: Graded Index Fiber)，也称渐变光纤，纤芯折射率 $n(\bar{r})$ 沿径向单调下降，并且是轴对称函数，设 $n(0) = n_1$ ， $n(a) = n_2$ ，包层折射率 n_2 均匀不变。

3.4.1 柱坐标的光线方程

建立以光纤轴为 z 轴的柱坐标系 (r, φ, z) ，如图 3.7 所示。光线的矢量微元为

$$d\vec{R} = \bar{r}_0 dr + \bar{\varphi}_0 r d\varphi + \bar{z}_0 dz \quad (3.4-1)$$

$$\frac{d\vec{R}}{dS} = \bar{r}_0 \frac{dr}{dS} + \bar{\varphi}_0 r \frac{d\varphi}{dS} + \bar{z}_0 \frac{dz}{dS} \quad (3.4-2)$$

式中， \bar{r}_0 、 $\bar{\varphi}_0$ 、 \bar{z}_0 为单位矢量。

在柱坐标系下，光线方程 $\frac{d}{dS} \left(n \frac{d\vec{r}}{dS} \right) = \nabla n$ 等号左、右两端表

示形式分别为

$$\frac{d}{dS} \left(n \frac{d\vec{R}}{dS} \right) = \bar{r}_0 \frac{d}{dS} \left(n \frac{dr}{dS} \right) + \bar{\varphi}_0 \frac{d}{dS} \left(nr \frac{d\varphi}{dS} \right) + \bar{z}_0 \frac{d}{dS} \left(n \frac{dz}{dS} \right) + n \frac{dr}{dS} \frac{d\bar{r}_0}{dS} + nr \frac{d\varphi}{dS} \frac{d\bar{\varphi}_0}{dS} \quad (3.4-3)$$

$$\nabla n = \bar{r}_0 \frac{\partial n}{\partial r} + \bar{\varphi}_0 \frac{\partial n}{r \partial \varphi} + \bar{z}_0 \frac{\partial n}{\partial z} = \bar{r}_0 \frac{\partial n}{\partial r} \quad (3.4-4)$$

利用如下的微分关系式

$$\frac{d\bar{r}_0}{dS} = \frac{d\varphi}{dS} \frac{d\bar{r}_0}{d\varphi} = \bar{\varphi}_0 \frac{d\varphi}{dS}$$

$$\frac{d\bar{\varphi}_0}{dS} = \frac{d\varphi}{dS} \frac{\partial \bar{\varphi}_0}{\partial \varphi} = -\bar{r}_0 \frac{d\varphi}{dS}$$

经整理得到柱坐标系下光线方程的分量形式

$$\frac{d}{dS} \left(n \frac{dr}{dS} \right) - nr \left(\frac{d\varphi}{dS} \right)^2 = \frac{dn}{dr} \quad (3.4-5)$$

$$\frac{d}{dS} \left(nr \frac{d\varphi}{dS} \right) + n \frac{dr}{dS} \frac{d\varphi}{dS} = 0 \quad (3.4-6)$$

$$\frac{d}{dS} \left(n \frac{dz}{dS} \right) = 0 \quad (3.4-7)$$

上述方程中出现的坐标变量的导数，可用几何参数表示，以便于直观理解。如图 3.7 所示， θ 表示 $d\vec{R}$ 与 z 轴的夹角， ψ 表示 $d\vec{R}$ 在横截面内的投影与切线方向的夹角。由此，矢量微元 $d\vec{R}$ 及其分量的几何关系表示如下：

$$\text{径向分量:} \quad dr = dS \sin\theta \sin\psi \quad \text{或} \quad \frac{dr}{dS} = \sin\theta \sin\psi \quad (3.4-8)$$

$$\text{切向分量:} \quad r d\varphi = dS \sin\theta \cos\psi \quad \text{或} \quad \frac{d\varphi}{dS} = \frac{1}{r} \sin\theta \cos\psi \quad (3.4-9)$$

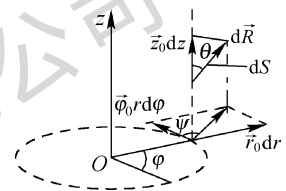


图 3.7 柱坐标下微元
矢量分解图

纵向分量:
$$dz = dS \cos \theta \quad \text{或} \quad \frac{dz}{dS} = \cos \theta \quad (3.4-10)$$

3.4.2 光线不变量

方程式(3.4-7)是全微分形式, 由此可以确定光线的第一个不变量

$$n(r) \frac{dz}{dS} = n(r) \cos \theta = \bar{\beta} \quad (3.4-11)$$

$\bar{\beta}$ 是各种波导共有的传播常数(这里用有效折射率表示), 它的不变性等价于波矢 \vec{K} 的传播分量 $K_z = K_0 \bar{\beta}$ 的不变性, 这是由光纤介质在 z 方向的均匀性所决定的, 因为 $n(r)$ 仅是 r 的函数, 说明光线沿 z 轴传播的速度恒定不变, 与光线的轴向夹角 θ 无关, 也意味着光子动量($\hbar \vec{K}$)的 z 分量守恒。

用 r 乘以方程式(3.4-6)的各项, 可使该方程演变为全微分形式

$$\frac{d}{dS} \left(nr^2 \frac{d\varphi}{dS} \right) = 0 \quad (3.4-12)$$

由此得到第二个光线不变量

$$nr^2 \frac{d\varphi}{dS} = nr \sin \theta \cos \psi = av \quad (3.4-13)$$

其中 a 为光纤半径, v 称为光线旋转常数, 是描述光线旋转程度的无量纲参数。例如对于子午光线, $\psi = \pi/2$, $v = 0$, 表明子午光线是无旋转的光线; 而对于偏斜光线, v 一定是非零的。

一个代表光线旋转性的不变量的存在, 本质上是由光纤介质分布的轴对称性决定的, 它意味着光子角动量($\vec{r} \times \hbar \vec{K}$)的 z 分量守恒。也说明光线角向转动速度取决于光线轨迹到纤轴的距离 r , 最大的 r 处光线转动最慢, 最小的 r 处光线转动最快。

3.4.3 光线判据函数

梯度光纤中的光线受到两个不变量的控制, 同时又受到径向折射率梯度的拉动作用, 因而这些光线必定是空间曲线。如果 $v = 0$, $d\varphi/dS = 0$, 则光线必然是主截面内的平面曲线; 如果 $v \neq 0$, 则光线会沿轴向传播同时转动而形成螺旋状的空间曲线。无论是子午光线还是偏斜光线, 它们都可能是束缚光线或者折射光线, 如何通过参数的鉴别, 区分不同性质的光线是一个基本问题。

梯度光纤中束缚光线不是通过全反射转向的, 而是在折射率梯度作用下渐变转向的, 并且在到达包层界面之前实现折返, 折返点的存在是束缚光线区别于折射光线的特点。

折返点显然是 r 的极值点, 因而应有

$$dr/dS = 0 \quad (3.4-14)$$

由式(3.4-8)和式(3.4-13), 可以得到 dr/dS 与常数 $\bar{\beta}$ 和 v 的关系式

$$\left(\frac{dr}{dS} \right)^2 = \sin^2 \theta \sin^2 \psi = \sin^2 \theta (1 - \cos^2 \psi) = \sin^2 \theta - \frac{a^2 v^2}{n^2 r^2}$$

$$n^2 \left(\frac{dr}{dS} \right)^2 = n^2(r) - \bar{\beta}^2 - a^2 v^2 / r^2 \quad (3.4-15)$$

定义光线判据函数

$$g(r) = n^2(r) - \bar{\beta}^2 - a^2 v^2 / r^2 \quad (3.4-16)$$

$g(r)$ 是柱坐标 r 的函数, 对光线分析有实际意义。 $g(r)$ 的零点对应光线的折返点, 因而可以方便地求解折返点的位置。此外, 对于光线的其他部分, 必有 $g(r) > 0$, 但是某些参数也可以使 $g(r) < 0$, 这显然与式(3.4-15)、式(3.4-16)不相容, 唯一的解释是, $g(r)$ 的负值区不存在光

线。所以， $g(r) \geq 0$ 是光线存在的必要条件。

3.4.4 光线分析

1. 阶跃光纤的子午光线

这里再利用光线判据函数来分析一下阶跃光纤中的子午光线。光线在一个平面内传输，无转动， $\nu=0$ ，相应 $d\phi/dS=0$ ，即 $\psi=\pi/2$ 。光线判据函数为 $g(r)=n^2-\bar{\beta}^2$ ，当 $n_2 < \bar{\beta} < n_1$ 时，芯层的 $g > 0$ ，包层的 $g < 0$ ，如图 3.8(a)所示。此时芯层有光线，包层无光线，光线被束缚在芯层，为导波光线。当 $\bar{\beta} < n_2$ 时，芯层和包层的光线判据函数均为 $g > 0$ ，如图 3.8(b)所示。此时光线不但在芯层传输，同时进入包层传输，不被束缚，属于辐射光线，也即折射光线。

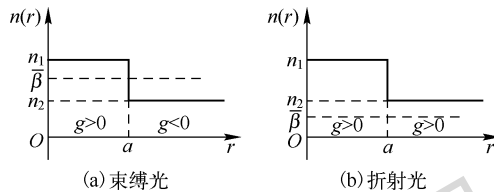


图 3.8 阶跃光纤子午光线的判断

2. 阶跃光纤的偏斜光线

偏斜光线的特点是旋转常数 $\nu \neq 0$ ，光线具有旋转性，并且不经过轴线。光线判据函数为

$$g(r) = n^2 - \bar{\beta}^2 - a^2 \nu^2 / r^2 \quad (3.4-17)$$

表 3.2 $g(r)$ 关键点取值

将 $g(r)$ 关键点取值列入表 3.2 中。可见在 $r=0$ 处永远无光线，光线不可能与轴相交。如图 3.5 和图 3.9 所示，这里分三种情况对光线进行分析。

r	0	$(0 \rightarrow a)$	$a (\leftarrow \infty)$	∞
$g(r)$	$-\infty$	$n_1^2 - \bar{\beta}^2 - \nu^2$	$n_2^2 - \bar{\beta}^2 - \nu^2$	$n_2^2 - \bar{\beta}^2$

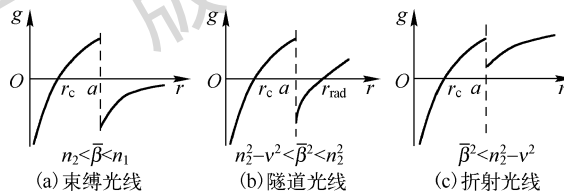


图 3.9 阶跃光纤偏斜光线的三种可能情况

(1) 束缚光线 $n_2 < \bar{\beta} < n_1$

包层中的光线判据函数始终小于零，不存在光线。在芯层，只在 (r_c, a) 区域存在光线， $r=r_c$ 的圆柱面为内焦散圆柱面，该面上的 $g=0$ 。

(2) 隧道光线 $n_2^2 - \nu^2 < \bar{\beta}^2 < n_2^2$

包层中， $g(a) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 - \nu^2 < 0$ 及 $g(\infty) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 > 0$ ，包层中的 $g(r)$ 由负转正，存在一个零点，设零点位置为 r_{rad} ，如图 3.9(b)所示，于是

$$r_{\text{rad}} = a \nu / \sqrt{(n_2^2 - \bar{\beta}^2)} \quad (3.4-18)$$

上式定义了辐射焦散面，并且 $r_{\text{rad}} > a$ 。

这种情况下，包层被分割为无光线的暗区 (a, r_{rad}) 和光线传播区 (r_{rad}, ∞) ，芯层内的光线分布与(1)基本相同，这类光线称作隧道光线。隧道名称的由来是基于这些光线仿佛是穿过一段有限长的隧道而到达包层的这一事实。包层光线的来源一般解释为，芯层光线借助于隧道

“暗区”存在的“倏逝波”的耦合作用，泄漏到包层中。辐射引起功率损耗，因而这种光线属于泄漏光线。泄漏造成芯层光线的能量损耗，因而隧道光线在传播过程中会很快被淘汰，不能成为导波光线。

(3) 折射光线 $\bar{\beta}^2 < n_2^2 - \nu^2$

包层中， $g(a) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 - \nu^2 > 0$ ， $g(r)$ 单调递增，所以在包层中始终存在 $g(r) > 0$ ，包层变为光线传播区，为折射光线，自然也属于泄漏光线，如图 3.9(c)所示。

3. 梯度光纤的子午光线

同样，子午光线的特点是 $\nu = 0$ ，或者 $d\varphi/dS = 0$ ，所以 φ 为定值，光线是主截面内的平面光线。光线判据函数为

$$g(r) = n^2(r) - \bar{\beta}^2 \tag{3.4-19}$$

(1) 束缚光线 $n_2 < \bar{\beta} < n_1$

包层中 $g(r) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 < 0$ ，包层中不存在光线，证明光线全部被约束在芯层内，因而光线性质是束缚光线。

芯层内，因折射率 $n(r)$ 是单调递减函数(见图 3.10)， $g(0) = n_1^2 - \bar{\beta}^2 > 0$ ，而 $g(a) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 < 0$ ，因而在 $(0, a)$ 区间 $g(r)$ 必有一个零点 r_p ($r_p \leq a$)，光线有折返点，光线被限制在以 r_p 为半径的圆柱形焦散面内，形成类似正弦型的光线路径，如图 3.11 所示。

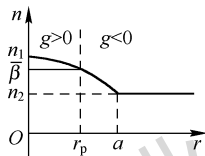


图 3.10 子午光线判据图

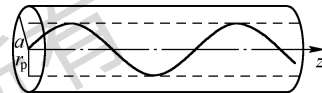


图 3.11 梯度光纤子午光线侧视图

(2) 折射光线 $\bar{\beta} < n_2$

包层中 $g(r) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 > 0$ ，包层中存在光线，说明芯层光线可以进入包层，因而光线性质是折射光线。

4. 梯度光纤的偏斜光线

梯度光纤中的偏斜光线，旋转常数 $\nu \neq 0$ ，并且光线不经过轴线。光线判据函数为

$$g(r) = n^2(r) - \bar{\beta}^2 - a^2\nu^2/r^2 \tag{3.4-20}$$

根据表 3.2 所列关键点的 $g(r)$ 值，下面继续分三种情况讨论。

(1) 束缚光线 $n_2 < \bar{\beta} < n_1$

包层中 $g(r) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 - a^2\nu^2/r^2 < 0$ ，包层中不存在光线，光线被束缚在芯层，因而光线性质是束缚光线。

芯层内，光线不能占有全部 $(0, a)$ 区间，因为 $g(0) = -\infty$ ， $g(a) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 - \nu^2 < 0$ ，即轴线邻域和界面附近都是非光线区，因而光线只能在内切焦散面和外切焦散面之间的区域内往返绕行。内切和外切焦散面半径 r_c 和 r_p 必是 $g(r)$ 的两个零点(见图 3.13(a))。光线交替与两交散面相切，形成螺旋形空间曲线，如图 3.12 所示。

(2) 隧道光线 $n_2^2 - \nu^2 < \bar{\beta}^2 < n_2^2$

包层中 $g(a) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 - \nu^2 < 0$ 及 $g(\infty) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 > 0$ ，包层的 $g(r)$ 由负转正，必有零点存在。与阶跃光纤的隧道光线情况相同，由式(3.4-18)定义的辐射焦散面 r_{rad}

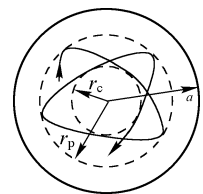


图 3.12 梯度光纤偏斜光线投影图

将包层分割为暗区(a, r_{rad})和光线传播区(r_{rad}, ∞)。芯层和包层路径被 $r_p < r < r_{\text{rad}}$ 区域分隔开, 在此区域内光波传输不能发生。但隧道光线每次到达外焦散面时都要损失功率, 损失的功率在辐射焦散面处重新出现, 并沿着包层中的路径辐射掉, 如图 3.13 (b) 所示。

此时芯层内的光线分布情况与 (1) 基本相同, 只是因为 $\bar{\beta}$ 变小, 零点 r_p 右移, 光线传播区扩大至接近界面, 束缚光线变成隧道光线。泄漏造成芯层光线的能量损耗, 因而隧道光线在传播过程中会很快被淘汰, 不能成为导波光线。

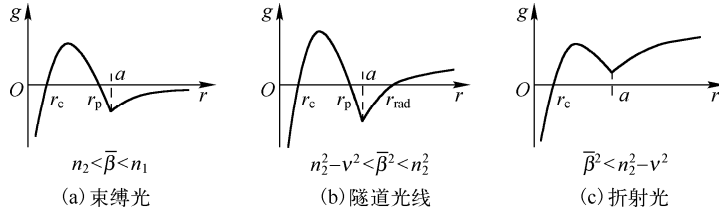


图 3.13 梯度光纤偏斜光线的三种可能情况

(3) 折射光线 $\bar{\beta}^2 < n_2^2 - v^2$

包层中 $g(a) = n_2^2 - \bar{\beta}^2 - v^2 > 0$, 相对于情况 (2), $\bar{\beta}$ 进一步下降, 因而包层和芯层的 $g(r)$ 函数曲线全部升高, 在包层 $g(r) \geq g(a) > 0$, 包层变为光线传播区, 如图 3.13 (c) 所示。

芯层内, 由于 $g(r)$ 函数曲线整体上移, 邻近界面的暗区消失, 芯层的光区与包层连通, 光线自由进入包层, 形成折射光线。

总之, 不论是阶跃光纤还是梯度光纤, 在子午光线和偏斜光线的各种情况中, 只有束缚光线能长距离传输, 并且必要的导波条件是 $n_2 < \bar{\beta} < n_1$ 。

3.5 传播时延与色散

光在波导中传输单位距离所用的时间称作传播时延。光通信中要求同时输入的光信号尽可能地同时到达终端, 否则将引起信号失真、畸变。然而, 由于不同波长的光波将以不同的速度传播, 所以其时延不同, 会产生时延差; 即使同一波长的光, 当沿不同路径传播时, 时延也不相同, 这些都是色散现象。色散使输入的光脉冲在传播过程中发生展宽, 传输距离越远, 时间差越大, 展宽越严重, 致使前后脉冲相互重叠, 引起数字信号的码间串扰, 降低了输出端的分辨能力。在大容量和长距离的光纤通信中, 色散的影响显得更为突出。

色散可归结为下列几类:

(1) 材料色散。材料的折射率是波长的非线性函数, 从而使光的传播速度随波长而变, 由此引起的色散, 叫材料色散。

(2) 波导色散。同一模式的相位传播常数随波长而变, 所引起的色散, 叫波导色散。

(3) 模式色散。多模光纤中, 即使在同一波长下, 不同模式或沿不同路径的光线的传播速度也不同, 它所引起的色散, 叫模式色散(也称多径色散、多模色散)。模式色散取决于多模波导的折射率分布。

(4) 偏振色散。单模光纤中实际存在偏振方向相互正交的两个基模。当光纤存在双折射时, 这两个模式的传输速度不同, 由此引起的色散, 叫偏振色散, 它属于模式色散的范畴, 是单模光纤所特有的。

材料色散和波导色散都与波长有关, 二者统称为波长色散。在多模光纤中, 有模式色散、波导色散和材料色散, 而以模式色散为主。单模光纤中有材料色散、波导色散和偏振色散, 以

材料色散为主。

由各种因素引起的时延差越大，色散越严重。常用最大时延差，即光纤或波导中速度最快和最慢的光波成分的时延差，来表示色散程度，简称时延差。通常用脉冲展宽和光纤 3dB 带宽来更精确地描述色散对传输信号的影响。

3.5.1 均匀介质波导的时延差

对阶跃光纤或均匀介质波导，设芯区折射率为 n_1 ，光传播速度为 $v = c/n_1$ ， c 是真空中光速。设光线与 z 轴的夹角为 θ ，则光波沿 z 轴方向的传播速度为 $v_z = c \cdot \cos\theta/n_1$ ，因此传播时延为

$$\tau = \frac{n_1}{c \cdot \cos\theta} \quad (3.5-1)$$

该式对均匀介质波导中的光线以及阶跃光纤中的子午光线和偏斜光线都是成立的，可以看出，传播时延与 θ 有关，倾角不同的任意两条导波光线存在时延差。由于受到全反射条件 $n_2/n_1 < \cos\theta < 1$ 的限制，显然，导波光线之间的最大时延差可表示为

$$\Delta\tau_{\max} = \frac{n_1}{c} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) = \frac{n_1}{c} \Delta \quad (3.5-2)$$

从上式可见，最大时延差与相对折射率差成正比。为减小多径色散，实际光通信光纤的 Δ 不宜过大，通常需满足 $\Delta \ll 1$ 。

3.5.2 折射率渐变介质波导的时延差

假设色散以模式色散为主。为了克服这种多模(多径)色散问题，可以对波导进行设计以实现单模传输，或者采用经特殊设计的非均匀介质波导，减小甚至消除时延差。这一问题对于渐变波导将比均匀波导有重大改善，因为在折射率渐变的光纤或波导中，光线路径为曲线，大振幅的光线路径长而大部分经过低折射率区，小振幅的光线路径短但只能经过高折射率区，因而它们的传播时间会趋近相同。

光在波导中传播时，有 $dz = ds \cdot \cos\theta$ ($dx = ds \cdot \sin\theta$)，并且 $\bar{\beta} = n \cos\theta$ 是一个不变量，通过计算一段路径 $P \rightarrow Q$ 的光程，传播时延可表示为

$$\tau = \frac{1}{c(z_Q - z_P)} \int_P^Q n(x) ds = \frac{1}{c(z_Q - z_P) \bar{\beta}} \int_P^Q n^2(x) dz \quad (3.5-3a)$$

也可以用下式计算

$$\tau = \frac{1}{c(z_Q - z_P)} \int_P^Q \frac{n^2(x)}{\sqrt{n^2(x) - \bar{\beta}^2}} dx \quad (3.5-3b)$$

这里讨论两种折射率渐变的波导中光线的传播时延。

首先，以 3.2 节中折射率按抛物型函数渐变的薄膜波导光线为例。由式(3.5)，最大振幅 ($x_m = a$ ， $\cos\theta_0 = 1 - \Delta$) 的光线的传播时延为

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{cA/4\bar{\beta}} \int_0^{A/4} n^2 dz = \frac{n_1}{cA/4\cos\theta_0} \int_0^{A/4} \left(1 - \Delta \frac{x^2}{a^2} \right)^2 dz \\ &= \frac{n_1}{cA/4\cos\theta_0} \int_0^{A/4} (1 - \Delta \sin^2 pz)^2 dz \end{aligned}$$

可得

$$\tau = \frac{n_1}{c} \frac{1}{1 - \Delta} \left(1 - \Delta + \frac{3}{8} \Delta^2 \right) = \frac{n_1}{c} \left(1 + \frac{3}{8} \Delta^2 \right) \quad (3.5-4)$$

最小振幅的光线是 $x_m = 0$ 的直线，其时延为

$$\tau_0 = n_1 / c \quad (3.5-5)$$

所以最大时延差为

$$\Delta \tau_{\max} = \frac{3}{8} \frac{n_1}{c} \Delta^2 \quad (3.5-6)$$

由于 $\Delta \ll 1$ ，这一结果与式(3.5-2)给出的均匀介质波导的时延差 $\frac{n_1}{c} \Delta$ 相比，明显减小，降低了两个数量级。

下面再分析一下折射率呈双曲正割函数分布的波导中的光线和传播时延问题。

设波导折射率分布为

$$n(x) = n_1 \operatorname{sech}\left(\sqrt{2\Delta} \frac{x}{a}\right) \quad (3.5-7)$$

$n(0) = n_1$ 是波导中心的折射率。设初始光线从中心射入，与 z 轴夹角为 θ_0 ，并令 $\sqrt{2\Delta}/a = q$ ，利用光线方程式(2.2-8)，得

$$n \frac{dz}{dS} = \text{常数} = n_1 \cos \theta_0 \quad (3.5-8)$$

$$\frac{d}{dS} \left(n \frac{dx}{dS} \right) = n_1 q \frac{\operatorname{sh}(qx)}{\operatorname{ch}^2(qx)} \quad (3.5-9)$$

利用式(3.5-7)和式(3.5-8)，上式变为

$$\cos^2 \theta_0 \frac{d^2 x}{dz^2} = q \frac{\operatorname{sh}(qx)}{\operatorname{ch}^3(qx)} \quad (3.5-10)$$

做变量代换，令 $u = \frac{dx}{dz}$ ，则 $\frac{d^2 x}{dz^2} = u \frac{du}{dx}$ ，上式变为

$$\cos^2 \theta_0 u du = q \frac{\operatorname{sh}(qx)}{\operatorname{ch}^3(qx)} dx \quad (3.5-11)$$

可得

$$\cos \theta_0 u = \left[\frac{1}{\operatorname{ch}^2(qx)} + C \right]^{1/2} \quad (3.5-12)$$

由初始条件， $x=0$ 时， $u = dx/dz = \tan \theta_0$ ， $\operatorname{ch}(0) = 1$ ，确定 $C = -\cos^2 \theta_0$ 。对式(3.5-12)进一步积分，得

$$z = \cos \theta_0 \int_0^x \frac{dx}{[\operatorname{sech}^2(qx) - \cos^2 \theta_0]^{1/2}} = \frac{1}{q} \int_0^x \frac{d[\operatorname{sh}(qx)]}{[1/\cos^2 \theta_0 - 1 - \operatorname{sh}^2(qx)]^{1/2}}$$

最终得到

$$z = \frac{1}{q} \arcsin \frac{\operatorname{sh}(qx)}{\tan \theta_0} \quad (3.5-13)$$

或者

$$x = \frac{a}{\sqrt{2\Delta}} \operatorname{arsh} \left[\tan \theta_0 \sin \left(\frac{\sqrt{2\Delta}}{a} z \right) \right] \quad (3.5-14)$$

可见，折射率按双曲正割函数分布的波导中的光线也是周期性曲线，且空间周期为

$$A = 2\pi a / \sqrt{2\Delta} \quad (3.5-15)$$

特别地，该周期与光线初始倾角 θ_0 无关，由波导参数 a 、 Δ 决定，表明从波导轴上同一点发出的 θ_0 不同的光线，经半个周期后又会在同一点会聚，这种自聚焦是严格的，见图 3.14。利用式

① $\operatorname{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ ， $\operatorname{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ， $\frac{d}{dx} \operatorname{ch}(x) = \operatorname{sh}(x)$ ， $\frac{d}{dx} \operatorname{sh}(x) = \operatorname{ch}(x)$ ， $\operatorname{sech}(x) = \frac{1}{\operatorname{ch}(x)}$ ， $\operatorname{csch}(x) = \frac{1}{\operatorname{sh}(x)}$ ， $\frac{d}{dx} \operatorname{sech}(x) = -\operatorname{th}(x) \cdot \operatorname{sech}(x)$

(3.5-3b) 进行积分, 可得传播时延为

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{4}{cA} \int_0^{x_m} \frac{n_1 \operatorname{sech}^2(qx)}{\sqrt{\operatorname{sech}^2(qx) - \cos^2 \theta_0}} dx \\ &= \frac{4n_1}{cA} \int_0^{x_m} \frac{d[\operatorname{th}(qx)]}{q\sqrt{\sin^2 \theta_0 - \operatorname{th}^2(qx)}} \\ &= \frac{4n_1}{cA} \frac{1}{q} \arcsin \frac{\operatorname{th}(qx)}{\sin \theta_0} \Big|_0^{x_m} = \frac{n_1}{c}\end{aligned}\quad (3.5-16)$$

其中
$$x_m = \frac{a}{\sqrt{2\Delta}} \operatorname{arch} \frac{1}{\cos \theta_0} \quad (3.5-17)$$

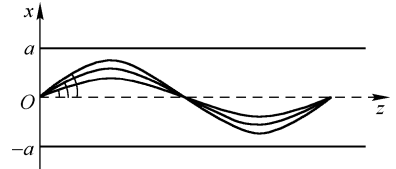


图 3.14 双曲正割型折射率分布波导中的多径光线

注意: x_m 由在折射点满足 $n(x_m) = n_1 \cos \theta_0$ 的关系式得到。上述推导中要用到一些复杂的双曲函数的变换公式和积分公式。

由式(3.5-16)可知, 对双曲正割型折射率分布的波导, 时延与 θ_0 无关, 时延差为零, 同一时刻从始端发出的所有沿不同路径传播的光线必将同时到达终端, 这种结构的波导具有良好的自聚焦性, 它不存在多模色散问题。

由 3.2 节及以上推导可知, 抛物型折射率分布波导在弱波导近似条件下, 可以使光线具有近似相同的空间周期, 尽量减小模式色散, 但是各条光线的时延并不完全相等; 双曲正割型折射率分布的波导可以使不同入射条件下的光线具有相同的空间周期和轴向传播速度, 从而使它们的时延完全相同, 因此具有良好的自聚焦性, 可以最大限度地消除模式色散。这一特性对于呈双曲正割型折射率分布的光纤中的子午光线同样适用。

3.5.3 光纤的色散

假设有已调制载波在光纤中传输, 光信号在光纤中传输的群速度 V_g 的定义为

$$V_g = \frac{d\omega}{d\beta} \quad (3.5-18)$$

其中 ω 为角频率, β 为光传播常数。则传播时延为

$$\tau_0 = \frac{d\beta}{d\omega} \quad (3.5-19)$$

β 和 τ_0 都是波长或频率的函数。 τ_0 也常写成

$$\tau_0 = \frac{d\beta}{cdK_0} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d\beta}{d\lambda} \quad (3.5-20)$$

其中 K_0 为自由空间波数, λ 为光波波长。各信号成分的时延不同, 存在着时延差。时延差可由信号各频率成分传输速度不同引起, 也可由不同模式的不同传输速度引起。上面两节分析的即是波导本身的色散特性, 即光沿不同路径(对应不同的模式)引起的时延差。在光纤通信系统中, 必须有光源, 而光源不是单色光时, 都具有一定的谱宽, 谱宽是引起材料色散和波导色散的原因。

设光谱的谱宽为 Δf , 中心频率为 f_0 , 当 Δf 不是很大时, 由频率变化所引起的时延差近似为

$$\Delta \tau_0 = \Delta \omega \frac{d\tau_0}{d\omega} \quad (3.5-21)$$

将式(3.5-19)或式(3.5-20)代入上式, 则可以用多种形式表示 $\Delta \tau_0$:

$$\Delta \tau_0 = \Delta \omega \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \quad (3.5-22)$$

$$\Delta\tau_0 = \frac{K_0}{c} \frac{\Delta f}{f_0} \frac{d^2\beta}{dK_0^2} \quad (3.5-23)$$

$$\Delta\tau_0 = -\frac{\Delta\lambda}{2\pi c} \left(2\lambda \frac{d\beta}{d\lambda} + \lambda^2 \frac{d^2\beta}{d\lambda^2} \right) = D_w \Delta\lambda \quad (3.5-24)$$

时延差与光源的相对带宽成正比，因而用窄线宽的半导体激光器做光源相较发光二极管更有利于减小色散的影响。也常用色散系数 D 来表示光源谱宽对色散的影响，其定义为光源单位线宽在光纤上引起的时延差，即

$$D = \frac{d\tau_0}{d\lambda} \quad (3.5-25)$$

时延差的单位是 ps/km，色散系数的单位是 ps/(km·nm)。式(3.5-24)中的 D_w 为波导色散系数。

在无界材料中，光传播常数 $\beta = n \cdot 2\pi/\lambda$ ，考虑到材料色散，折射率 n 是波长 λ 的函数，根据式(3.5-20)，有

$$\tau_0 = \frac{1}{c} (n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}) = \frac{n_g}{c} \quad (3.5-26)$$

n_g 称作群折射率，因此群速度可表示为 $V_g = c/n_g$ 。一个带宽为 $\Delta\lambda$ 的窄脉冲光波进入光纤，则材料色散引起的时延差为

$$\Delta\tau_0 = \frac{d\tau_0}{d\lambda} \Delta\lambda = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2n}{d\lambda^2} \Delta\lambda = D_m \Delta\lambda \quad (3.5-27)$$

其中 $D_m = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2n}{d\lambda^2}$ 为材料色散系数。 $D_m = 0$ 点的波长叫作材料的零色散波长。

光纤中通常几种色散因素共存，材料色散、波导色散、模式色散等交织在一起，根据是单模光纤还是多模光纤，主要色散因素也不同。为了适应长距离、大容量光纤通信的需要，须使光纤的色散降低，频带展宽。为此可采用特种光纤进行设计，例如，用三角形折射率分布光纤可以将光纤的零色散点移至光通信波长处，既保证了低损耗，又实现了低色散，这种光纤叫零色散频移光纤；而用 W 形折射率分布光纤(双包层光纤)，可以改变波导色散的变化规律，在两个波长上各有一个零色散点，两点之间色散特性平坦，具有较小的色散系数，这种光纤叫宽带低色散光纤。

习题

3-1 基本概念：传播常数，有效折射率，相对折射率差，导波光线，导波条件，阶跃光纤，梯度光纤，子午光线，偏斜光线，数值孔径，光线判据函数，束缚光线，隧道光线，波导的自聚焦现象，传播时延与时延差，材料色散，模式色散，波导色散，偏振色散。

3-2 一个平板波导， $n_1 = 2.0$ ， $n_2 = 1.6$ ， $n_3 = 1.0$ ，导波光线的最大倾角是多少？

3-3 已知平板介质波导， $n_1 = 1.563$ ， $n_2 = n_3 = 1.550$ ，工作波长 $\lambda_0 = 1.30\mu\text{m}$ ，试求波导最大有效折射率 n_{eff} 和最小传播常数 β_{min} 。

3-4 平面薄膜波导厚度为 $2a$ ， $n(x) = n_1 \left(1 - \Delta \frac{x^2}{a^2} \right)$ ， Δ 为相对折射率差。光线初始距 z 轴距离为 b ，且与 z 轴夹角为 θ_0 ，如图 3.15 所示，求：

(1) 光线方程 $x = x(z)$ ；

(2) 空间周期；

(3) 若确保该光线以导波形式传输，入射角 θ_0 的最大值是多少？

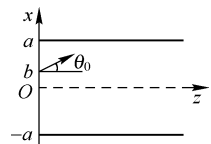


图 3.15 习题 3-4 的图

- 3-5 用光线方程分别定性说明光线在阶跃光纤和梯度光纤中传输的轨迹曲线。
- 3-6 利用光线判据函数 $g(r)$ 说明阶跃光纤的束缚光线满足 $n_2 < \bar{\beta} < n_1$ 。
- 3-7 利用光线判据函数 $g(r)$ ，分别分析阶跃光纤和梯度光纤中子午光线的传播特点。
- 3-8 分别说明束缚光线、隧道光线和折射光线的特点。
- 3-9 抛物型折射率分布的梯度光纤，其折射率为

$$n^2(r) = \begin{cases} n_1^2[1 - 2\Delta(r/a)^2], & r \leq a \\ n_2^2, & r > a \end{cases}$$

(1) 利用光线判据函数 $g(r)$ 说明：偏斜光线为导波光线的必要条件是 $g(r) = 0$ 在芯区内有且只有两个实根 r_c 和 r_p ；

(2) 对子午光线，导出束缚光线的有效折射率满足 $n_2 < \bar{\beta} < n_1$ 。

3-10 光纤芯层和包层的折射率分别为 1.51 和 1.50，一束光通过 1km 长的这种光纤产生的时延差是多少？

3-11 如果光纤的折射率随波长而变，是否一定会产生材料色散，为什么？

3-12 已知某玻璃材料光纤的折射率 n 与波长 λ 的关系为 $n(\lambda) = A + B/\lambda^2$ ，其中常数 $A = 1.53974$ ， $B = 4.5628 \times 10^3 \text{ nm}^2$ 。计算该光纤在 $\lambda = 1550 \text{ nm}$ 时的材料色散系数；如果光源带宽 $\Delta\lambda = 2 \text{ nm}$ ，则光传输时由材料色散引起的时延差有多大？

电子工业出版社有限公司
版权所有